

# sommaire

## éditorial

Prof. François BUYLE-BODIN

\* \* \* \*

### Le calcul pratique des portiques simples par la méthode des coefficients de répartition (2<sup>e</sup> partie)..... 7

*Practical Calculation of Portal Frames by the Moment Distribution Method  
(2<sup>nd</sup> part)*

Denis Maurin

### Méthode rationnelle intégrée de dimensionnement et d'évaluation économique des projets de bitumage de routes non revêtues de « haute priorité » incluant les aspects sociaux et environnementaux dans les pays en développement..... 66

*Design and economic evaluation of "high priority" unpaved road sections  
upgrading projects in developing countries: A rational approach integrating social  
and environmental aspects*

Emmanuel Kossè Kaba & Gabriel J. Assaf

### Etude des performances des granulats de gneiss de l'archéen du Man avec ajout de filler pour substituer le basalte de Kasila group dans les formulations de bétons bitumineux et hydraulique au sud de la Sierra Leone ..... 96

*The performance testing of asphalt and concrete mix design with gneiss  
aggregates to replace the basalt in Sierra Leone*

Ibrahima Sow

bulletin d'abonnement .....	2
abstracts — résumés.....	4
communiqués et colloques.....	110
recommandations aux auteurs.....	C3

## Responsables des rubriques

Marwan AL HEIB

INERIS (Institut National de l'Environnement industriel et des Risques)  
et Ecole des Mines de Nancy

**Spécialité : Risques Naturels, Ouvrages et Stockages**

Gabriel J. ASSAF

Département de génie de la construction, École de technologie supérieure  
Québec, Canada

**Spécialité : Transports terrestres, infrastructures et milieux bâtis**

Mongi BEN OUEZDOU

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis, (ENIT) Université de Tunis El  
Manar (UTM), Tunisie

**Spécialité : Pathologie des constructions, nouveaux matériaux,  
restauration des monuments historiques**

Lamine DIENG

IFSSSTAR, laboratoire des structures métalliques et à câble, département  
Matériaux & Structures, Nantes, France

**Spécialité : Structures métalliques et à câbles**

Chafika DJELAL DANTEC

Laboratoire de Génie Civil et géo-Environnement LGCGE, Université  
d'Artois, Béthune, France

**Spécialité : Rhéologie des bétons, matériaux composites**

Raoul FRANCOIS

INSA de Toulouse, département Génie Civil, Toulouse, France

**Spécialité : Corrosion et maintenance des structures en béton armé**

Hocine HAMMOUM

Département de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou,  
Algérie

**Spécialité : Comportement et dimensionnement des structures  
soumises à des séismes**

Said KENAI

Laboratoire Matériaux et Génie Civil, département Génie Civil, université  
de Blida, Algérie

**Spécialité : Mortiers et bétons, liants alternatifs**

Pierre-Yves OLLIVIER

Ingénieur expert Structures, Nantes, France

**Spécialité : Structures**

Isabelle OUSSET

IRSTEA Unité de Recherche ETNA, Grenoble, France

**Spécialité : Structures de protection contre les aléas naturels**

Bachir REDJEL

Laboratoire de Génie Civil, Département Génie Civil, Université Badji  
Mokhtar, Annaba, Algérie

**Spécialité : Matériaux composites et alternatifs**

Hassène SABEUR

Ecole Polytechnique de Tunisie (EPT) - Université de Carthage.  
La Marsa, Tunisie

**Spécialité : Mécanique du béton**

Mohsen TENNICH

Institut supérieur des études technologiques de Radès, Tunisie

**Spécialité : Matériaux alternatifs du béton**



# BULLETIN D'ABONNEMENT

À retourner aux Éditions ESKA

12, rue du Quatre-Septembre, 75002 PARIS

Tél. 01 42 86 55 65 – Fax 01 42 60 45 35

Nom .....

Raison sociale.....

Adresse .....

Code postal ..... Ville ..... Pays .....

Je m'abonne pour **l'année 2019** (6 numéros/an) à la revue « *Annales du BTP* » :

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Tarif FRANCE individuel (TTC) : <b>274 €</b>  | <input type="checkbox"/> Tarif ETRANGER individuel (HT) : <b>333 €</b>  |
| <input type="checkbox"/> Tarif FRANCE institution (TTC) : <b>344 €</b> | <input type="checkbox"/> Tarif ETRANGER institution (HT) : <b>396 €</b> |

Je joins : ☐ Un chèque bancaire à l'ordre des Editions ESKA  
☐ Un virement bancaire aux Editions ESKA -  
 BNP Paris - Champs Elysées - 30004-00804 - Compte 000101399.56

\* 2-3/2019

## LISTE DES ANNONCEURS

Annonces de colloques : XVI<sup>es</sup> JOURNÉES NATIONALES GÉNIE CÔTIER -  
 GÉNIE CIVIL, LE HAVRE, DU 9 JUIN AU 11 JUIN 2020, p. 110-112

## éditorial

Chères lectrices, chers lecteurs,

Ce numéro des Annales s'inscrit dans la continuité des précédents, en attendant la nouvelle formule qui verra le jour prochainement.

Vous trouverez la suite de l'article de M. Maurin, « Le calcul pratique des portiques simples par la méthode des coefficients de répartition », qui, je le rappelle, a pour objectif de renouer le lien avec l'historique revue *Les Annales de l'ITBTP* en revenant sur des méthodes de dimensionnement de structures accessibles aux ingénieurs et allégeant le travail de conception.

Nous continuons à publier par ailleurs des articles sur les techniques routières dans les pays africains. La revue se démarque ainsi d'autres revues routières, souvent plus techniques et moins décisionnelles, et présente des articles transposables dans d'autres domaines et d'autres matériaux.

Le premier complète des articles précédents des mêmes auteurs sur le sujet d'une « Méthode rationnelle intégrée de dimensionnement et d'évaluation économique des projets de bitumage de routes non revêtues de « haute priorité » incluant les aspects sociaux et environnementaux dans les pays en développement ». Les besoins et les contraintes des pays africains ne sont pas ceux des pays européens, et il existe des méthodes d'optimisation telles que celles présentées ici pour organiser la stratégie de rénovation des réseaux routiers en fonction de leur usage.

Le deuxième pose le problème des ressources locales pour la construction routière dans ces pays africains au contexte géologique très différent de celui de l'Europe. Il vous est proposé une « Etude des performances des granulats de gneiss de l'archéen du Man avec ajout de filler pour substituer le basalte de Kasila group dans les formulations de bétons bitumineux et hydraulique au sud de la Sierra Leone ». Le titre peut paraître long mais la démarche présentée peut être généralisée dans d'autres contextes.

Je vous souhaite une bonne lecture.

**Le rédacteur en chef.**  
**Prof. François BUYLE-BODIN**

## LE CALCUL PRATIQUE DES PORTIQUES SIMPLES PAR LA MÉTHODE DES COEFFICIENTS DE RÉPARTITION

DENIS MAURIN

Tout Ingénieur Structures connaît la méthode de CROSS qui est une méthode d'approximations successives qui permet de calculer des constructions hyperstatiques, avec un degré de précision aussi élevé que l'on veut.

Si on écrit sous forme littérale cette méthode, on constate que le moment réel de chaque barre du portique est le produit du moment d'encastrement parfait de la barre étudiée par la quantité de moment à répartir  $v$  et par les coefficients de répartition.

Ces derniers forment des progressions géométriques qui jouent le rôle de correcteurs à l'égard du moment d'encastrement parfait. De ce fait la valeur du moment réel approché se met sous la forme de l'équation générale suivante :

$$MAX = \{QUOTE MAX \pm (v * C * S)\}$$

où :

- MAX est moment réel au droit du nœud A de la barre AX
- MAX est le moment d'encastrement parfait pris en compte pour un cas de charge particulier, appliqué à la barre AX
- $v$  est la quantité de moment à répartir
- $C$  est le coefficient de répartition de l'équation
- $S$  est la somme de la progression géométrique formée par les coefficients  $C1$ , ou  $C2$ , ou  $C3$  ou  $C4$ .

L'ensemble des équations de la forme  $MAX = \{QUOTE MAX \pm (v * C * S)\}$ , constitue la synthèse de la méthode de CROSS. Ainsi, chaque moment à calculer dans les barres du portique pourra se mettre sous la forme de cette équation générale et sa programmation pourra se faire avec un simple tableur EXCEL. Il est à noter que ces équations s'appliquent aussi bien dans le cas où les nœuds des portiques sont fixes, que dans le cas où ils subissent un déplacement  $\Delta$ , et aussi bien dans le cas des portiques simples que dans le cas des portiques multiples. Pour l'heure, ce livre ne traitera que les cas des portiques simples. Dans le chapitre 1 nous avons rappelé les principales formules de la Résistance des Matériaux, ainsi que la convention de signe de la méthode de CROSS qu'il est nécessaire de connaître pour appréhender le « Calcul pratique des portiques simples par la méthode des coefficients de répartition ».

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que les calculs des exercices de ce livre sont établis en tenant compte de la convention de signe de CROSS, alors que les signes des moments portés sur les épures sont appliqués en tenant compte de la convention des signes de la Résistance des Matériaux.

Le chapitre 2 traite des cas des portiques dont les nœuds ne subissent pas de déplacement et dont les barres sont soumises à des cas de charge couramment rencontrés.

A la fin de chaque sous-chapitre est présentée une application qui est traitée, dans un premier temps par les équations et dans un second temps par les programmes réalisés à partir des équations. Le chapitre 3 sera présenté dans un autre numéro.

### Sur l'utilisation de cet ouvrage

Cet ouvrage a un but essentiellement pratique, à savoir de permettre aux Projeteurs et Ingénieurs d'Etudes de calculer d'une façon simple ces types de construction hyperstatiques.

Il n'est pas un cours de Résistance de Matériaux mais une application pratique d'une branche de cette science.

Par ailleurs, nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que des simplifications ont été apportées à certaines équations pour les rendre plus aisément programmables.

Enfin nous espérons que ce livre répondra aux attentes des lecteurs dont les activités sont liées au calcul du dimensionnement des constructions hyperstatiques simples.

## PRACTICAL CALCULATION OF PORTAL FRAMES BY THE MOMENT DISTRIBUTION METHOD

*Every Structural Engineer knows the CROSS method, which is a method of successive approximations that makes it possible to calculate statically indeterminate constructions, with a degree of precision as high as needed.*

*If we were to describe this method literally, we would see that the real moment of each bar of the portal frame is the product of the perfect fixed end moment of the bar studied, multiplied by the quantity of moment to be distributed  $v$  and by the distribution coefficients.*

*These form geometric progressions that act as correctors for the perfect fixed end moment.*

*As a result, the value of the approximate real moment can be put in the form of the following general equation:*

$$MAX = \{QUOTE MAX \pm (v * C * S)\}$$

*where:*

- MAX is the real moment at the node A of the bar AX
- MAX is the perfect fixed end moment taken into account for a particular loading case applied to the AX bar
- $v$  is the quantity of moment to be distributed
- $C$  is the distribution coefficient of the equation
- $S$  is the sum of the geometric progression formed by the coefficients  $C1$ , or  $C2$ , or  $C3$  or  $C4$ .

*The set of equations of the form  $MAX = \{QUOTE MAX \pm (v * C * S)\}$ , is the synthesis of the CROSS method.*

*Thus, each moment to be calculated in the bars of the portal frame can be put in the form of this general equation and its programming can be done with a simple EXCEL spreadsheet. It should be noted that these equations apply equally well in the case where the nodes of the portal frame are fixed, as in the case where they undergo movement  $\Delta$ , and as well in the case of simple portal frames as in the case of multiple portal frames.*

*For now, this book will only deal with simple portal frames.*

### **Plan of the book**

*In Chapter 1 we have recalled the main formulas of The Strength of Materials, as well as the sign convention of the CROSS method which it is necessary to know to apprehend the "Practical calculation of simple portal frames by the moment distribution method".*

*We draw the reader's attention to the fact that the exercise calculations in this book are prepared taking into account the CROSS-sign convention, whereas the signs of the moments on the drawings are applied taking into account the signs of The Strength of Materials.*

*Chapter 2 deals with the case of portal frames whose nodes are not subject to movement and whose bars are subjected to commonly encountered loadings.*

*At the end of each subchapter we present an application that is treated, initially by the equations and subsequently by the programs made from the equations.*

*Chapter 3 will be treated in a future paper.*

### **On the use of this book**

*This book has an essentially practical purpose, namely to allow designers and engineers to calculate simply these types of statically indeterminate constructions.*

*It is not a Strength of Materials course but a practical application of a branch of this science.*

*In addition, we draw the reader's attention to the fact that simplifications have been made to certain equations to make them more easily programmable.*

*Finally we hope that this book will meet the expectations of readers whose activities are related to the calculation of the sizing of simple statically indeterminate constructions.*

## **MÉTHODE RATIONNELLE INTÉGRÉE DE DIMENSIONNEMENT ET D'ÉVALUATION ÉCONOMIQUE DES PROJETS DE BITUMAGE DE ROUTES NON REVÊTUES DE « HAUTE PRIORITÉ » INCLUANT LES ASPECTS SOCIAUX ET ENVIRONNEMENTAUX DANS LES PAYS EN DÉVELOPPEMENT**

EMMANUEL KOSSÈ KABA, GABRIEL J. ASSAF

Cet article présente une méthode rationnelle intégrée permettant la sélection d'une intervention de bitumage adaptée pour des routes non revêtues dites de « haute priorité », c'est-à-dire avec un indice de priorité de financement des routes important. Le choix de l'intervention optimale est basé sur la méthode de dimensionnement mécaniste-empirique, l'analyse économique et la prise en compte des facteurs sociaux et environnementaux. Les jalons de la méthode intégrée introduite dans cet article sont la sélection des tronçons en fonction de l'indice de priorité de financement des routes (IPFR), la collecte des données pertinentes, le dimensionnement, la configuration et le calage du logiciel HDM-4, l'analyse économique à l'aide de ce logiciel, l'analyse de la sensibilité de la simulation et l'intégration des aspects sociaux et environnementaux et enfin le choix de

la meilleure option de bitumage. La méthode démontre que l'option de bitumage en enduit superficiel bicouche de 2016 des routes sélectionnées en prenant en compte exclusivement le niveau de priorité économique constitue l'option optimale de reclassement. Cependant, l'option de bitumage en enrobé dense de 2016 est la plus recommandée en intégrant les aspects sociaux et environnementaux dans l'analyse technico-économique. Les résultats de l'étude de cas réalisée sur quatre routes non revêtues indiquent que la méthode développée est efficace pour la prise en compte des aspects techniques, économiques, sociaux et environnementaux dans les projets de bitumage en Afrique subsaharienne.

## **DESIGN AND ECONOMIC EVALUATION OF "HIGH PRIORITY" UNPAVED ROAD SECTIONS UPGRADING PROJECTS IN DEVELOPING COUNTRIES: A RATIONAL APPROACH INTEGRATING SOCIAL AND ENVIRONMENTAL ASPECTS**

*This article presents an integrated rational method which aims to select the optimum upgrading alternative of four (4) "high priority" lateritic gravel road sections, namely those with an important Road Funding Priority Index. The choice of optimal road intervention is based on the mechanistic-empirical pavement design method, economic analysis including social and environmental effects. The milestones of the integrated method introduced in this manuscript are the selection of road sections according to the Road Funding Priority Index (RFPI), the collection of relevant data, the design, the configuration and the calibration of Highway design Management software (HDM-4), the analysis of simulation sensitivity, the integration of social and environmental aspects and, finally, the choice of the best upgrading alternative. The method demonstrates the double surface dressing alternative of 2016 of the selected road sections considering exclusively the economic priority level is the optimal upgrading alternative. However, by integrating social and environmental aspects into the economic analysis, the asphalt concrete alternative of 2016 is the most recommended for upgrading roads. The results of the case study on four unpaved road sections indicate that the developed method is effective in addressing the technical, economic, social and environmental aspects of the road upgrading projects in sub-Saharan Africa.*

## **ÉTUDE DES PERFORMANCES DES GRANULATS DE GNEISS DE L'ARCHÉEN DU MAN AVEC AJOUT DE FILLER POUR SUBSTITUER LE BASALTE DE KASILA GROUP DANS LES FORMULATIONS DE BÉTONS BITUMINEUX ET HYDRAULIQUE AU SUD DE LA SIERRA LEONE**

IBRAHIMA SOW

L'étude de performance des bétons bitumineux et hydraulique avec des granulats de gneiss nous a permis de prévoir une substitution du basalte. Un ajout de 2% de filler gneissique et 2% de ciment portland type 42,5 R a été effectué pour suivre l'évolution des caractéristiques des différents types de mélanges.

Les essais Marshall, l'essai Duriez et la compression diamétrale nous ont permis de caractériser les performances mécaniques de quatre types de formulations F1, F2, F3 et F4.

Les meilleures performances mécaniques sont obtenues avec les formulations F2 et F4.

Comparée à la formulation FI, F2 a une stabilité de 1775 kg soit une augmentation de 15,5% et un module de 3750 MPa soit plus de 50% de gain en rigidité. Les formulations F2 et F4 présentent beaucoup de similitudes d'où on peut conclure de leurs performances substitutionnelles.

En ce qui concerne le béton hydraulique les formulations ont été réalisées par la méthode Dreux-Gorisse. L'utilisation de l'adjuvant mixte Super Fluide® Thermoplaste 120, pour doper le béton, a permis d'avoir un minimum de 80% de Rc28 à 24 h. Pour les deux types de bétons nous avons à 24 h 34 MPa et 35 MPa qui sont supérieures au minimum de 32 MPa (en 24 h). Ces résultats répondent aux exigences du cahier de spécifications techniques.

#### **THE PERFORMANCE TESTING OF ASPHALT AND CONCRETE MIX DESIGN WITH GNEISS AGGREGATES TO REPLACE THE BASALT IN SIERRA LEONE**

*The performance testing of asphalt and concrete mix design with gneiss aggregates give to us an optional using to replace the basalt. We add 2% of gneissic filler and 2% Portland cement*

*type 42.5 R to the asphalt hot mix with the gneiss aggregates to follow the criteria variation.*

*The Marshall, the diametric compression and the Duriez test allowed us to perform four different type of mix design. The four-mix design meet the requirements but F2 and F4 give the best mechanical performances. F2 (gneiss+2% filler) and F4 (basalt) have many similarities from which we can conclude from their substitutional performance.*

*As regards hydraulic concrete, the mix was performed by the Dreux-Gorisse method. The results of the compressive strength (cement dosage 350 kg CMI 42.5 R / m<sup>3</sup>) with the gneiss and basalt aggregates are respectively 40 MPa and 45 MPa at 28 days curing: these values are greater than 35 MPa required by the technical specifications.*

*The use of the Super Fluid® Thermoplast 120 admixture, to increase the concrete compressive strength, is justify by the constraint a minimum of 80% Rc28 at 24 hours. For both types of concrete, we have at 24 hours 34 and 35 MPa which are higher than the minimum of 32 MPa (in 24 h). These results meet the requirements of the technical specifications.*

# LE CALCUL PRATIQUE DES PORTIQUES SIMPLES PAR LA MÉTHODE DES COEFFICIENTS DE RÉPARTITION

## PRACTICAL CALCULATION OF PORTAL FRAMES BY THE MOMENT DISTRIBUTION METHOD

### 2<sup>E</sup> PARTIE

**Denis MAURIN**

Ingénieur DPE Bâtiment- CNAM Paris ; Ingénieur IPF bâtiment-Génie Civil ; I.C.H CNAM Paris :  
UV présentées et obtenues : Initiation aux études juridiques- Droit de la propriété privée- Expertise  
Immobilière- Expertise Judiciaire- Economie Immobilière- Technologie du bâtiment

#### PARCOURS PROFESSIONNEL

- Bureaux Etudes en BA : 4 ans
- GTM BTP : 34 ans dont 13 ans en qualité de Chef de Service, 8 ans en qualité de Directeur de Travaux et 5 ans en qualité de Directeur de Grands Projets et d'enseignant à GTM Bâtiment (Cours de Pathologie- Cours de préparation et d'organisation des chantiers).
- Cabinet d'Architectes ARTE CHARPENTIER : 2 ans Directeur chantier du site de Vélizy Campus pour le compte de DASSAULT SYSTEMS.
- Expert Construction : 4 ans- Client principal Bureau de Contrôle DEKRA

#### ACTIVITÉS ACTUELLES

Rédaction d'articles techniques.

Conseiller Prud'homme Employeur

La qualité de la revue Annales du BTP- ex Annales de l'IBTP est suffisamment connue et reconnue pour savoir que la sélection de vos articles signifie compétence et professionnalisme, qualités qui sont parfois écartées pour faire place à une démarche mercantile qui disqualifie une certaine presse.

Voilà en quelques mots mes motivations pour faire paraître mon article dans votre revue.

*En mémoire à Monsieur GERY qui fut Professeur de Résistance des Matériaux au Centre de Hautes Etudes de la Construction (CHEC) et à la chaire de Constructions Civiles du Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris (CNAM).*

## remerciements

*Tous mes remerciements chaleureux sont pour Elise NOE, qui a mis en page ce livre avec une grande bienveillance et un dévouement admirable.*

*Heureuse collaboration que je souhaiterais renouveler lors de mes prochaines recherches techniques et scientifiques.*

## avant-propos

*La méthode que nous proposons et que nous avons appelée « Méthode des coefficients de répartition » est en fait l'aboutissement et la synthèse de la méthode de CROSS.*

*En écrivant sous forme littérale les valeurs des moments dus aux rotations des noeuds d'un portique simple, on vérifie que leurs sommes sont des progressions géométriques formées par les coefficients de répartition, lesquels jouent le rôle de correcteurs au droit des moments d'encastrement parfait.*

*Cette méthode, qui est appliquée pour l'instant uniquement sur des portiques simples, permet d'obtenir à l'aide d'équations élémentaires les valeurs des moments au droit des noeuds et appuis des structures hyperstatiques.*

*Ses équations étant très facilement programmables, nous avons, en fonction des cas de charge et des types de portiques, établi des programmes qui permettent d'obtenir rapidement les valeurs des moments lorsque les noeuds sont fixes et lorsque les noeuds subissent un déplacement arbitraire  $\Delta$ .*

*Il est à noter que lorsque les noeuds subissent des déplacements, la partie de calcul relative aux calculs des efforts tranchants et au coefficient multiplicateur à appliquer aux moments dus aux déplacements, sera réalisée d'une façon classique.*

*Les applications que nous proposons sont calculées dans un premier temps par les équations et ensuite par les programmes correspondants qui sont joints en fin des applications.*

*Il y a lieu de noter que les calculs sont faits en tenant compte de la convention de signe de la méthode de CROSS et les épures des moments en fonction des signes conventionnels de la Résistance des Matériaux.*

*Le sujet étant loin d'être épuisé avec cet ouvrage, nous aborderons par la suite l'étude des portiques multiples, avec ou sans poutre courbe, avec ou sans traverse brisée.*

D.MAURIN



# table des matières

## 1<sup>er</sup> PARTIE – Paru dans le numéro précédent (N° 1)

### 1 - RAPPELS DES FORMULES GENERALES ET DE LA CONVENTIONS DE SIGNE DE LA METHODE DE CROSS

- 1-1 Rappel des définitions de la raideur d'une poutre et du coefficient de répartition
- 1-2 Rappel sur les moments et efforts tranchants des constructions hyperstatiques
- 1-3 Les différents cas de charges courants et valeurs des moments d'encastrement parfait
- 1-4 Rappel des conventions des signes de la méthode de CROSS

### 2 - LES NOEUDS DES PORTIQUES NE SUBISSENT PAS DE DEPLACEMENT

- 2-1 Etablissement des équations générales pour un portique symétrique, bi-encasté, chargé symétriquement sur sa traverse  
Application
- 2-2 Etablissement des équations générales pour un portique symétrique, articulé à sa base et chargé symétriquement sur sa traverse  
Application
- 2-3 Etablissement des équations générales pour un portique symétrique, bi-encasté et qui reçoit sur ses barres verticales la même charge horizontale  
Application
- 2-4 Etablissement des équations générales pour un portique symétrique, bi articulé, qui reçoit sur ses barres verticales une même charge horizontale  
Application

## 2<sup>e</sup> PARTIE

### 3 - LES NOEUDS DES PORTIQUES SUBISSENT UN DEPLACEMENT

- 3-1 Etablissement des équations générales pour des portiques bi-encastés, chargés dissymétriquement et dont les raideurs des barres verticales sont identiques 11
  - 3-1-1 Lorsque les noeuds sont fixes 11
  - 3-1-2 Lorsque les noeuds subissent un déplacement  $\Delta$
  - 3-1-3 Applications
- 3-2 Etablissement des équations générales pour des portiques bi articulés, chargés dissymétriquement et dont les raideurs des barres verticales sont identiques 20
  - 3-2-1 Lorsque les noeuds sont fixes
  - 3-2-2 Lorsque les noeuds subissent un déplacement  $\Delta$
  - 3-2-3 Applications
- 3-3 Etablissement des équations générales d'un portique qui a un appui articulé et un appui encasté et dont les barres ont des inerties différentes 31
  - 3-3-1 Lorsque les noeuds sont fixes.
  - 3-3-2 Lorsque les noeuds subissent un déplacement  $\Delta$
  - 3-3-3 Applications

3-4 Etablissement des équations générales pour des portiques encastrés, chargés dissymétriquement et dont les barres ont des inerties différentes	39
3-4-1 Lorsque les noeuds sont fixes	
3-4-2 Lorsque les noeuds subissent un déplacement $\Delta$	
3-4-3 Applications	
3-5 Etablissement des équations générales pour des portiques articulés, chargés dissymétriquement et dont les barres ont des inerties différentes	50
3-5-1 Lorsque les noeuds sont fixes	
3-5-2 Lorsque les noeuds subissent un déplacement $\Delta$	
3-5-3 Applications	

## ANNEXES

Tableau 1 : Calcul des puissances du coefficient de répartition  $C2$

Tableau 2 : Calcul des sommes des progressions géométriques  $S1, S2, S3, S4$ .

Tableau 3 : Calcul des sommes des progressions géométriques  $S5, S6, S7, S8$

Tableau 4 : Calcul des sommes des progressions géométriques  $S9$  et  $S10$ .

Tableau 5 : Calcul des sommes des progressions géométriques  $X + X^2$  et  $X + X^2 + X^3$  avec  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$

### 3. LES NŒUDS DES PORTIQUES SUBISSENT UN DEPLACEMENT

Les nœuds des portiques subissent des déplacements lorsque la somme des forces horizontales est différente de zéro. Dans ce cas, les moments trouvés ne sont pas les moments définitifs et il faudra ajouter à ceux-ci des moments supplémentaires dus au déplacement des nœuds.

Les tableaux qui concernent le calcul des moments lorsque les nœuds sont fixes et celui des moments dû à un déplacement arbitraire  $\Delta$ , seront présentés sous forme littérale.

Pour chaque type de charge on établira, comme nous l'avons fait pour les portiques symétriques chargés symétriquement, un tableau des moments correspondants.

Ces équations, qui intègrent toutes celles que nous avons établies précédemment, font l'objet de programmes qui sont joints à la fin de chaque exercice d'application.

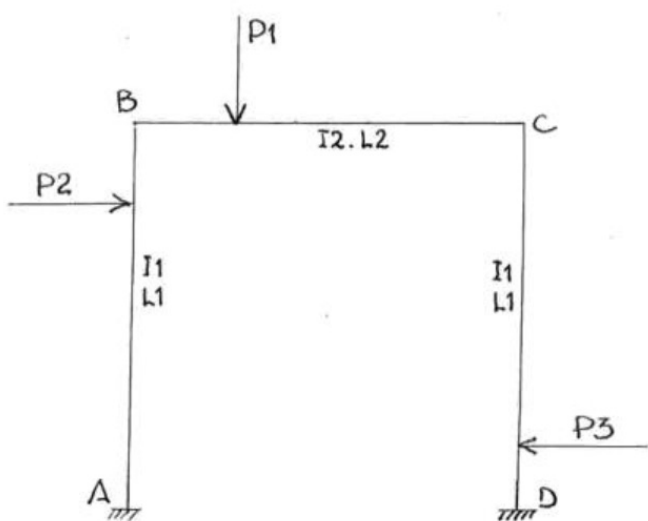
#### 3.1. ETABLISSEMENT DES EQUATIONS GENERALES POUR DES PORTIQUES BI-ENCASTRES, CHARGES DISSYMETRIQUEMENT ET DONT LES RAIDEURS DES BARRES VERTICALES SONT IDENTIQUES

##### 3.1.1. Lorsque les nœuds sont fixes

Soit un portique ABCD, ayant pour traverse BC et pour coefficients de répartition  $C2=CBC=CCB$  et  $C1=CBA=CCD$ .

Ce portique est chargé indifféremment sur ses trois barres, les moments d'encastrement parfaits correspondants à ces cas de charge sont :  $MAB, MBA, MBC, MCB, MCD, MDC$ .

Etablissons le tableau relatif aux valeurs des moments répartis et transmis dans les barres du portique. Pour cela on écrira les équations des moments partiels en faisant tourner et en bloquant chaque nœud B et C jusqu'à ce que les corrections soient devenues négligeables.



##### Nœud B

Moment à répartir =  $(MBA + MBC)$

Moments répartis :

- $BC = -C2(MBA + MBC)$
- $BA = -C1(MBA + MBC)$

Moments transmis :

- $AB = -C1/2(MBA + MBC)$
- $CB = -C2/2(MBA + MBC)$

##### Nœud C

Soit  $Y = (MCB + MCD) - C2/2(MBA + MBC)$  la quantité de moment à répartir ; nous aurons :

Moments répartis :

- $CB = C2 * Y$
- $CD = C1 * Y$

Moments transmis :

- $BC = \frac{C2}{2} * Y$
- $DC = \frac{C1}{2} * Y$

##### Nœud B

- $BC = -\frac{C2}{2} * C2 * Y$
- $BA = -\frac{C2}{2} * C1 * Y$
- $AB = -\frac{C2}{2} * \frac{C1}{2} * Y$
- $CB = -\frac{C2}{2} * \frac{C2}{2} * Y$

##### Nœud C

- $CB = \frac{C2^2}{2^2} * C2 * Y$
- $CD = \frac{C2^2}{2^2} * C1 * Y$
- $DC = \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2} * Y$
- $BC = \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * Y$

##### Nœud B

- $BC = -\frac{C2^3}{2^3} * C2 * Y$
- $BA = -\frac{C2^3}{2^3} * C1 * Y$
- $AB = -\frac{C2^3}{2^3} * \frac{C1}{2} * Y$
- $CB = -\frac{C2^3}{2^3} * \frac{C2}{2} * Y$

##### Nœud C

- $CB = \frac{C2^4}{2^4} * C2 * Y$
- $CD = \frac{C2^4}{2^4} * C1 * Y$

- $DC = \frac{C2^4}{2^4} * \frac{C1}{2} * Y$
- $BC = \frac{C2^4}{2^4} * \frac{C2}{2} * Y$

#### Nœud B

- $BC = -\frac{C2^5}{2^5} * C2 * Y$
- $BA = -\frac{C2^5}{2^5} * C1 * Y$
- $AB = -\frac{C2^5}{2^5} * \frac{C1}{2} * Y$
- $CB = -\frac{C2^5}{2^5} * \frac{C2}{2} * Y$

#### Nœud C

- $CB = \frac{C2^6}{2^6} * C2 * Y$
- $CD = \frac{C2^6}{2^6} * C1 * Y$
- $DC = \frac{C2^6}{2^6} * \frac{C1}{2} * Y$
- $BC = \frac{C2^6}{2^6} * \frac{C2}{2} * Y$

#### Nœud B

- $BC = -\frac{C2^7}{2^7} * C2 * Y$
- $BA = -\frac{C2^7}{2^7} * C1 * Y$
- $AB = -\frac{C2^7}{2^7} * \frac{C1}{2} * Y$
- $CB = -\frac{C2^7}{2^7} * \frac{C2}{2} * Y$

#### Nœud C

- $CB = \frac{C2^8}{2^8} * C2 * Y$
- $CD = \frac{C2^8}{2^8} * C1 * Y$
- $DC = \frac{C2^8}{2^8} * \frac{C1}{2} * Y$
- $BC = \frac{C2^8}{2^8} * \frac{C2}{2} * Y$

Dressons le tableau des moments :

	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
		C1	C2	C2	C1	
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC
B	$(-C1/2) * (MBA + MBC)$	$-C1(MBA + MBC)$	$-C2(MBA + MBC)$	$-C2/2(MBA + MBC)$		
C			$C2/2 * Y$	$C2 * Y$	$C1 * Y$	$C1/2 * Y$
B	$-\left(\frac{C2}{2} * \frac{C1}{2} * Y\right)$	$-\left(\frac{C2}{2} * C1 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2}{2} * C2 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2}{2} * \frac{C2}{2} * Y\right)$		
C			$\frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * Y$	$\frac{C2^2}{2^2} * C2 * Y$	$\frac{C2^2}{2^2} * C1 * Y$	$\frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2} * Y$
B	$-\left(\frac{C2^3}{2^3} * \frac{C1}{2} * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^3}{2^3} * C1 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^3}{2^3} * C2 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^3}{2^3} * \frac{C2}{2} * Y\right)$		
C			$\frac{C2^4}{2^4} * \frac{C2}{2} * Y$	$\frac{C2^4}{2^4} * C2 * Y$	$\frac{C2^4}{2^4} * C1 * Y$	$\frac{C2^4}{2^4} * \frac{C1}{2} * Y$
B	$-\left(\frac{C2^5}{2^5} * \frac{C1}{2} * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^5}{2^5} * C1 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^5}{2^5} * C2 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^5}{2^5} * \frac{C2}{2} * Y\right)$		
C			$\frac{C2^6}{2^6} * \frac{C2}{2} * Y$	$\frac{C2^6}{2^6} * C2 * Y$	$\frac{C2^6}{2^6} * C1 * Y$	$\frac{C2^6}{2^6} * \frac{C1}{2} * Y$
B	$-\left(\frac{C2^7}{2^7} * \frac{C1}{2} * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^7}{2^7} * C1 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^7}{2^7} * C2 * Y\right)$	$-\left(\frac{C2^7}{2^7} * \frac{C2}{2} * Y\right)$		
C			$\frac{C2^8}{2^8} * \frac{C2}{2} * Y$	$\frac{C2^8}{2^8} * C2 * Y$	$\frac{C2^8}{2^8} * C1 * Y$	$\frac{C2^8}{2^8} * \frac{C1}{2} * Y$
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC

En additionnant les colonnes des moments correspondants nous avons :

#### Moment MAB

$$MAB = MAB - \frac{C1}{2}(MBA + MBC) - \frac{C1}{2} * Y \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C2^7}{2^7} \right)$$

La somme de la progression géométrique  $\left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C2^7}{2^7} \right)$  est calculée pour différentes valeurs de C2 dans le programme du tableau 2 en S1, joint en annexe ; d'où :

$$MAB = -C1 / 2(MBA + MBC + S1Y) + MAB \quad (1)$$

#### Moment MBA

$$MBA = C1(-MBA - MBC - S1Y) + MBA \quad (2)$$

#### Moment MCD

$$MCD = MCD + C1Y \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^n}{2^n} + \frac{C2^6}{2^6} + \frac{C2^8}{2^8} \right)$$

La somme de la progression géométrique  $\frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^n}{2^n} + \frac{C2^6}{2^6} + \frac{C2^8}{2^8}$  est calculée pour différentes valeurs de C2 dans le programme du tableau 2 joint en annexe, en S3. L'exposant n a pour valeur 4 .

$$MCD = MCD + C1 * Y(1 + S3) \quad (3)$$

#### Moment MDC

MDC = 1/2MCD d'où :

$$MDC = MDC + \frac{C1}{2} * Y(1 + S3) \quad (4)$$

#### Moment MBC

$$MBC = MBC - C2(MBA + MBC) + C2 * Y \left( \left( \frac{1}{2} + \frac{C2^2}{2^3} + \frac{C2^4}{2^5} + \frac{C2^6}{2^7} + \frac{C2^8}{2^9} \right) - \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C2^7}{2^7} \right) \right)$$

La somme de la progression géométrique  $\frac{C2^2}{2^3} + \frac{C2^4}{2^5} + \frac{C2^6}{2^7} + \frac{C2^8}{2^9}$  est calculée pour différentes valeurs de C2 dans le programme du tableau 3 joint en annexe en S6 ainsi que celle de la progression géométrique  $\left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C2^7}{2^7} \right)$  qui fait l'objet du programme du tableau 2 joint en annexe en S1.

D'où :

$$MBC = C2 \left( Y \left( \frac{1}{2} + S6 - S1 \right) - (MBA + MBC) \right) + MBC \quad (5)$$

#### Moment MCB

$$MCB = MCB - \frac{C2}{2}(MBA + MBC) + C2Y \left( \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6} \right) - \left( \frac{C2}{2^2} + \frac{C2^3}{2^4} + \frac{C2^5}{2^6} + \frac{C2^7}{2^8} \right) \right)$$

Les sommes géométriques  $\left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6} \right)$  et  $\left( \frac{C2}{2^2} + \frac{C2^3}{2^4} + \frac{C2^5}{2^6} + \frac{C2^7}{2^8} \right)$  sont calculées respectivement dans le programme

du tableau 2 en S3 et dans celui du tableau 3 en S5, joints en annexe.

D'où :

$$MCB = MCB - C2 \left( \left( \frac{MBA + MBC}{2} \right) - Y((1 + S3) - S5) \right) \quad (6)$$

Calculons maintenant les efforts tranchants au niveau de la base du portique lorsque les nœuds sont fixes.

$$TAB = T' + (MAB + MBA) / h$$

$$TDC = T'' + (MCD + MDC) / h$$

T' et T'' représentent les efforts tranchants isostatiques.

Si les forces extérieures fe sont telles que  $\Sigma fe > TAB + TDC$  alors il y a déplacement des nœuds.

Les équations générales (1) à (8) permettent de résoudre, pour tous types de charge, les portiques simples, symétriques, bi-encastés lorsque les nœuds sont fixes.

Etudions maintenant les moments du portique dus à un déplacement arbitraire  $\Delta$  du nœud B.

### 3.1.2. Lorsque les nœuds subissent un déplacement arbitraire $\Delta$

Pour calculer le nombre de déplacement à étudier nous appliquerons la règle contour-nœuds.

Nombre de contour  $c=1$

Nombre de nœuds  $n=2$

Nombre de N déplacement à étudier :  $N=n-c$

Dans notre cas  $n=2$  et  $c=1$  d'où  $N=2-1=1$

Donc un déplacement sera étudié.

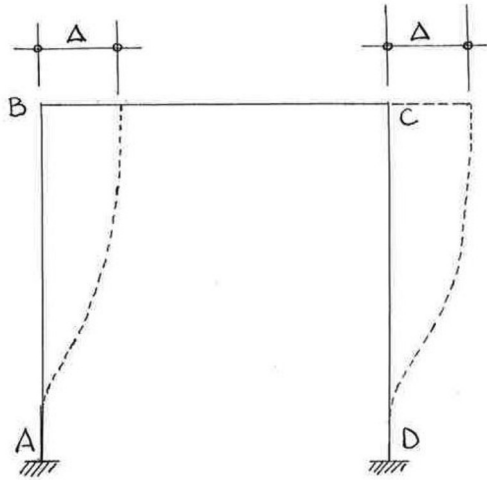
Si nous donnons un déplacement  $\Delta$  à B, d'après la formule (11) chapitre 1, nous aurons :

$$MAB=MBA=MCD=MDC = (6EI\Delta) / L^2$$

Compte tenu que  $\Delta$  est arbitraire nous pouvons prendre  $\Delta=1$  et dans ce cas on aura :

$$MAB=MBA=MCD=MDC=1$$

Ecrivons les équations des moments partiels des barres aboutissant aux nœuds B et C.



#### Nœud B

- $BC = -MBA * C2$
- $BA = -MBA * C1$
- $AB = -MBA * \frac{C1}{2}$
- $CB = -MBA * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

Moment à répartir =  $MCD - \frac{C2}{2} * MBA = MBA \left(1 - \frac{C2}{2}\right) = \Psi$

- $CB = -\Psi * C2$
- $CD = -\Psi * C1$
- $DC = -\Psi * \frac{C1}{2}$
- $BC = -\Psi * \frac{C2}{2}$

#### Nœud B

- $BC = \Psi * \frac{C2}{2} * C2$
- $BA = \Psi * \frac{C2}{2} * C1$
- $AB = \Psi * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$
- $CB = \Psi * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2} = \frac{\Psi C2^2}{2^2}$

#### Nœud C

- $CB = -\frac{\Psi C2^2}{2^2} * C2$
- $CD = -\frac{\Psi C2^2}{2^2} * C1$
- $DC = -\frac{\Psi C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$
- $BC = -\frac{\Psi C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2} = -\frac{\Psi C2^3}{2^3}$

#### Nœud B

- $BC = \frac{\Psi C2^3}{2^3} * C2$
- $BA = \frac{\Psi C2^3}{2^3} * C1$
- $AB = \frac{\Psi C2^3}{2^3} * \frac{C1}{2}$
- $CB = \frac{\Psi C2^3}{2^3} * \frac{C2}{2} = \frac{\Psi C2^4}{2^4}$  avec  $n=4$

#### Nœud C

- $CB = -\frac{\Psi C2^n}{2^n} * C2$  avec  $n=4$
- $CD = -\frac{\Psi C2^n}{2^n} * C1$  avec  $n=4$
- $DC = -\frac{\Psi C2^n}{2^n} * \frac{C1}{2}$  avec  $n=4$
- $BC = -\frac{\Psi C2^n}{2^n} * \frac{C2}{2} = -\frac{\Psi C2^5}{2^5}$

#### Nœud B

- $BC = \frac{\Psi C2^5}{2^5} * C2$
- $BA = \frac{\Psi C2^5}{2^5} * C1$
- $AB = \frac{\Psi C2^5}{2^5} * \frac{C1}{2}$
- $CB = \frac{\Psi C2^5}{2^5} * \frac{C2}{2} = \frac{\Psi C2^6}{2^6}$

Dressons maintenant le tableau des moments dus à un déplacement  $\Delta$  du nœud

	<b>A</b>	<b>B</b>		<b>C</b>		<b>D</b>
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
		C1	C2	C2	C1	
	MAB	MBA			MCD	MDC
B	$-\frac{C1}{2} * MBA$	$-C1 * MBA$	$-C2 * MBA$	$-C2 * /2 * MBA$		
C			$-\left(\frac{\Psi C2}{2}\right)$	$MBA * (1 - C2 / 2) * C2 = -(\Psi C2)$	$-(\Psi C1)$	$-\left(\frac{\Psi C1}{2}\right)$
B	$\frac{\Psi C2}{2} * \frac{C1}{2}$	$\frac{\Psi C2}{2} * C1$	$\frac{\Psi C2}{2} * C2$	$\frac{\Psi C2^2}{2^2}$		
C			$-\left(\frac{\Psi C2^3}{2^3}\right)$	$-\left(\frac{\Psi C2^2}{2^2} * C2\right)$	$-\left(\frac{\Psi C2^2}{2^2} * C1\right)$	$-\left(\frac{\Psi C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}\right)$
B	$\frac{\Psi C2^3}{2^3} * \frac{C1}{2}$	$\frac{\Psi C2^3}{2^3} * C1$	$\frac{\Psi C2^4}{2^3}$	$\frac{\Psi C2^4}{2^4}$		
C			$-\left(\frac{\Psi C2^5}{2^5}\right)$	$-\left(\frac{\Psi C2^5}{2^4}\right)$	$-\left(\frac{\Psi C2^4}{2^4} * C1\right)$	
B	$\frac{\Psi C2^5}{2^5} * \frac{C1}{2}$	$\frac{\Psi C2^5}{2^5} * C1$	$\frac{\Psi C2^5}{2^5} * C2$	$\frac{\Psi C2^5}{2^5} * \frac{C2}{2}$		
MOMENTS	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC

Nous avons :  $\Psi = MBA(1 - C2/2)$

#### Moment MAB

$$MAB = MAB - \frac{C1}{2} * MBA + \Psi C1 / 2 \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

En tenant compte que  $MBA = MAB$  l'équation s'écrit :

$$MAB = C1 / 2 (\Psi S1 - MBA) + MBA \quad (7)$$

#### Moment MBA

$$MBA = MBA - C1 * MBA + C1 * \Psi \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

$$MBA = C1 (\Psi S1 - MBA) + MBA \quad (8)$$

#### Moment MBC

$$MBC = -C2 MBA - \Psi C2 / 2 \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} \right) + \Psi C2 \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

$$MBC = -C2 MBA - \Psi C2 \left( \left( \frac{1}{2} + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} \right) - \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} \right) \right)$$

La somme de la progression géométrique  $\frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^5}$  est calculée pour différentes valeurs de C2 en S9 dans le programme du tableau 4 joint en annexe.

$$MBC = C2 * (-\Psi (S9 - S1) - MBA) \quad (9)$$

### Moment MCB

$$MCB = -C2 / 2MBA - \Psi C2 \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} \right) + \Psi C2 \left( \frac{C2}{2^2} + \frac{C2^3}{2^4} + \frac{C2^5}{2^6} \right)$$

Les sommes des progressions géométriques  $\frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4}$  et  $\frac{C2}{2^2} + \frac{C2^3}{2^4} + \frac{C2^5}{2^6}$  sont calculées pour différentes valeurs de C2, respectivement dans programmes des tableaux 4 et 3 en S9 et S5, joints en annexe.

$$MCB = C2 \left( -\frac{MBA}{2} - \Psi(S9 - S5) \right) \quad (10)$$

### Moment MCD

$$MCD = MCD - \Psi C1 \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} \right)$$

$$MCD = MCD - \Psi C1(1 + S9) \quad (11)$$

### Moment MDC

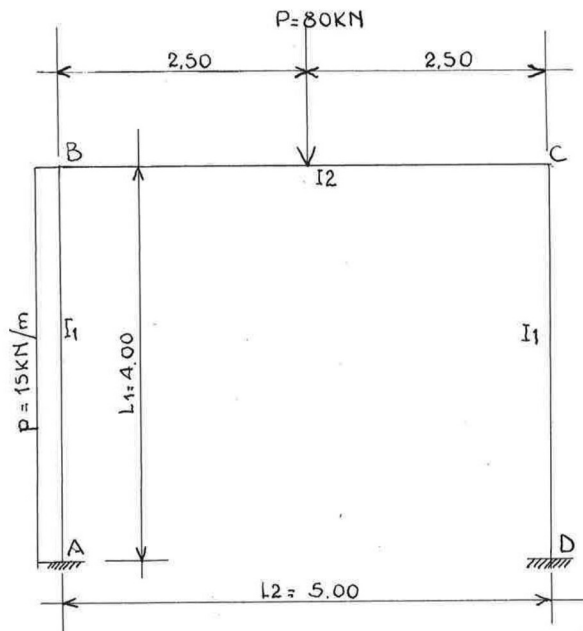
$$MDC = MDC - \Psi C1 / 2(1 + S9) \quad (12)$$

Ces équations font l'objet du programme D1 joint en fin de la présente application.

Dans les applications à venir et pour éviter d'avoir de trop longs développements nous utiliserons essentiellement ce programme pour obtenir les valeurs des moments calculés sous l'effet d'un déplacement arbitraire  $\Delta$  du point B du portique.

### 3.1.3. Applications

#### Application 1



Soit un portique bi-encasté constitué par :

- Deux poteaux BA et CD, d'inertie  $I1=1$
- Une traverse de longueur  $L2=5,00m$  et de moment d'inertie  $I2=2$ , qui supporte une charge  $P$ =centrée de 80kN.
- Le poteau BA, de longueur  $L1=4,00m$  supporte une charge horizontale  $p=15kN/m$ .
- Les coefficients de répartition sont  $C2=0,600$  pour barres BC et CB et  $C1=0,400$  pour les barres BA et CD.

On demande de calculer les moments dans la structure.

**Moment d'encastrement parfait  $MBC=PL2/8$  ;  $MCB=-PL2/8$**

Soit  $MBC=80*5/8= 50kNm$  et  $MCB=-50kNm$

**Moment d'encastrement parfait  $MAB=pL1^2/12$  ;  $MBA=-pL1^2/12$**

$$MAB=(15*4^2)/12=20kNm \text{ et } MBA=-20kNm$$

#### Moment MAB nœuds fixes

$$MAB = -C1 / 2 (MBA + MBC + S1Y) + MBA$$

Avec  $Y = (MCB + MCD) + C2 / 2 (MBA + MBC)$  et  $S1=0,3296$  pour  $C2=0,600$  (tableau 2)

$$Y = (50+0) + 0,600/2(-20+50) = 50+0,300(+30) = 59,000$$

$$MAB = -0,400/2(-20+50+59,000*0,3296) + 20 = 10,110kNm$$

#### Moment MBA nœuds fixes

$$MBA = C1(-MBA - MBC - S1Y) + MBA$$

$$MBA = 0,400(20-50-59,000*0,3296) - 20 = -39,778 kNm$$

#### Moment MBC nœuds fixes

$$MBC = C2 \left( Y \left( \frac{1}{2} + S6 - S1 \right) - (MBA + MBC) \right) + MBC$$

Avec  $S6=0,0494$  pour  $C2=0,600$  (tableau 3 en annexe)

$$MBC = 0,600((59,000(0,5+0,0494-0,3296) - (-20+50)) + 50) = 39,778kNm$$

#### Moment MCB nœuds fixes

$$MCB = MCB - C2 \left( \left( \frac{MBA + MBC}{2} \right) - Y((1 + S3) - S5) \right)$$

Avec  $S3=0,0989$  pour  $C2=0,600$ (tableau 2 en annexe) et  $S5=0,1648$  pour  $C2=0,600$  (tableau 3 en annexe).

$$MCB = -50-0,600/2(-20+50) + 0,600*59,000(1+0,0989-0,1648) = -25,933kNm$$

#### Moment MCD nœuds fixes

$$MCD = MCD + C1 * Y(1 + S3)$$

$$MCD = 0+0,400*59,000(1+0,0989) = 25,934kNm$$

### Moment MDC nœuds fixes

$$MDC = MDC + \frac{C1}{2} * Y(1 + S3)$$

$$MDC = 0 + 0,400/2 * 59,000(1 + 0,0989) = 12,967 \text{ KNm}$$

Le calcul des moments peut être résolu à l'aide du programme du tableau 10 joint en fin de cette d'application.

### Valeurs des efforts tranchants TAB et TDC

$$TAB = PL/2 + (MAB + MBA) / L1$$

$$TDC = (TDC + TCD) / L1$$

Soit numériquement :

$$TAB = \frac{15 * 4}{2} + \frac{(10,110 - 39,286)}{4} = 22,706 \text{ KN}$$

$$TDC = (12,967 + 25,934) / 4,00 = 9,725 \text{ KN}$$

Les forces extérieurs horizontales sont supérieures à la somme de TAB+TDC

$$\Sigma FE = 15 * 4 > (22,706 + 9,725) \Rightarrow 60 > 32,431$$

Il y a donc déplacement des nœuds.

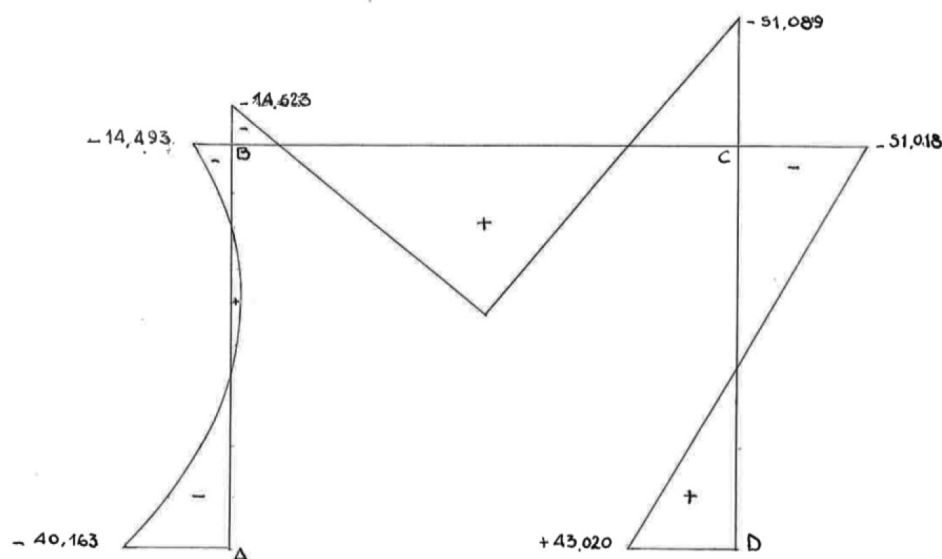
Pour calculer le nombre de déplacement à étudier nous appliquerons la règle contour-nœuds.

Nombre de contour c= 1

Nombre de nœuds n=2

Le tableau des moments définitifs se dresse comme suit :

DESIGNATIONS	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
Moments nœuds fixes	10,110	-39,778	+39,778	-25,933	+25,934	+12,967
Moments déplacement*34,986	30,053	25,155	-25,085	-25,085	+25,155	30,053
Moments totaux	40,163	-14,623	+14,493	-51,018	+51,089	+43,020



Echelles:

Moments: 0,5mm = 1KNm

Barres portiques: 2cm/pm

Nombre de N déplacement à étudier : N=n-c

Dans notre cas n=2 et c=1 d'où N=2-1=1

Donc un déplacement sera étudié.

Si nous donnons un déplacement Δ à B, d'après la formule (11) nous aurons :

$$MAB = MBA = MCD = MDC = (6EI\Delta) / L^2$$

Compte tenu que Δ est arbitraire nous prendrons Δ=1, d'où :

$$MAB = MBA = MCD = MDC = 1$$

Le programme D1 joint en fin de cette application donne pour

C2= 0,600 les moments suivants :

$$MBC = -0,717$$

$$MBA = 0,719$$

$$MAB = 0,859$$

$$MCB = -0,717$$

$$MCD = 0,719$$

$$MDC = 0,859$$

### Valeurs des efforts tranchants en TAB et TDC

$$TAB = (0,859 + 0,719) / 4 = +0,394$$

$$TDC = (0,719 + 0,859) / 4 = +0,394$$

Au niveau d'AD, pour un déplacement kΔ et pour équilibrer la somme des forces horizontales on doit avoir :

$$15 * 4 = 60 = (22,706 + 9,725) + k(0,394 + 0,394) \text{ d'où } k = 34,986$$

Tableau D1 : Portique bi-encastre : moment dus à un déplacement  $\Delta$  barres verticales à inertie identique

C2	C1	C1/2	C2/4	C2/2 <sup>2</sup>	C2 <sup>2</sup> /2 <sup>3</sup>	$\frac{(2+8-C2+8)}{2^3(2-C2^2)}$ (A)	$\frac{(2+4-C2+4)}{2^3(2-C2^2)}$ (B)	SI= C2/2 <sup>4</sup>	S9= (C2 <sup>2</sup> /2 <sup>3</sup> ) <sup>2</sup> B	S10 (C2 <sup>2</sup> /2 <sup>3</sup> ) <sup>3</sup> B	S	MAB	MBA	$\frac{w}{MBA(1-C2/2)}$	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC
0,9750	0,0250	0,0125	0,9037	0,2377	0,1188	1,3076	1,2377	0,6374	0,2941	0,1471	0,0096			0	0	0	0	0	0	0
0,9500	0,0500	0,0250	0,8145	0,2256	0,1128	1,2880	1,2256	0,6118	0,2765	0,1383	0,0065			0	0	0	0	0	0	0
0,9250	0,0750	0,0375	0,7321	0,2139	0,1070	1,2694	1,2139	0,5871	0,2597	0,1298	0,0047			0	0	0	0	0	0	0
0,9000	0,1000	0,0500	0,6561	0,2025	0,1013	1,2518	1,2025	0,5633	0,2435	0,1218	0,0034			0	0	0	0	0	0	0
0,8750	0,1250	0,0625	0,5862	0,1914	0,0957	1,2351	1,1914	0,5403	0,2280	0,1140	0,0027			0	0	0	0	0	0	0
0,8500	0,1500	0,0750	0,5220	0,1806	0,0903	1,2191	1,1806	0,5181	0,2133	0,1066	0,0020			0	0	0	0	0	0	0
0,8250	0,1750	0,0875	0,4633	0,1702	0,0851	1,2040	1,1702	0,4967	0,1991	0,0996	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,8000	0,2000	0,1000	0,4096	0,1600	0,0800	1,1897	1,1600	0,4759	0,1856	0,0928	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,7750	0,2250	0,1125	0,3608	0,1502	0,0751	1,1761	1,1502	0,4557	0,1727	0,0864	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,7500	0,2500	0,1250	0,3164	0,1406	0,0703	1,1632	1,1406	0,4362	0,1604	0,0802	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,7250	0,2750	0,1375	0,2763	0,1314	0,0657	1,1509	1,1314	0,4172	0,1487	0,0743	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,7000	0,3000	0,1500	0,2401	0,1225	0,0613	1,1393	1,1225	0,3988	0,1375	0,0688	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,6750	0,3210	0,1605	0,2126	0,1153	0,0576	1,1301	1,1153	0,3837	0,1285	0,0643	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,6500	0,3500	0,1750	0,1785	0,1056	0,0528	1,1180	1,1056	0,3633	0,1168	0,0584	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,6250	0,4000	0,2000	0,1296	0,0900	0,0450	1,1043	1,0900	0,3313	0,0981	0,0491	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,5840	0,4160	0,2080	0,1163	0,0853	0,0426	1,0988	1,0853	0,3209	0,0925	0,0463	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,5750	0,4250	0,2125	0,1093	0,0827	0,0413	1,0932	1,0827	0,3143	0,0895	0,0447	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,5500	0,4500	0,2250	0,0915	0,0756	0,0378	1,0818	1,0756	0,2975	0,0813	0,0407	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,5250	0,4750	0,2375	0,0760	0,0689	0,0345	1,0740	1,0689	0,2819	0,0737	0,0368	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,5000	0,5000	0,2500	0,0625	0,0625	0,0313	1,0667	1,0625	0,2667	0,0664	0,0332	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,4750	0,5250	0,2625	0,0509	0,0564	0,0282	1,0587	1,0564	0,2514	0,0596	0,0298	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,4500	0,5500	0,2750	0,0410	0,0506	0,0253	1,0506	1,0506	0,2382	0,0532	0,0266	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,4250	0,5750	0,2875	0,0326	0,0452	0,0226	1,0473	1,0452	0,2225	0,0472	0,0236	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,4000	0,6000	0,3000	0,0256	0,0400	0,0200	1,0417	1,0400	0,2083	0,0416	0,0208	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,3750	0,6250	0,3125	0,0198	0,0352	0,0176	1,0364	1,0352	0,1943	0,0364	0,0182	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,3500	0,6500	0,3250	0,0150	0,0306	0,0153	1,0316	1,0306	0,1805	0,0316	0,0158	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,3210	0,6790	0,3395	0,0106	0,0258	0,0129	1,0271	1,0258	0,1649	0,0264	0,0132	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,3000	0,7000	0,3500	0,0081	0,0225	0,0113	1,0230	1,0225	0,1535	0,0230	0,0115	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,2750	0,7250	0,3625	0,0057	0,0189	0,0095	1,0193	1,0189	0,1401	0,0193	0,0096	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,2500	0,7500	0,3750	0,0039	0,0156	0,0078	1,0159	1,0156	0,1270	0,0159	0,0079	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,2250	0,7750	0,3875	0,0026	0,0127	0,0063	1,0128	1,0127	0,1139	0,0128	0,0064	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,2000	0,8000	0,4000	0,0016	0,0100	0,0050	1,0101	1,0100	0,1010	0,0101	0,0051	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,1750	0,8250	0,4125	0,0009	0,0077	0,0038	1,0077	1,0077	0,0882	0,0077	0,0039	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,1500	0,8500	0,4250	0,0005	0,0056	0,0028	1,0057	1,0056	0,0754	0,0057	0,0028	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,1250	0,8750	0,4375	0,0002	0,0039	0,0020	1,0039	1,0039	0,0627	0,0039	0,0020	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,1000	0,9000	0,4500	0,0001	0,0025	0,0013	1,0025	1,0025	0,0501	0,0025	0,0013	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,0975	0,9025	0,4513	0,0001	0,0024	0,0012	1,0024	1,0024	0,0489	0,0024	0,0012	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,0950	0,9050	0,4525	0,0001	0,0023	0,0011	1,0023	1,0023	0,0476	0,0023	0,0011	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,0925	0,9075	0,4538	0,0001	0,0021	0,0011	1,0021	1,0021	0,0463	0,0021	0,0011	0,0019			0	0	0	0	0	0	0
0,0900	0,9100	0,4550	0,0001	0,0020	0,0010	1,0020	1,0020	0,0451	0,0020	0,0010	0,0019			0	0	0	0	0	0	0

Tableau 10 : Portique bi-encastre charge dissymétriquement. Nœuds fixes

C2	C1	S1 C2/2*A	S3 (C2/2)*A	S5 (C2/2)*A	S6 (C2/2)*A	1/2*S6-S1	1+S3-S5	(2*A-C2^2)/ (2*A-C2^2)*A	2*A*(2-C2^2)	A=	MAB	MBA	MCB	MCD	MDC	MBC	MCB
0.9750	0.0250	0.6374	0.3107	0.3187	0.1554	0.0179	0.9920	255,1833	195,1600	1.3076							
0.9500	0.0500	0.6118	0.2906	0.3059	0.1453	0.0335	0.9847	255,3366	196,2400	1.2880							
0.9250	0.0750	0.5871	0.2715	0.2936	0.1358	0.0487	0.9780	255,4640	201,2400	1.2694							
0.9000	0.1000	0.5633	0.2535	0.2817	0.1267	0.0634	0.9718	255,5695	204,1600	1.2518							
0.8750	0.1250	0.5403	0.2384	0.2702	0.1182	0.0779	0.9662	255,6564	207,0000	1.2351							
0.8500	0.1500	0.5181	0.2202	0.2591	0.1101	0.0920	0.9611	255,7275	209,7600	1.2191							
0.8250	0.1750	0.4967	0.2049	0.2483	0.1024	0.1058	0.9565	255,7854	212,4400	1.2040							
0.8000	0.2000	0.4759	0.1904	0.2379	0.0952	0.1193	0.9524	255,8322	215,0400	1.1897							
0.7750	0.2250	0.4557	0.1766	0.2279	0.0883	0.1326	0.9487	255,8699	217,5600	1.1761							
0.7500	0.2500	0.4362	0.1636	0.2181	0.0818	0.1456	0.9455	255,8999	220,0000	1.1632							
0.7250	0.2750	0.4172	0.1512	0.2086	0.0756	0.1584	0.9426	255,9237	222,3600	1.1509							
0.7000	0.3000	0.3988	0.1396	0.1994	0.0698	0.1710	0.9402	255,9424	224,6400	1.1393							
0.6750	0.3250	0.3749	0.1250	0.1874	0.0625	0.1876	0.9375	255,9610	227,5612	1.1248							
0.6500	0.3500	0.3526	0.1044	0.1698	0.0522	0.2126	0.9346	255,9795	231,7936	1.1043							
0.6250	0.3750	0.3296	0.0989	0.1648	0.0494	0.2274	0.9341	255,9832	232,9600	1.0888							
0.6000	0.4000	0.3192	0.0932	0.1596	0.0466	0.2431	0.9336	255,9865	234,1724	1.0932							
0.5840	0.4160	0.3134	0.0901	0.1567	0.0450	0.2517	0.9334	255,9881	234,8400	1.0901							
0.5750	0.4250	0.3134	0.0901	0.1567	0.0450	0.2517	0.9334	255,9881	234,8400	1.0901							
0.5500	0.4500	0.2975	0.0818	0.1487	0.0409	0.2667	0.9331	255,9916	236,6400	1.0818							
0.5250	0.4750	0.2819	0.0740	0.1410	0.0370	0.2851	0.9330	255,9942	238,3600	1.0740							
0.5000	0.5000	0.2667	0.0667	0.1333	0.0333	0.2782	0.9333	255,9961	240,0000	1.0667							
0.4750	0.5250	0.2517	0.0598	0.1258	0.0299	0.2897	0.9339	255,9974	241,5600	1.0598							
0.4500	0.5500	0.2370	0.0533	0.1185	0.0267	0.2897	0.9348	255,9983	243,0400	1.0533							
0.4250	0.5750	0.2225	0.0473	0.1113	0.0236	0.3011	0.9360	255,9989	244,4400	1.0473							
0.4000	0.6000	0.2083	0.0417	0.1042	0.0208	0.3125	0.9375	255,9993	245,7600	1.0417							
0.3750	0.6250	0.1943	0.0364	0.0972	0.0182	0.3239	0.9393	255,9996	247,0000	1.0364							
0.3500	0.6500	0.1805	0.0316	0.0903	0.0158	0.3353	0.9413	255,9998	248,1600	1.0316							
0.3210	0.6790	0.1647	0.0264	0.0824	0.0132	0.3485	0.9441	255,9999	249,4054	1.0264							
0.3000	0.7000	0.1535	0.0230	0.0767	0.0115	0.3581	0.9463	255,9999	250,2400	1.0230							
0.2750	0.7250	0.1401	0.0193	0.0701	0.0096	0.3695	0.9492	256,0000	251,1600	1.0193							
0.2500	0.7500	0.1270	0.0159	0.0635	0.0079	0.3810	0.9524	256,0000	252,0000	1.0159							
0.2250	0.7750	0.1139	0.0128	0.0570	0.0064	0.3925	0.9558	256,0000	252,7600	1.0128							
0.2000	0.8000	0.1010	0.0101	0.0505	0.0051	0.4040	0.9596	256,0000	253,4400	1.0101							
0.1750	0.8250	0.0882	0.0077	0.0441	0.0039	0.4157	0.9636	256,0000	254,0400	1.0077							
0.1500	0.8500	0.0754	0.0057	0.0377	0.0028	0.4274	0.9679	256,0000	254,5600	1.0057							
0.1250	0.8750	0.0627	0.0039	0.0314	0.0020	0.4392	0.9725	256,0000	255,0000	1.0039							
0.1000	0.9000	0.0501	0.0025	0.0251	0.0013	0.4511	0.9779	256,0000	255,3600	1.0025							
0.0975	0.9025	0.0489	0.0024	0.0244	0.0012	0.4523	0.9779	256,0000	255,3916	1.0024							
0.0950	0.9050	0.0476	0.0023	0.0238	0.0011	0.4535	0.9785	256,0000	255,4224	1.0024							
0.0925	0.9075	0.0463	0.0021	0.0232	0.0011	0.4547	0.9790	256,0000	255,4524	1.0021							
0.0900	0.9100	0.0451	0.0020	0.0225	0.0010	0.4559	0.9795	256,0000	255,4816	1.0020							

### 3.2. ETABLISSEMENT DES EQUATIONS GENERALES POUR DES PORTIQUES, BI ARTICULES, CHARGES DISSYMETRIQUEMENT ET DONT LES RAIDEURS DES BARRES VERTICALES SONT IDENTIQUES

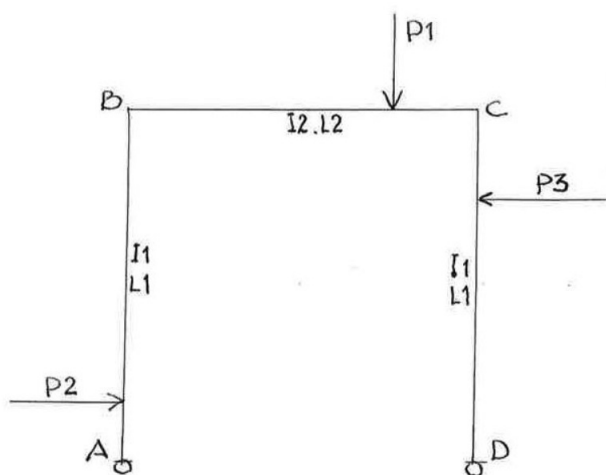
#### 3.2.1. Lorsque les nœuds sont fixes

Dans ce cas de structure les moments en pied du portique sont nuls.

La définition des coefficients de répartition  $C2$  et  $C1$ , dans le cas d'un portique articulé est donné par les formules (4), (5), (6), (7) du chapitre 1.

Soit un portique bi-articulé ABCD, ayant pour coefficients de répartition  $C2=CBC=CCB$  et  $C1=CBA=CCD$ .

Ce portique est chargé indifféremment sur ses trois barres et les moments d'encastrement parfaits sont :  $MBA, MBC, MCB, MCD$ . Etablissons le tableau relatif aux valeurs des moments répartis et transmis dans les barres du portique.



#### Nœud B

Moment à répartir =  $(MBA + MBC)$

Moments répartis :

- $BC = -C2(MBA + MBC)$
- $BA = -C1(MBA + MBC)$

Moments transmis :

- $CB = -C2/2(MBA + MBC)$

#### Nœud C

Moments à répartir =  $(MCB + MCD) + (MBA + MBC) * -C2/2$

Appelons  $K$  la quantité :  $-(MCB + MCD) + (MBA + MBC) * C2/2$

Moments répartis :  $CB = KC2$

$CD = KC1$

Moment transmis :  $BC = KC2 / 2$

#### Nœud B

- $BC = -\frac{KC2}{2} * C2$
- $BA = -\frac{KC2}{2} * C1$
- $CB = -\frac{KC2}{2} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

- $CB = \frac{KC2^2}{2^2} * C2$
- $CD = \frac{KC2^2}{2^2} * C1$
- $BC = \frac{KC2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud B

- $BC = -\frac{KC2^3}{2^3} * C2$
- $BA = -\frac{KC2^3}{2^3} * C1$
- $CB = -\frac{KC2^3}{2^3} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

- $CB = \frac{KC2^4}{2^4} * C2$
- $CD = \frac{KC2^4}{2^4} * C1$
- $BC = \frac{KC2^4}{2^4} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud B

- $BC = -\frac{KC2^5}{2^5} * C2$
- $BA = -\frac{KC2^5}{2^5} * C1$
- $CB = -\frac{KC2^5}{2^5} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

- $CB = \frac{KC2^6}{2^6} * C2$
- $CD = \frac{KC2^6}{2^6} * C1$
- $BC = \frac{KC2^6}{2^6} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud B

- $BC = -\frac{KC2^7}{2^7} * C2$
- $BA = -\frac{KC2^7}{2^7} * C1$
- $CB = -\frac{KC2^7}{2^7} * \frac{C2}{2}$

Le tableau des moments s'établit comme suit :

	B		C	
	BA	BC	CB	CD
	C1	C2	C2	C1
	MBA	MBC	MCB	MCD
B	$(-MBA - MBC)C1$	$(-MBA - MBC)C2$	$(-MBA - MBC)C2 / 2$	
C		$\frac{KC2}{2}$	KC2	KC1
B	$-\left(\frac{KC2}{2} * C1\right)$	$-\left(\frac{KC2}{2} * C2\right)$	$-\left(\frac{KC2}{2} * \frac{C2}{2}\right)$	
C		$\frac{KC2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$	$\frac{KC2^2}{2^2} * C2$	$\frac{KC2^2}{2^2} * C1$
B	$-\left(\frac{KC2^3}{2^3} * C1\right)$	$-\left(\frac{KC2^3}{2^3} * C2\right)$	$-\left(\frac{KC2^3}{2^3} * \frac{C2}{2}\right)$	
C		$\frac{KC2^4}{2^4} * \frac{C2}{2}$	$\frac{KC2^4}{2^4} * C2$	$\frac{KC2^4}{2^4} * C1$
B	$-\left(\frac{KC2^5}{2^5} * C1\right)$	$-\left(\frac{KC2^5}{2^5} * C2\right)$	$-\left(\frac{KC2^5}{2^5} * \frac{C2}{2}\right)$	
C		$\frac{KC2^6}{2^6} * \frac{C2}{2}$	$\frac{KC2^6}{2^6} * C2$	$\frac{KC2^6}{2^6} * C1$
B	$-\left(\frac{KC2^7}{2^7} * C1\right)$	$-\left(\frac{KC2^7}{2^7} * C2\right)$	$-\left(\frac{KC2^7}{2^7} * \frac{C2}{2}\right)$	
Moments	MBA	MBC	MCB	MCD

En additionnant les moments partiels des différentes colonnes nous avons, en tenant compte que  $K = (MCB + MCD) + (MBA + MBC) * \frac{C2}{2}$  :

#### Moment MCB

$$MCB = MCB - (MBA + MBC) * \frac{C2}{2} + K * C2 \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6} \right) - \left( \frac{C2}{2^2} + \frac{C2^3}{2^4} + \frac{C2^5}{2^6} + \frac{C2^7}{2^8} \right)$$

La somme des progressions géométriques  $\frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6}$  et  $\frac{C2}{2^2} + \frac{C2^3}{2^4} + \frac{C2^5}{2^6} + \frac{C2^7}{2^8}$  sont calculées pour différentes valeurs de C2 dans les programmes des tableaux 2 et 3 joints en annexe, respectivement en S4 et S5.

$$MCB = MCB - (MBA + MBC) * \frac{C2}{2} + K * C2 (1 + S4 - S5)$$

$$MCB = C2 \left( -\frac{MBA + MBC}{2} + K(1 + S4 - S5) \right) + MCB \quad (13)$$

#### Moment MCD

$$MCD = K * C1 \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6} \right)$$

$$MCD = KC1(1 + S4) \quad (14)$$

### Moment MBC

$$MBC = MBC * C1 - MBA * C2 + K * C2 \left( \left( \frac{1}{2} + \frac{C2^2}{2^3} + \frac{C2^4}{2^5} + \frac{C2^6}{2^7} \right) - \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C2^7}{2^7} \right) \right)$$

En tenant compte des sommes des progressions géométriques S6 et S1 calculées dans les programmes des tableaux 2 et 3 joints en annexe, le moment MBC s'écrira :

$$MBC = MBC * C1 - C2 \left( MBA - K \left( \frac{1}{2} + S6 - S1 \right) \right) \quad (15)$$

### Moment MBA

$$MBA = MBA - (MBA + MBC) * C1 - K * C1 \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C2^7}{2^7} \right)$$

$$MBA = MBA * C2 - C1 (MBC + K S1) \quad (16)$$

Les efforts tranchants au niveau de la base du portique s'écrivent.

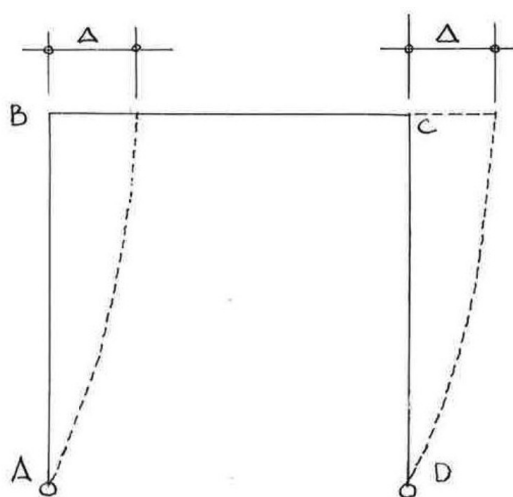
$$TAB = T' + (MBA) / h$$

$$TDC = T'' + (MCD) / h$$

T' et T'' représentent les efforts tranchants isostatiques.

Si les forces extérieures  $f_e$  sont telles que  $\Sigma f_e > TAB + TDC$  alors il y a déplacement des nœuds.

### 3.2.2. Lorsque les nœuds subissent un déplacement $\Delta$ .



Si nous donnons un déplacement  $\Delta$  à B, d'après la formule (12) du chapitre 1 nous aurons :

$$MAB = MBA = MCD = MDC = (3EI\Delta) / L^2$$

Avec une valeur arbitraire  $\Delta$  on aura  $MAB = MBA = MCD = MDC = \Delta$

Le calcul des moments s'établit de la même façon que dans le cas d'un portique encastré chargé symétriquement mais avec nœud A=0 et nœud D=0  $\leftrightarrow AB = 0$  et  $MDC = 0$

De ce fait nous établirons directement le tableau des moments, qui est joint ci-dessous.

	B		C	
	BA	BC	CB	CD
	C1	C2	C2	C1
	MBA			MCD
B	$-C1MBA$	$-C2MBA$	$-C2 / 2 * MBA$	
C		$-(\beta * \frac{C2}{2})$	$-(\beta * C2)$	$-(\beta * C1)$
B	$\beta * \frac{C2}{2} * C1$	$\beta * \frac{C2}{2} * C2$	$\beta * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2}$	

C		$-\left(\beta * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}\right)$	$-\left(\beta * \frac{C2^2}{2^2} * C2\right)$	$-\left(\beta * \frac{C2^2}{2^2} * C1\right)$
B	$\beta * \frac{C2^3}{2^3} * C1$	$\beta * \frac{C2^3}{2^3} * C2$	$\beta * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C2}{2}$	
C		$-\left(\beta * \frac{C2^4}{2^4} * \frac{C2}{2}\right)$	$-\left(\beta * \frac{C2^4}{2^4} * C2\right)$	$-\left(\beta * \frac{C2^4}{2^4} * C1\right)$
B	$\beta * \frac{C2^5}{2^5} * C1$	$\beta * \frac{C2^5}{2^5} * C2$	$\beta * \frac{C2^5}{2^5} * \frac{C2}{2}$	
C		$-\left(\beta * \frac{C2^6}{2^6} * \frac{C2}{2}\right)$	$-\left(\beta * \frac{C2^6}{2^6} * C2\right)$	$-\left(\beta * \frac{C2^6}{2^6} * C1\right)$
MOMENTS	MBA	MBC	MCB	MCD

Les moments du portique articulé, avec  $\beta=(1-C2/2)*MBA$ , sous l'effet d'un déplacement forfaitaire  $\Delta$  du nœud B s'écrivent :

#### Moment MBA

$$MBA = MBA(1 - C1) + \beta C1 \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

La somme de la progression géométrique  $\frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5}$  est calculée pour différentes valeurs de C2, en S1 dans le programme du tableau 2 joint en annexe.

$$MBA = MBA * C2 + \beta C1 S1 \quad (17)$$

#### Moment MBC

$$MBC = -C2 MBA - \beta C2 \left( \frac{1}{2} + \frac{C2^2}{2^3} + \frac{C2^4}{2^5} + \frac{C2^6}{2^7} \right) + \beta C2 \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

La somme de la progression géométrique  $\left( \frac{1}{2} + \frac{C2^2}{2^3} + \frac{C2^4}{2^5} + \frac{C2^6}{2^7} \right)$  est calculée pour différentes valeurs de C2, en S6, dans le programme du tableau 3 joint en annexe. Celle de la progression géométrique  $\frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5}$  est calculée en S1 dans le programme du tableau 2 joint en annexe.

$$MBC = C2 \left( -MBA - \beta \left( \left( \frac{1}{2} + S6 \right) - S1 \right) \right) \quad (18)$$

#### Moment MCB

$$MCB = -\frac{C2}{2} * MBA - C2 \beta \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6} \right) + C2 / 2 \beta \left( \frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

Les sommes des progressions géométriques  $\frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6}$  et  $\frac{C2}{2} + \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C2^5}{2^5}$  sont calculées pour différentes valeurs de C2, en S3 et S5, dans les programmes des tableaux 2 et 3 joints en annexe.

$$MCB = C2 \left( -\frac{MBA}{2} - \beta (1 + S3 - S5) \right) \quad (19)$$

#### Moment MCD

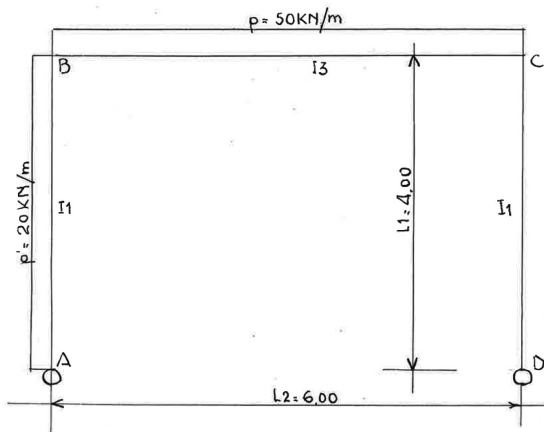
$$MCD = MCD - \beta C1 \left( 1 + \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6} \right)$$

La somme de la progression géométrique  $\frac{C2^2}{2^2} + \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C2^6}{2^6}$  est calculée pour différentes valeurs de C2 en S3 dans le tableau 2 joint en annexe.

$$MCD = MCD - \beta C1 S3 \quad (20)$$

Les équations 17 à 20 font l'objet d'un programme établi dans le tableau D3, utilisé dans l'application ci-dessous.

### 3.2.3. Applications



#### Application 1

Soit un portique ABCD articulé en A et D. Sa traverse BC a une longueur de 6,00m et un moment d'inertie  $I=3$  ; elle supporte une charge de 50kN/ml.

Les barres verticales AB et CD ont 4,00m de hauteur et un moment d'inertie égal à  $I1=1$

La barre verticale AB supporte une charge horizontale de 20kN/ml.

On demande de calculer les moments au droit des nœuds.

#### Raideur des barres

$$RCD=RBA= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16} = 0,1875$$

$$RBC= \frac{3}{6} = 0,50$$

#### Coefficients de répartition

$$C1=CBA=CCD=0,1875 / (0,1875+0,50) = 0,2727$$

$$C2=CBC= CCB=0,50 / (0,1875+0,50) = 0,7273$$

#### Moments d'encastrement parfait

$$MBC=(50 \cdot 6^2) / 12 = 150 \text{ kNm}$$

$$MCB=-(50 \cdot 6^2) / 12 = -150 \text{ kNm}$$

$$MBA=-(20 \cdot 4^2) / 8 = -40 \text{ kNm}$$

#### Moment MCB nœuds fixes

$$MCB= C2 \left( -\frac{MBA + MBC}{2} + K(1 + S4 - S5) \right) + MCB$$

$$\text{Avec : } K = -\left( \frac{MCB + MCD}{2} \right) + \left( \frac{MBA + MBC}{2} \right) \cdot \frac{C2}{2} :$$

$$K = -(-150+0) + ((-40+150)) \cdot 0,7273/2 = 190,00$$

Les moments définitifs sont reportés dans le tableau ci-dessous :

DESIGNATIONS	B		C	
	BA	BC	CB	CD
Moments nœuds fixes	-91,701	+91,692	-59,760	+59,689
Moments déplacement*240,015	+96,006	-96,030	-96,030	96,030
Moments totaux	+4,305	-4,338	-155,790	+155,719

Les poussées à la base sont :

$$TAB= 17,075+0,1000 \cdot 240,015 = +41,076$$

$$TDC= 14,922+ 0,1000 \cdot 240,015 = +38,923$$

$$MCB=0,7273((-40+150) / 2 + 190,00(1+0,1520-0,2095)) - 150 = -59,760 \text{ kNm}$$

Les valeurs de  $S4=0,1520$  et de  $S5=0,2095$  sont données respectivement dans les programmes des tableaux 2 et 3 joints en annexe pour  $C2= 0,7273$

$$MCB= -59,760 \text{ kNm}$$

#### Moment MBC nœuds fixes

$$MBC=(MBC \cdot C1) - C2 \left( \frac{1}{2} + S6 - S1 \right)$$

$$MBC= (150 \cdot 0,2727) - 0,7273((-40-190(0,5+0,0762-0,4189))$$

$$MBC= (40,905) - 0,7273((-40-190(0,157)) = 91,692 \text{ kNm}$$

#### Moment MBA nœuds fixes

$$MBA= MBA \cdot C2 - C1(MBC + KS1)$$

$$MBA= (-40 \cdot 0,7273) - 0,2727(150+190 \cdot 0,4189)$$

$$MBA= -29,092 - 62,609 = -91,701 \text{ kNm}$$

#### Moment MCD nœuds fixes

$$MCD= KC1(1 + S4)$$

$$MCD=190,00 \cdot 0,2727(1+0,1520) = 59,689 \text{ kNm}$$

Les moments peuvent être résolus à l'aide du programme indiqué dans le tableau 12 joint en fin de cette application ; il donne les valeurs des moments suivantes :

$$MBA=-91,703 ; MCD=59,603 ; MBC=91,724 ; MCB=-59,983$$

Ces valeurs sont très peu différentes de celles trouvées par les formules.

#### Calcul des efforts tranchants lorsque les nœuds sont fixes

$$TAB= (20 \cdot 4,00) / 2 - 91,701/4 = +17,075$$

$$TDC= 59,689/4 = +14,922$$

$$\text{Poussée au niveau d'AD} = +17,075 + 14,922 = +31,997$$

#### Moments dus à un déplacement arbitraire Δ

Donnons à B un déplacement arbitraire  $\Delta=0,5$  ; On aura  $MBA=MCD=0,5$

Le tableau D3 joint en fin de cette application donne pour  $C2=0,7273$  et  $MBA=MCD=0,5$  les moments suivants :

$$MBA=MCD=0,4000 ; MBC=MCB=-0,4001$$

$$\text{Nous avons : } TAB=TDC=0,4000/4=0,1000$$

$$\text{Au niveau de TAD} = 0,1000+0,1000=0,2000$$

Pour un déplacement  $k\Delta$  on doit avoir la somme des forces horizontales égale à 0

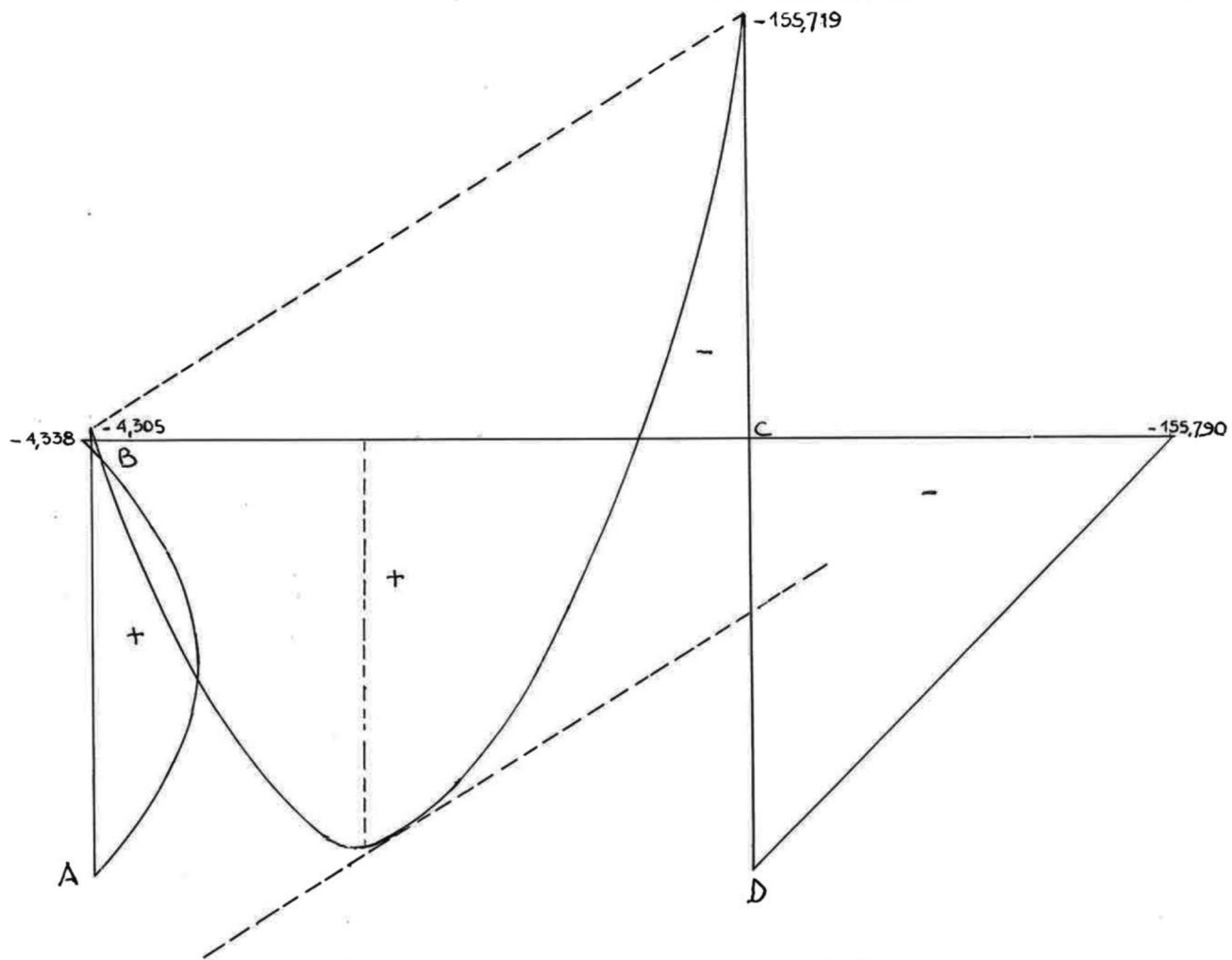
$$\text{D'où : } 80=17,075+14,922+(k \cdot 0,2000) \text{ d'où } k=240,015$$

Tableau 12 : Portique bi-articulé chargé dissymétriquement – Nœuds fixes

C2	C1	S1	C2/Z1	S4	S5	S6	1/2-S6-S1	1+S3-S5	(2°-B-C2°-B)/	2°-A(2°-C2°)	A=	(2°-G-C2°-G)/	A'	MBA	MBC	MCS	MCD	MBA+	MBC	(-MBA-MBC)/2+ (1+S4-S5)	MCB
0,975	0,095	0,6174	0,2377	0,2076	0,3193	0,1554	0,0179	0,9898	255,183	195,160	1,308	63,141	1,294	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,950	0,050	0,6118	0,2256	0,2875	0,3059	0,1453	0,0355	0,9815	255,337	198,240	1,288	63,141	1,274	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,925	0,075	0,5871	0,2139	0,2665	0,2936	0,1358	0,0487	0,9749	255,484	201,240	1,269	63,141	1,255	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,900	0,100	0,5633	0,2025	0,2505	0,2817	0,1267	0,0634	0,9689	255,570	204,160	1,252	63,141	1,240	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,875	0,125	0,5403	0,1914	0,2335	0,2702	0,1182	0,0779	0,9634	255,656	207,000	1,235	63,141	1,227	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,850	0,150	0,5181	0,1806	0,2175	0,2591	0,1101	0,0920	0,9584	255,728	209,760	1,219	63,141	1,204	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,825	0,175	0,4967	0,1702	0,2023	0,2483	0,1024	0,1058	0,9540	255,785	212,440	1,204	63,141	1,189	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,800	0,200	0,4757	0,1603	0,1875	0,2379	0,0952	0,1192	0,9500	255,832	215,060	1,190	63,141	1,174	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,775	0,225	0,4557	0,1502	0,1743	0,2271	0,0883	0,1352	0,9464	255,876	217,560	1,176	63,141	1,165	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,750	0,250	0,4362	0,1406	0,1614	0,2181	0,0818	0,1532	0,9433	255,900	220,000	1,163	63,141	1,148	0,000	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0	0
0,727	0,273	0,4189	0,1322	0,1503	0,2095	0,0762	0,1722	0,9409	255,922	222,146	1,152	63,141	1,137	-40,000	150,000	-150,000	190,0015	-91,704	91,725	123,7683	-59,983
0,700	0,300	0,3988	0,1225	0,1377	0,1994	0,0698	0,1910	0,9383	255,942	224,640	1,139	63,141	1,124	0	0	0	0	0	0	0	0
0,667	0,333	0,3749	0,1111	0,1233	0,1874	0,0625	0,1876	0,9358	255,961	227,561	1,125	63,141	1,110	0	0	0	0	0	0	0	0
0,650	0,350	0,3633	0,1056	0,1165	0,1817	0,0590	0,1957	0,9348	255,968	228,960	1,118	63,141	1,103	0	0	0	0	0	0	0	0
0,625	0,375	0,3486	0,0968	0,1068	0,1742	0,0544	0,2034	0,9334	255,980	230,760	1,104	63,141	1,095	0	0	0	0	0	0	0	0
0,584	0,406	0,3192	0,0853	0,0920	0,1596	0,0466	0,2214	0,9324	255,986	234,172	1,093	63,141	1,079	0	0	0	0	0	0	0	0
0,575	0,425	0,3134	0,0827	0,0889	0,1567	0,0450	0,2317	0,9322	255,988	236,640	1,090	63,141	1,075	0	0	0	0	0	0	0	0
0,550	0,450	0,2975	0,0756	0,0807	0,1487	0,0409	0,2434	0,9320	255,992	238,640	1,082	63,141	1,067	0	0	0	0	0	0	0	0
0,525	0,475	0,2819	0,0689	0,0730	0,1410	0,0370	0,2551	0,9321	255,994	238,360	1,074	63,141	1,060	0	0	0	0	0	0	0	0
0,500	0,500	0,2667	0,0625	0,0658	0,1333	0,0333	0,2667	0,9324	255,996	240,000	1,067	63,141	1,052	0	0	0	0	0	0	0	0
0,475	0,525	0,2517	0,0564	0,0590	0,1258	0,0299	0,2782	0,9331	255,997	241,560	1,060	63,141	1,046	0	0	0	0	0	0	0	0
0,450	0,550	0,2377	0,0506	0,0526	0,1185	0,0267	0,2907	0,9334	255,998	243,160	1,053	63,141	1,039	0	0	0	0	0	0	0	0
0,425	0,575	0,2225	0,0452	0,0477	0,1117	0,0236	0,3031	0,9344	255,999	244,440	1,042	63,141	1,033	0	0	0	0	0	0	0	0
0,400	0,600	0,2083	0,0400	0,0411	0,1042	0,0208	0,3125	0,9369	255,999	245,760	1,042	63,141	1,028	0	0	0	0	0	0	0	0
0,375	0,625	0,1943	0,0352	0,0359	0,0972	0,0182	0,3239	0,9388	256,000	247,000	1,036	63,141	1,023	0	0	0	0	0	0	0	0
0,350	0,650	0,1805	0,0306	0,0312	0,0903	0,0158	0,3353	0,9409	256,000	248,160	1,032	63,141	1,018	0	0	0	0	0	0	0	0
0,321	0,679	0,1647	0,0258	0,0261	0,0824	0,0132	0,3485	0,9437	256,000	249,405	1,026	63,141	1,013	0	0	0	0	0	0	0	0
0,300	0,700	0,1535	0,0225	0,0227	0,0767	0,0115	0,3581	0,9460	256,000	250,240	1,023	63,141	1,009	0	0	0	0	0	0	0	0
0,275	0,725	0,1418	0,0196	0,0197	0,0715	0,0098	0,3685	0,9485	256,000	251,000	1,018	63,141	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0
0,250	0,750	0,1270	0,0166	0,0157	0,0655	0,0079	0,3810	0,9522	256,000	252,000	1,018	63,141	1,002	0	0	0	0	0	0	0	0
0,225	0,775	0,1139	0,0127	0,0126	0,0570	0,0064	0,3925	0,9557	256,000	252,760	1,013	63,141	0,999	0	0	0	0	0	0	0	0
0,200	0,800	0,1010	0,0100	0,0100	0,0505	0,0051	0,4040	0,9595	256,000	253,440	1,010	63,141	0,994	0	0	0	0	0	0	0	0
0,175	0,825	0,0882	0,0077	0,0076	0,0441	0,0039	0,4157	0,9635	256,000	254,040	1,008	63,141	0,994	0	0	0	0	0	0	0	0
0,150	0,850	0,0754	0,0056	0,0056	0,0377	0,0028	0,4274	0,9679	256,000	254,560	1,006	63,141	0,992	0	0	0	0	0	0	0	0
0,125	0,875	0,0627	0,0039	0,0039	0,0314	0,0020	0,4392	0,9725	256,000	255,000	1,004	63,141	0,990	0	0	0	0	0	0	0	0
0,100	0,900	0,0504	0,0027	0,0027	0,0244	0,0015	0,4511	0,9779	256,000	255,440	1,002	63,141	0,989	0	0	0	0	0	0	0	0
0,098	0,903	0,0489	0,0024	0,0024	0,0234	0,0012	0,4533	0,9779	256,000	255,392	1,002	63,141	0,989	0	0	0	0	0	0	0	0
0,095	0,905	0,0476	0,0023	0,0023	0,0238	0,0011	0,4535	0,9784	256,000	255,422	1,002	63,141	0,989	0	0	0	0	0	0	0	0
0,093	0,908	0,0463	0,0021	0,0021	0,0232	0,0011	0,4547	0,9789	256,000	255,452	1,002	63,141	0,989	0	0	0	0	0	0	0	0
0,090	0,910	0,0451	0,0020	0,0020	0,0225	0,0010	0,4559	0,9795	256,000	255,482	1,002	63,141	0,989	0	0	0	0	0	0	0	0

Tableau D3 : Moments dus à un déplacement  $\Delta$  – Portique bi-articulé-barrés verticales à inertie identique

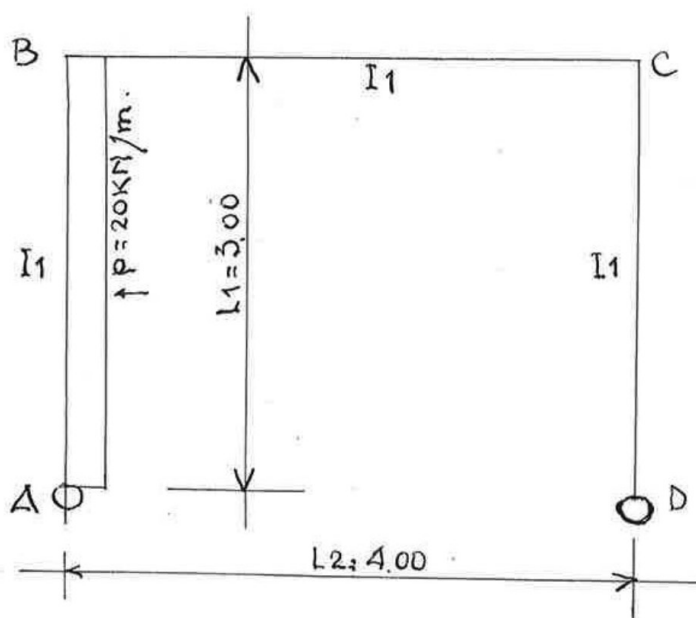
C2	C2/2	C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2</sup>	C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2</sup>	C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2</sup>	(2 <sup>Λ</sup> 8-C2 <sup>Λ</sup> 8)/ 2 <sup>Λ</sup> 6(2 <sup>2</sup> -C2 <sup>2</sup> ) (A)	S1= C2/2 <sup>Λ</sup> A	S3= C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2Λ</sup> A	S5= C2/2 <sup>2Λ</sup> A	S6= C2 <sup>2</sup> /2 <sup>Λ</sup> 3	MBA	MCD	$\beta =$ MBA(1-C2/2)	MBA	MBC	MCB	MCD
0,9750	0,4875	0,2377	0,2438	0,1188	1,3076	0,6374	0,3107	0,3187	0,1554			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,9500	0,4750	0,2256	0,2375	0,1128	1,2880	0,6118	0,2906	0,3059	0,1453			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,9250	0,4625	0,2139	0,2313	0,1070	1,2694	0,5871	0,2715	0,2936	0,1358			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,9000	0,4500	0,2025	0,2250	0,1013	1,2518	0,5633	0,2535	0,2817	0,1267			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,8750	0,4375	0,1914	0,2188	0,0957	1,2351	0,5403	0,2364	0,2702	0,1182			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,8500	0,4250	0,1806	0,2125	0,0903	1,2191	0,5181	0,2202	0,2591	0,1101			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,8250	0,4125	0,1702	0,2063	0,0851	1,2040	0,4967	0,2049	0,2483	0,1024			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,8000	0,4000	0,1600	0,2000	0,0800	1,1897	0,4759	0,1904	0,2379	0,0952			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,7750	0,3875	0,1502	0,1938	0,0751	1,1761	0,4557	0,1766	0,2279	0,0883			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,7500	0,3750	0,1406	0,1875	0,0703	1,1632	0,4362	0,1636	0,2181	0,0818			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,7273	0,3637	0,1322	0,1818	0,0661	1,1509	0,4185	0,1522	0,2093	0,0761		0,5	0,318	0,400	-0,400	-0,400	0,400
0,7000	0,3500	0,1225	0,1750	0,0613	1,1393	0,3988	0,1396	0,1994	0,0698			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,6660	0,3330	0,1109	0,1665	0,0554	1,1301	0,3763	0,1253	0,1882	0,0627			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,6500	0,3250	0,1056	0,1625	0,0528	1,1180	0,3633	0,1181	0,1817	0,0590			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,6150	0,3075	0,0946	0,1538	0,0473	1,1043	0,3396	0,1044	0,1698	0,0522			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,5940	0,2920	0,0853	0,1460	0,0426	1,0988	0,3209	0,0937	0,1604	0,0468			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,5750	0,2875	0,0827	0,1438	0,0413	1,0932	0,3143	0,0904	0,1571	0,0452			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,5500	0,2750	0,0756	0,1375	0,0378	1,0818	0,2975	0,0818	0,1487	0,0409			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,5250	0,2625	0,0689	0,1313	0,0345	1,0740	0,2819	0,0740	0,1410	0,0370			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,5000	0,2500	0,0625	0,1250	0,0313	1,0667	0,2667	0,0667	0,1333	0,0333			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,4750	0,2375	0,0564	0,1188	0,0282	1,0587	0,2514	0,0597	0,1257	0,0299			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,4500	0,2250	0,0506	0,1125	0,0253	1,0587	0,2382	0,0536	0,1191	0,0268			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,4250	0,2125	0,0452	0,1063	0,0226	1,0473	0,2225	0,0473	0,1113	0,0236			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,4000	0,2000	0,0400	0,1000	0,0200	1,0417	0,2083	0,0417	0,1042	0,0208			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,3750	0,1875	0,0352	0,0938	0,0176	1,0364	0,1943	0,0364	0,0972	0,0182			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,3500	0,1750	0,0306	0,0875	0,0153	1,0316	0,1805	0,0316	0,0903	0,0158			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,3250	0,1625	0,0264	0,0813	0,0132	1,0271	0,1669	0,0271	0,0835	0,0136			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,3000	0,1500	0,0225	0,0750	0,0113	1,0230	0,1535	0,0230	0,0767	0,0115			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2750	0,1375	0,0189	0,0688	0,0095	1,0193	0,1401	0,0193	0,0701	0,0096			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2500	0,1250	0,0156	0,0625	0,0078	1,0159	0,1270	0,0159	0,0635	0,0079			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2250	0,1125	0,0127	0,0563	0,0063	1,0128	0,1139	0,0128	0,0570	0,0064			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2000	0,1000	0,0100	0,0500	0,0050	1,0101	0,1010	0,0101	0,0505	0,0051			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1750	0,0875	0,0077	0,0438	0,0038	1,0077	0,0882	0,0077	0,0441	0,0039			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1500	0,0750	0,0056	0,0375	0,0028	1,0057	0,0754	0,0057	0,0377	0,0028			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1250	0,0625	0,0039	0,0313	0,0020	1,0039	0,0627	0,0039	0,0314	0,0020			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1000	0,0500	0,0025	0,0250	0,0013	1,0025	0,0501	0,0025	0,0251	0,0013			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0975	0,0488	0,0024	0,0244	0,0012	1,0024	0,0489	0,0024	0,0244	0,0012			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0950	0,0475	0,0023	0,0238	0,0011	1,0023	0,0476	0,0023	0,0238	0,0011			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0925	0,0463	0,0021	0,0231	0,0011	1,0021	0,0463	0,0021	0,0232	0,0011			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0900	0,0450	0,0020	0,0225	0,0010	1,0020	0,0451	0,0020	0,0225	0,0010			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000



Echelles

- Moments :  $1\text{ kNm} = 0,5\text{ mm}$
- Barres portiques :  $1\text{ m} = 2\text{ cm}$

## Application 2



Les données de cette application sont tirées du livre de Monsieur CHARON : « La méthode de CROSS-Théorie et applications ». Editions Eyrolles 1960. Page 42.

Soit un portique ABCD simple articulé ; sa barre verticale BA reçoit une charge horizontale de 20KN/ml. Le sens de la pression de cette charge UR est de l'intérieur vers l'extérieur du portique.

La barre BC a les caractéristiques suivantes :  $I_2=1$ ,  $L=4,00m$

Les barres verticales BA et CD sont telles que  $I_1=1$ ,  $H=3,00m$

### Raideur des barres

$$RAB=RDC=3/4*1/3=1/4 ; RBC=1/4$$

### Coefficients de répartition

$$CBA=CBC=CCB=CCD=1/4/(1/4+1/4)=0,5 \text{ d'où } C1=C2=0,5$$

### Valeur du moment d'encastrement parfait

$$MBA=PH^2/8=(20*3^2)/8=+22,50$$

### Moment MCB nœuds fixes

$$MCB=C2\left(-\frac{MBA+MBC}{2}+K(1+S4-S5)\right)+MCB$$

$$\text{Avec : } K=-\left(MCB+MCD\right)+\left(MBA+MBC\right)*\frac{C2}{2}:$$

$$K=-(0+0)+(22,50+0)*0,5/2=5,625$$

$$MCB=0,5(-22,50/2+5,625(1+0,0667-0,1333))+0=$$

$$MCB=0,5(-11,25+5,250)=-2,999$$

### Moment MBC nœuds fixes

$$MBC=(MBC*C1)-C2\left(MBA-K\left(\frac{1}{2}+S6-S1\right)\right)$$

$$MBC=0-0,5((22,5-5,625(0,5+0,0333-0,2667)))$$

$$MBC=-0,5(22,500-1,499)=-10,500$$

### Moment MBA nœuds fixes

$$MBA=MBA*C2-C1(MBC+KS1)$$

$$MBA=(22,50*0,5)-(0,5*5,625*0,2667)=$$

$$MBA=11,250-0,750=10,499$$

### Moment MCD nœuds fixes

$$MCD=KC1(1+S4)$$

$$MCD=5,625*0,5(1+0,0667)=+3,000$$

Nota : Les valeurs de  $S1$ ,  $S4$ ,  $S5$ ,  $S6$  sont calculées pour  $C2=0,500$  à partir des tableaux-programmes 2 et 3 joints en annexe. Les moments peuvent être résolus à l'aide du programme indiqué dans le tableau 13 qui est joint en fin de la présente application ; leurs valeurs sont les suivantes :

$$MBA=10,500; MCD=2,997; MBC=-10,500; MCB=-3,003$$

Ces valeurs sont très peu différentes de celles trouvées à l'aide des équations ci-dessus.

### Efforts tranchants lorsque les nœuds sont fixes

$$TAB=-(3*20)/2+10,499/3=-26,500$$

$$TDC=3,000/3=1,000$$

$$\text{T au niveau de AD}=-26,50+1,000=-25,500$$

### Moments dus à un déplacement arbitraire $\Delta$

Donnons à B un déplacement arbitraire  $\Delta$  tel que  $MBA=MCD=0,5$ .

Le programme du tableau D4 donne pour  $C1=C2=0,5$  et  $MBA=MCD=0,5$ , les moments suivants :  $MBA=+0,3000$  ;  $MBC=-0,3000$  ;  $MCB=-0,3000$  ;  $MCD=+0,3000$

Efforts tranchants :  $TAB=TCD=0,3000/3=0,1000$  ;  $Tniv. AD=+0,1000*2=0,2000$

Pour un déplacement  $k\Delta$  on doit avoir :  $+60-25,50+0,2000k=0$  d'où  $k=-172,50$

Les poussées à la base s'écrivent :  $TAB=-26,50+(0,100*-172,50)=-43,75$  ;

$$TDC=1,00+(0,100*-172,50)=-16,25$$

Les moments définitifs sont indiqués dans le tableau dressé ci-dessous :

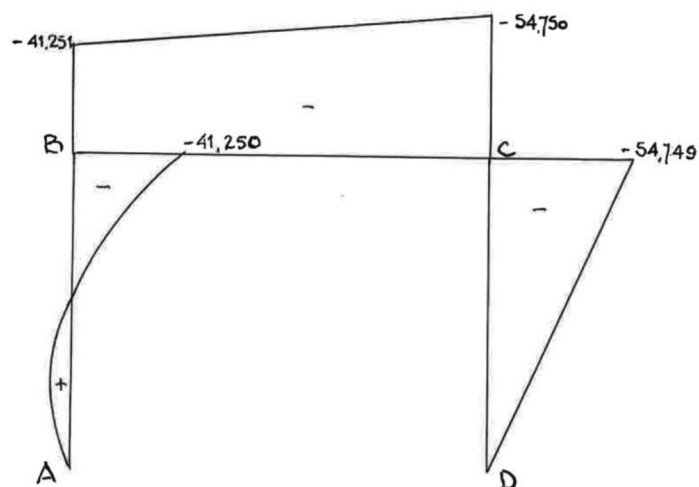
DESIGNATIONS	B		C	
	BA	BC	CB	CD
Moments nœuds fixes	10,499	-10,500	-2,999	+3,000
Moments déplacement*-172,50	-51,750	+51,750	-51,750	+51,750
Moments totaux	-41,251	+41,250	-54,749	+54,750

Tableau 13 : Portique bi-articulé chargé dissymétriquement – Nœuds fixes

C2	C1	S1	C2/Z	S4 (C2/Z <sup>2</sup> /3)A'	S5 (C2/Z <sup>2</sup> /2)A'	S6 (C2/Z <sup>2</sup> /3)A	1/2+S6-S1	1+S3-S5	(2+8-C2^8)/ 2^6(2-C2^3)	A=	(2+6-C2^6)/ 2^4(2-C2^2)	A'	MBA	MCB	MCD	MBA- κ(1/2+S6-S1)	MBC	(MBA-MBC)/2+ κ(1+S4-S5)	MCB
0,975	0,025	0,6374	0,3377	0,3076	0,3187	0,1554	0,0179	0,9888	255,183	1,308	63,141	48,750	1,294		0	0	0	0	0
0,950	0,050	0,6118	0,2256	0,2875	0,2959	0,1453	0,0335	0,9815	255,337	1,288	63,141	49,560	1,274		0	0	0	0	0
0,925	0,075	0,5871	0,2139	0,2685	0,2936	0,1358	0,0487	0,9749	255,464	1,269	63,141	50,310	1,255		0	0	0	0	0
0,900	0,100	0,5633	0,2025	0,2505	0,2817	0,1267	0,0634	0,9689	255,570	1,252	63,141	51,040	1,237		0	0	0	0	0
0,875	0,125	0,5403	0,1914	0,2335	0,2702	0,1182	0,0779	0,9634	255,656	1,235	63,141	51,750	1,220		0	0	0	0	0
0,850	0,150	0,5181	0,1806	0,2175	0,2591	0,1101	0,0920	0,9584	255,728	1,219	63,141	52,440	1,204		0	0	0	0	0
0,825	0,175	0,4967	0,1702	0,2023	0,2483	0,1024	0,1068	0,9540	255,785	1,204	63,141	53,110	1,189		0	0	0	0	0
0,800	0,200	0,4762	0,1602	0,1875	0,2379	0,0952	0,1225	0,9500	255,828	1,190	63,141	53,760	1,174		0	0	0	0	0
0,775	0,225	0,4567	0,1502	0,1743	0,2279	0,0883	0,1386	0,9464	255,870	1,176	63,141	54,390	1,161		0	0	0	0	0
0,750	0,250	0,4362	0,1406	0,1614	0,2181	0,0818	0,1556	0,9433	255,900	1,163	63,141	55,000	1,148		0	0	0	0	0
0,727	0,273	0,4189	0,1322	0,1503	0,2095	0,0762	0,1732	0,9409	255,922	1,152	63,141	55,537	1,137		0	0	0	0	0
0,700	0,300	0,3988	0,1225	0,1377	0,1994	0,0698	0,1917	0,9383	255,942	1,139	63,141	56,160	1,124		0	0	0	0	0
0,667	0,333	0,3749	0,1111	0,1233	0,1874	0,0625	0,2107	0,9358	255,961	1,125	63,141	56,890	1,110		0	0	0	0	0
0,650	0,350	0,3633	0,1066	0,1165	0,1817	0,0590	0,2197	0,9348	255,968	1,118	63,141	57,240	1,103		0	0	0	0	0
0,625	0,375	0,3481	0,1000	0,1084	0,1745	0,0548	0,2287	0,9328	255,974	1,103	63,141	57,960	1,088		0	0	0	0	0
0,594	0,416	0,3192	0,0853	0,0920	0,1596	0,0466	0,2474	0,9324	255,986	1,093	63,141	58,543	1,079		0	0	0	0	0
0,575	0,425	0,3134	0,0827	0,0889	0,1567	0,0450	0,2517	0,9322	255,988	1,090	63,141	58,710	1,075		0	0	0	0	0
0,550	0,450	0,2975	0,0756	0,0807	0,1487	0,0409	0,2640	0,9320	255,992	1,082	63,141	59,160	1,067		0	0	0	0	0
0,525	0,475	0,2819	0,0689	0,0730	0,1410	0,0370	0,2751	0,9321	255,994	1,074	63,141	59,590	1,060		0	0	0	0	0
0,500	0,500	0,2667	0,0625	0,0658	0,1333	0,0333	0,2867	0,9324	255,996	1,067	63,141	60,000	1,052		0	0	0	0	0
0,475	0,525	0,2517	0,0564	0,0590	0,1258	0,0299	0,2982	0,9321	255,997	1,060	63,141	60,390	1,046		0	0	0	0	0
0,450	0,550	0,2375	0,0500	0,0522	0,1183	0,0266	0,3097	0,9322	255,998	1,053	63,141	60,760	1,040		0	0	0	0	0
0,425	0,575	0,2235	0,0442	0,0457	0,1115	0,0236	0,3211	0,9354	255,999	1,042	63,141	61,110	1,033		0	0	0	0	0
0,400	0,600	0,2083	0,0400	0,0411	0,1042	0,0208	0,3329	0,9369	255,999	1,042	63,141	61,440	1,028		0	0	0	0	0
0,375	0,625	0,1943	0,0352	0,0359	0,0972	0,0182	0,3459	0,9388	256,000	1,036	63,141	61,750	1,023		0	0	0	0	0
0,350	0,650	0,1805	0,0306	0,0312	0,0903	0,0158	0,3593	0,9409	256,000	1,032	63,141	62,040	1,018		0	0	0	0	0
0,321	0,679	0,1647	0,0258	0,0261	0,0824	0,0132	0,3745	0,9437	256,000	1,026	63,141	62,351	1,013		0	0	0	0	0
0,300	0,700	0,1535	0,0225	0,0227	0,0767	0,0115	0,3881	0,9460	256,000	1,023	63,141	62,560	1,009		0	0	0	0	0
0,275	0,725	0,1401	0,0189	0,0190	0,0701	0,0096	0,4019	0,9485	256,000	1,019	63,141	62,790	1,006		0	0	0	0	0
0,250	0,750	0,1275	0,0156	0,0157	0,0635	0,0079	0,4182	0,9510	256,000	1,016	63,141	63,040	1,003		0	0	0	0	0
0,225	0,775	0,1139	0,0127	0,0126	0,0570	0,0064	0,4325	0,9557	256,000	1,013	63,141	63,190	0,999		0	0	0	0	0
0,200	0,800	0,1010	0,0100	0,0100	0,0505	0,0051	0,4490	0,9595	256,000	1,010	63,141	63,360	0,997		0	0	0	0	0
0,175	0,825	0,0882	0,0077	0,0076	0,0441	0,0039	0,4674	0,9635	256,000	1,008	63,141	63,510	0,994		0	0	0	0	0
0,150	0,850	0,0754	0,0056	0,0056	0,0377	0,0028	0,4874	0,9679	256,000	1,006	63,141	63,640	0,992		0	0	0	0	0
0,125	0,875	0,0627	0,0039	0,0039	0,0314	0,0020	0,4992	0,9725	256,000	1,004	63,141	63,750	0,990		0	0	0	0	0
0,100	0,900	0,0501	0,0025	0,0025	0,0251	0,0013	0,4511	0,9774	256,000	1,003	63,141	63,840	0,989		0	0	0	0	0
0,075	0,925	0,0374	0,0016	0,0016	0,0182	0,0009	0,4544	0,9805	256,000	1,002	63,141	63,910	0,988		0	0	0	0	0
0,050	0,950	0,0246	0,0008	0,0008	0,0115	0,0006	0,4555	0,9754	256,000	1,002	63,141	63,856	0,989		0	0	0	0	0
0,025	0,975	0,0146	0,0002	0,0002	0,0038	0,0001	0,4547	0,9759	256,000	1,002	63,141	63,863	0,989		0	0	0	0	0
0,093	0,908	0,0463	0,0021	0,0021	0,0232	0,0011	0,4547	0,9759	256,000	1,002	63,141	63,870	0,989		0	0	0	0	0
0,090	0,910	0,0451	0,0020	0,0020	0,0225	0,0010	0,4559	0,9795	256,000	1,002	63,141	63,870	0,989		0	0	0	0	0

Tableau D4 : Moments dus à un déplacement  $\Delta$  – Portique bi-articulé-barrés verticales à inertie identique

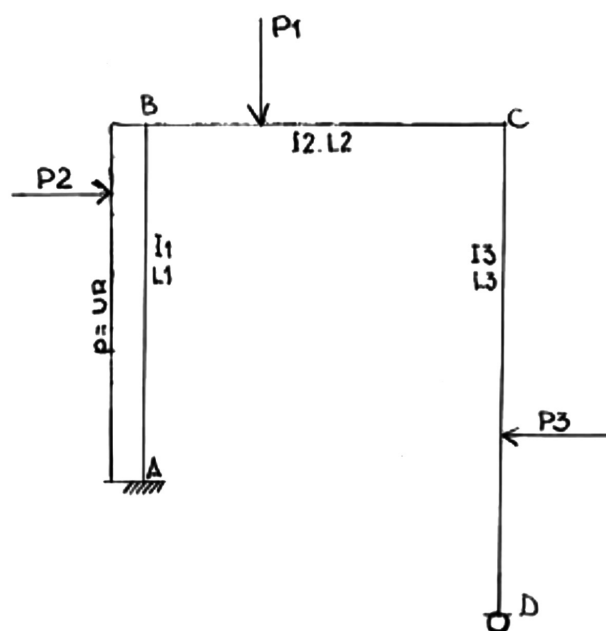
C2	C2/2	C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2</sup>	C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2</sup>	(2 <sup>2</sup> Δ-8-C2 <sup>2</sup> Δ)/ 2 <sup>2</sup> Δ(2 <sup>2</sup> -C2 <sup>2</sup> ) (A)	S1= C2/2 <sup>2</sup> Δ	S3= C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2</sup> Δ	S5= C2/2 <sup>2</sup> Δ	S6= C2 <sup>2</sup> /2 <sup>2</sup> Δ	MBA	MCD	MBA(1-C2/2)	MBC	MCB	MCD
0,9750	0,4875	0,2377	0,2438	1,3076	0,6374	0,3107	0,3187	0,1554			0,000	0,000	0,000	0,000
0,9500	0,4750	0,2256	0,2375	1,2880	0,6118	0,2906	0,3059	0,1453			0,000	0,000	0,000	0,000
0,9250	0,4625	0,2139	0,2313	1,2694	0,5871	0,2715	0,2936	0,1358			0,000	0,000	0,000	0,000
0,9000	0,4500	0,2025	0,2250	1,2518	0,5633	0,2535	0,2817	0,1267			0,000	0,000	0,000	0,000
0,8750	0,4375	0,1914	0,2188	1,2351	0,5403	0,2364	0,2702	0,1182			0,000	0,000	0,000	0,000
0,8500	0,4250	0,1806	0,2125	1,2191	0,5181	0,2202	0,2591	0,1101			0,000	0,000	0,000	0,000
0,8250	0,4125	0,1702	0,2063	1,2040	0,4967	0,2049	0,2483	0,1024			0,000	0,000	0,000	0,000
0,8000	0,4000	0,1600	0,2000	1,1897	0,4759	0,1904	0,2379	0,0952			0,000	0,000	0,000	0,000
0,7750	0,3875	0,1502	0,1938	1,1761	0,4557	0,1766	0,2279	0,0883			0,000	0,000	0,000	0,000
0,7500	0,3750	0,1406	0,1875	1,1632	0,4362	0,1636	0,2181	0,0818			0,000	0,000	0,000	0,000
0,7273	0,3637	0,1322	0,1818	1,1509	0,4185	0,1522	0,2093	0,0761			0,000	0,000	0,000	0,000
0,7000	0,3500	0,1225	0,1750	1,1393	0,3988	0,1396	0,1994	0,0698			0,000	0,000	0,000	0,000
0,6860	0,3330	0,1109	0,1665	1,1301	0,3763	0,1253	0,1882	0,0627			0,000	0,000	0,000	0,000
0,6500	0,3250	0,1036	0,1625	1,1180	0,3633	0,1181	0,1817	0,0590			0,000	0,000	0,000	0,000
0,6150	0,3075	0,0946	0,1538	1,1043	0,3396	0,1044	0,1698	0,0522			0,000	0,000	0,000	0,000
0,5840	0,2920	0,0853	0,1460	1,0988	0,3209	0,0937	0,1604	0,0468			0,000	0,000	0,000	0,000
0,5750	0,2875	0,0827	0,1438	1,0932	0,3143	0,0904	0,1571	0,0452			0,000	0,000	0,000	0,000
0,5500	0,2750	0,0756	0,1375	1,0818	0,2975	0,0818	0,1487	0,0409			0,000	0,000	0,000	0,000
0,5250	0,2625	0,0689	0,1313	1,0740	0,2819	0,0740	0,1410	0,0370			0,000	0,000	0,000	0,000
0,5000	0,2500	0,0625	0,1250	1,0667	0,2667	0,0667	0,1333	0,0333	0,5	0,5	0,375	-0,300	0,000	0,300
0,4750	0,2375	0,0564	0,1188	1,0587	0,2514	0,0597	0,1257	0,0299			0,000	0,000	0,000	0,000
0,4500	0,2250	0,0506	0,1125	1,0587	0,2382	0,0536	0,1191	0,0268			0,000	0,000	0,000	0,000
0,4250	0,2125	0,0452	0,1063	1,0473	0,2225	0,0473	0,1113	0,0236			0,000	0,000	0,000	0,000
0,4000	0,2000	0,0400	0,1000	1,0417	0,2083	0,0417	0,1042	0,0208			0,000	0,000	0,000	0,000
0,3750	0,1875	0,0352	0,0938	1,0364	0,1943	0,0364	0,0972	0,0182			0,000	0,000	0,000	0,000
0,3500	0,1750	0,0306	0,0875	1,0316	0,1805	0,0316	0,0903	0,0158			0,000	0,000	0,000	0,000
0,3250	0,1625	0,0264	0,0813	1,0271	0,1669	0,0271	0,0835	0,0136			0,000	0,000	0,000	0,000
0,3000	0,1500	0,0225	0,0750	1,0230	0,1535	0,0230	0,0767	0,0115			0,000	0,000	0,000	0,000
0,2750	0,1375	0,0189	0,0688	1,0193	0,1401	0,0193	0,0701	0,0096			0,000	0,000	0,000	0,000
0,2500	0,1250	0,0156	0,0625	1,0159	0,1270	0,0159	0,0635	0,0079			0,000	0,000	0,000	0,000
0,2250	0,1125	0,0127	0,0563	1,0128	0,1139	0,0128	0,0570	0,0064			0,000	0,000	0,000	0,000
0,2000	0,1000	0,0100	0,0500	1,0101	0,1010	0,0101	0,0505	0,0051			0,000	0,000	0,000	0,000
0,1750	0,0875	0,0077	0,0438	1,0077	0,0882	0,0077	0,0441	0,0039			0,000	0,000	0,000	0,000
0,1500	0,0750	0,0056	0,0375	1,0057	0,0754	0,0057	0,0377	0,0028			0,000	0,000	0,000	0,000
0,1250	0,0625	0,0039	0,0313	1,0039	0,0627	0,0039	0,0314	0,0020			0,000	0,000	0,000	0,000
0,1000	0,0500	0,0025	0,0250	1,0025	0,0501	0,0025	0,0251	0,0013			0,000	0,000	0,000	0,000
0,0975	0,0488	0,0024	0,0244	1,0024	0,0489	0,0024	0,0244	0,0012			0,000	0,000	0,000	0,000
0,0950	0,0475	0,0023	0,0238	1,0023	0,0476	0,0023	0,0238	0,0011			0,000	0,000	0,000	0,000
0,0925	0,0463	0,0021	0,0231	1,0021	0,0463	0,0021	0,0232	0,0011			0,000	0,000	0,000	0,000
0,0900	0,0450	0,0020	0,0225	1,0020	0,0451	0,0020	0,0225	0,0010			0,000	0,000	0,000	0,000



Échelles:  
 Moments : 1kN.m = 95mm  
 Barres portiques : 1m = 2cm

### 3.3. ETABLISSEMENT DES EQUATIONS GENERALES D'UN PORTIQUE QUI A UN APPUI ARTICULE ET UN APPUI ENCASTRE ET DES BARRES VERTICALES DE RAIDEURS DIFFERENTES

3.3.1. Lorsque les nœuds sont fixes



Le calcul de la structure de ces portiques fait intervenir 4 coefficients de répartition que nous appellerons C1, C2, C3 et C4.

Soit un portique ABCD structuré par :

- Une traverse BC de longueur  $L_2$  et d'inertie  $I_2$
- Une barre verticale AB de longueur  $L_1$  et d'inertie  $I_1$ , encastree en A.
- Une barre verticale CD, de longueur  $L_1$  (ou  $L_3$ ) et d'inertie  $I_3$ , articulée en D.

– Toutes les barres supportent des cas de charges différentes qui donnent lieu aux moments d'encastrement parfait  $M_{AB}$ ,  $M_{BA}$ ,  $M_{BC}$ ,  $M_{CB}$ ,  $M_{CD}$ .

Nous calculerons les équations générales de ce cas de portique par le calcul littéral. La démarche est la même que celle que nous avons utilisée pour les portiques étudiés précédemment.

Nous commençons par le nœud B.

### Nœud B

Moment à répartir :  $MBA + MBC$

Moments répartis :

$$BC = -C2 * (MBA + MBC)$$

$$BA = -C1 (MBA + MBC)$$

Moments transmis :

$$AB = -C1 / 2 (MBA + MBC)$$

$$CB = -C2 / 2 (MBA + MBC)$$

### Nœud C

Moments à répartir =  $MCB + MCD - C2/2(MBA + MBC) = Y$ , d'où :

$$CB = Y * C3$$

$$CD = Y * C4$$

$$BC = Y * \frac{C3}{2}$$

### Nœud B

$$BC = -\frac{YC3}{2} * C2$$

$$BA = -\frac{YC3}{2} * C1$$

$$AB = -\frac{YC3}{2} * \frac{C1}{2}$$

$$CB = -\frac{YC3}{2} * \frac{C2}{2}$$

### Nœud C

$$CB = \frac{YC3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$$

$$CD = \frac{YC3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$$

$$BC = \frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$$

### Nœud B

$$BC = -\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$$

$$BA = -\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$$

$$AB = -\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$$

$$CB = -\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2} = -\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}$$

### Nœud C

$$CB = \frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$$

$$CD = \frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$$

$$BC = \frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2} = \frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2}$$

### Nœud B

$$BC = -\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$$

$$BA = -\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$$

$$AB = -\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$$

$$CB = -\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2} = -\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$$

### Nœud C

$$CB = \frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$$

$$CD = \frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$$

$$BC = \frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2} = \frac{YC3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3}$$

Etablissons le tableau des moments correspondants

	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
		C1	C2	C3	C4	
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	
B	$-\frac{C1}{2(MBA + MBC)}$	$-C1(MBA + MBC)$	$-C2(MBA + MBC)$	$-C2/2(MBA + MBC)$		
C			$\frac{YC3}{2}$	$YC3$	$YC4$	
B	$-\frac{YC3}{2} * \frac{C1}{2}$	$-\frac{YC3}{2} * C1$	$-\frac{YC3}{2} * C2$	$-\frac{YC3}{2} * \frac{C2}{2}$		
C			$\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$	$\frac{YC3}{2} * \frac{C2}{2} * C2$	$\frac{YC3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$	

B	$-\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$	$-\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$	$-\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$	$-\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}$		
C			$\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2}$	$\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$	$\frac{YC3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$	
B	$-\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$	$-\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$	$-\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$	$-\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$		
C			$\frac{YC3^4}{2^4} * \frac{C2^3}{2^3}$	$\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$	$\frac{YC3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$	
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	

L'addition des valeurs inscrites dans les colonnes du tableau nous donnent les valeurs des moments définitifs.

#### Moment MAB

$$MAB = MAB - \frac{C1}{2}(MBA + MBC) - \frac{YC3}{2} * C1 / 2 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

En posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$  le moment MAB s'écrit :

$$MAB = MAB - \frac{C1(MBA + MBC)}{2} - Y * \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2} * (1 + X + X^2) \quad (21)$$

#### Moment MBA

$$MBA = MBA - C1(MBA + MBC) - \frac{YC3}{2} * C1 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

$$MBA = MBA - C1(MBA + MBC) - Y * \frac{C3}{2} * C1 * (1 + X + X^2) \quad (22)$$

#### Moment MBC

$$MBC = MBC - C2(MBA + MBC) + Y * C3 / 2 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} \right) - C2 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

$$MBC = MBC - C2(MBA + MBC) + Y * C3 / 2 \left( (1 + X + X^2 + X^3) - C2(1 + X + X^2) \right)$$

Soit en négligeant le terme  $X^3$  nous avons :

$$MBC = MBC - C2(MBA + MBC) + \left( Y * \frac{C3}{2} \right) * (1 - C2) * (1 + X + X^2) \quad (23)$$

#### Moment MCB

$$MCB = MCB - \frac{C2}{2}(MBA + MBC) + YC3 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} \right) - Y * \left( \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} \right) \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

$$MCB = MCB - \frac{C2}{2}(MBA + MBC) + YC3(1 + X + X^2 + X^3) - YX(1 + X + X^2)$$

Soit en négligeant le terme  $X^3$  nous avons :

$$MCB = MCB - \frac{C2}{2} * (MBA + MBC) + Y(C3 - X) * (1 + X + X^2) \quad (24)$$

#### Moment MCD

$$MCD = Y * C4 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} \right)$$

$$MCD = YC4(1 + X + X^2 + X^3) \quad (25)$$

#### Valeur des efforts tranchants

$$TAB = T' + (MAB + MBA) L1$$

$$TDC = T'' + MCD / L1$$

$$T \text{ au niveau d'AD} = TAB + TDC$$

T' et T'' sont les efforts tranchants isostatiques.

### 3.3.2. Lorsque les nœuds subissent un déplacement $\Delta$

Pour établir le tableau des moments dus à un déplacement arbitraire  $\Delta$ , on traduit le fait qu'il existe une rotule en D en considérant D d'abord comme un encastrement puis en annulant le moment qui est apparu dans ce point.

Suivant cette hypothèse et en fonction des formules (11) et (12) du chapitre 1 nous avons :

$$MAB=MBA=\frac{6EI\Delta}{L^2}$$

$$MDC=\frac{3EI\Delta}{L^2}-\frac{3EI\Delta}{L^2} \quad MCD=\frac{3EI\Delta}{L^2}-\frac{3EI\Delta}{2L^2}$$

#### Nœud B

- $BA=-(MBA) * C1$
- $AB=-(MBA) * C1/2$
- $BC=-(MBA) * C2$
- $CB=-(MBA) * C2/2$

#### Nœud C

Moment à répartir :  $MCD-\frac{MCD}{2}-MBA*\frac{C2}{2}=MCD-MBA*C2/2$

Compte tenu que la quantité  $(MCD-MBA*C2/2)$  doit être positive nous devons avoir :

$$-(MCD-MBA*C2/2)=\phi$$

- $CB=\phi * C3$
- $CD=\phi * C4$
- $BC=\phi * C3/2$

#### Nœud B

- $BC=-\phi * \frac{C3}{2} * C2$
- $BA=-\phi * \frac{C3}{2} * C1$
- $AB=-\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2}$
- $CB=-\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

- $CB=\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3=\phi * \frac{C3^2}{2} * \frac{C2}{2}$
- $CD=\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C^n$
- $BC=\phi * \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud B

- $BC=-\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2}$
- $BA=-\phi * \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$
- $AB=-\phi * \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$
- $CB=-\phi * \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}$

#### Nœud C

- $CB=\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$
- $CD=\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$
- $BC=\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2}=\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2}$

#### Nœud B

- $BC=-\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$
- $BA=-\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$
- $AB=-\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$
- $CB=-\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}=-\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$

#### Nœud C

- $CB=\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$
- $CD=\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$
- $BC=\phi * \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2}=\frac{\phi C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3}$  avec  $n=4$

Dressons le tableau des moments.

	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
		C1	C2	C3	C4	
	MAB	MBA			MCD -MDC/2	MDC -MDC
B	$-MBA * \frac{C1}{2}$	$-MBA * C1$	$-MBA * C2$	$-MBA * C2/2$		0
C			$\phi * \frac{C3}{2}$	$\phi * C3$	$\phi * C4$	

B	$-\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2}$	$-\phi * \frac{C3}{2} * C1 *$	$-\phi * \frac{C3}{2} * C2$	$-\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$		
C			$\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C3}{2}$	$\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$	$\phi * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$	
B	$-\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$	$-\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$	$-\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$	$-\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2}$		
C			$\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2}$	$\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$	$\frac{\phi C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$	
B	$-\frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$	$-\frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$ $* C1 * C2$	$-\frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$ $* C2 * C2$	$-\frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$		
C			$\frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2}$	$\frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$	$\frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$	
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	

Additionnons les moments contenus dans les colonnes ; nous avons :

Valeurs des moments.

#### Moment MAB

$$MAB = MAB - \left( MBA * \frac{C1}{2} \right) - \phi * \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2} - \phi * \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C1}{2} * \frac{C2}{2} - \frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$$

$$MAB = MAB - (MBA * C1 / 2) - \phi * \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2} \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right), \text{ soit en posant } \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} = X \text{ et en tenant compte que } MAB = MBA$$

$$MAB = MAB \left( 1 - \frac{C1}{2} \right) - \phi \left( \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2} \right) (1 + X + X^2) \quad (26)$$

#### Moment MBA

$$MBA = MBA - (MBA * C1) - \phi * \frac{C3}{2} * C1 - \phi * \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1 - \frac{\phi C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$$

$$MBA = MBA(1 - C1) - \phi * \frac{C3}{2} * C1 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right), \text{ soit encore avec } X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$$

$$MBA = MBA * C2 - \phi \left( \frac{C3}{2} * C1 \right) (1 + X + X^2) \quad (27)$$

#### Moment MBC

$$MBC = -(MBA * C2) + \phi * \frac{C3}{2} * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} \right) - \frac{\phi C3}{2} * C2 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

En négligeant la quantité  $\frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$  et posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$ , le moment MBC s'écrit :

$$MBC = -MBA * C2 + (1 + X + X^2) (\phi C3 / 2 (1 - C2))$$

Soit avec  $1 - C2 = C1$

$$MBC = -(MBA * C2) + \phi * \left( \frac{C3}{2} * C1 \right) (1 + X + X^2) \quad (28)$$

On a vérifié que - MBC=MBA

#### Moment MCB

$$MCB = -(MBA * \frac{C2}{2}) + \phi * C3 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} \right) - \phi * \left( \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} \right) \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

Si nous négligeons la quantité  $\frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$  et en posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$  le moment MCB s'écrit :

$$MCB = -(MBA * \frac{C2}{2}) + \phi * (1 + X + X^2) * (C3 - X) \quad (29)$$

**Moment MCD**

$$MCD = \frac{MCD}{2} + \phi * C4 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right) \text{ soit avec } X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$$

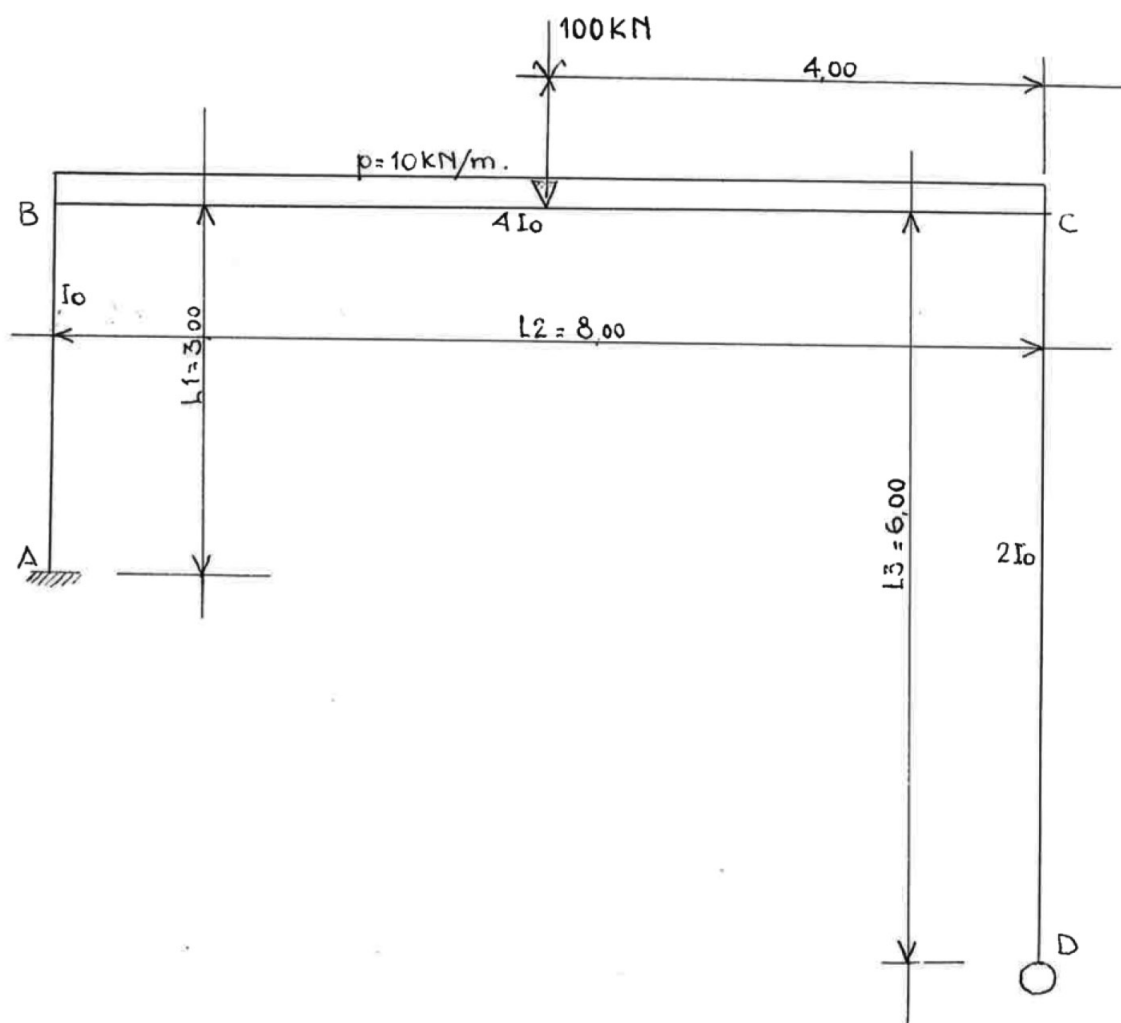
$$MCD = \frac{MCD}{2} + \phi * C4 (1 + X + X^2) \quad (30)$$

Valeur des efforts tranchants

$$TAB = MBA/L1$$

$$TDC = MCD/L1$$

$$T_{\text{niv. AD}} = TAB + TDC$$

**3.3.3. Applications****Application 1**

Soit un portique constitué par :

- Une barre verticale AB, encastree en A de hauteur 3,00m et de moment d'inertie  $I_0$ .
- Une barre verticale CD, articulée en D de hauteur 6,00m et de moment d'inertie  $2I_0$ .
- Une barre transversale BC, de longueur 8,00m et de moment d'inertie  $4I_0$  ; Cette barre supporte une charge linéaire de 10kN/ml, plus une charge ponctuelle centrée de 100kN.

On demande de calculer les valeurs des moments.

### Raideurs des barres

$$RAB=I_0/3=1/3$$

$$RCD=3/4*2I_0/6=1/4$$

$$RBC=RCB=4I_0/8=1/2$$

### Coefficients de répartition

$$C1=CBA=1/3/(1/3+1/2)=0,400$$

$$C2=CB=1/2/(1/2+1/3)=0,600$$

$$C3=CCB=1/2/(1/2+1/4)=0,666$$

$$C4=CCD=1/4/(1/2+1/4)=0,333$$

### Moments d'encastrement parfait

$$MBC=pl^2/12+Pl/8=460/3=155,333$$

$$MCB=-pl^2/12-Pl/8=-460/3=-155,333$$

### Moments et efforts tranchants lorsque les nœuds sont fixes.

#### Moment MAB

$$MAB=MAB-\frac{C1(MBA+MBC)}{2}-Y*\frac{C3}{2}*C1/2(1+X+X^2)$$

$$X=C3/2*C2/2=0,666/2*0,60/2=0,0999$$

$$MCB+MCD-C2/2(MBA+MBC)=Y$$

$$Y=-(155,333+0-0,60/2(0+155,333))=-(201,933) \text{ soit}$$

$$Y=201,933 \text{ en valeur absolue}$$

$$MAB=0-0,40(0+155,333)/2-201,933*0,666/2*0,40/2(1+0,0999+0,0100)$$

$$MAB=-31,066-13,448*1,1099=-45,992$$

#### Moment MBA

$$MBA=MBA-C1(MBA+MBC)-Y*\frac{C3}{2}*C1(1+X+X^2)$$

$$MBA=0-0,40(0+155,333)-201,933*0,666/2*0,40(1+0,0999+0,0100)$$

$$MBA=-62,133-26,897*1,1099=-91,986$$

#### Moment MBC

$$MBC=$$

$$MBC-C2(MBA+MBC)+Y*C3/2((1+X+X^2+X^3)-C2(1+X+X^2))$$

$$MBC=155,333-0,60(0+155,333)+201,933*0,666/2((1+0,0999+0,0100+0,0010)-0,60(1+0,0999+0,0100))$$

$$MBC=155,333-93,199+67,243(1,1099-0,60*1,1099)$$

$$MBC=155,333-93,199+67,243*0,444=+91,987$$

#### Moment MCB

$$MCB=$$

$$MCB-\frac{C2}{2}(MBA+MBC)+YC3(1+X+X^2+X^3)-YX(1+X+X^2)$$

$$MCB=-155,333-0,60/2(0+155,333)+201,933*0,666(1+0,0999+0,0100+0,0010)-201,933*0,0999(1+0,0999+0,0100)$$

$$MCB=-155,333-46,599+149,402-22,390=-74,920$$

#### Moment MCD

$$MCD=YC4(1+X+X^2+X^3)$$

$$MCD=201,933*0,333(1+0,0999+0,0100+0,0010)$$

$$MCD=201,933*0,333*1,1109=+74,701$$

Les valeurs des moments lorsque les nœuds sont fixes peuvent être obtenues à l'aide du programme indiqué dans le tableau 16 qui est joint en fin de cette application.

Les valeurs des moments données par ce programme sont :

$$MAB=-46,006 ; MBA=-92,016 ; MBC=+92,016 ; MCB=-74,931 ; MCD=+74,924$$

### Efforts tranchants

$$TAB=(-45,992-91,986)/3=-45,992$$

$$TCD=74,701/6=12,450$$

$$T \text{ au niveau de AD} : TAD=-45,992+12,450=-33,542$$

### Moments et efforts tranchants dus à déplacement arbitraire $\Delta$ du nœud B.

Les équations (26) à (30) nous permettent de calculer les moments correspondants.

#### Moment MAB

$$MAB=MAB*\left(1-\frac{C1}{2}\right)-\phi\left(\frac{C3}{2}*\frac{C1}{2}\right)*(1+X+X^2)$$

$$\text{avec } MBA=1 ; MAB=1 ;$$

$$MCD-MCD/2=0,5-0,5/2=0,25$$

$$\phi=-(MCD-MBA*C2/2) \text{ d'où } Y=-(0,25-1*0,60/2)=0,05$$

$$MAB=$$

$$1\left(1-\frac{0,400}{2}\right)-0,05*\left(\frac{0,666}{2}*\frac{0,400}{2}\right)*(1+0,0999+0,010)$$

$$MAB=0,800-0,0037=0,796$$

#### Moment MBA

$$MBA=(MBA*C2)-\phi\left(\frac{C3}{2}*C1\right)*(1+X+X^2)$$

$$MBA=(1*0,600)-0,05(0,666/2*0,400)*(1+0,0999+0,010)$$

$$MBA=0,600-0,0074=0,592$$

#### Moment MBC

$$MBC=-MBA$$

$$MBC=-0,592$$

#### Moment MCB

$$MCB=-\left(MBA*\frac{C2}{2}\right)+\phi(1+X+X^2)*(C3-X)$$

$$MCB=-(1*0,600/2)+0,05*(1+0,0999+0,010)*(0,666-0,0999)$$

$$MCB=-0,300+0,05*(1,1099)*(0,5661)=$$

$$MCB=-0,300+0,0314=-0,268$$

#### Moment MCD

$$MCD=MCD/2+\phi*C4(1+X+X^2)$$

$$MCD=0,25+0,05*0,333(1+0,0999+0,0100)$$

$$MCD=0,25+0,05*0,333*1,1099=0,268$$

### Efforts tranchants

$$TAB=(0,796+0,592)/3=0,462$$

$$TCD=0,268/6=0,0477$$

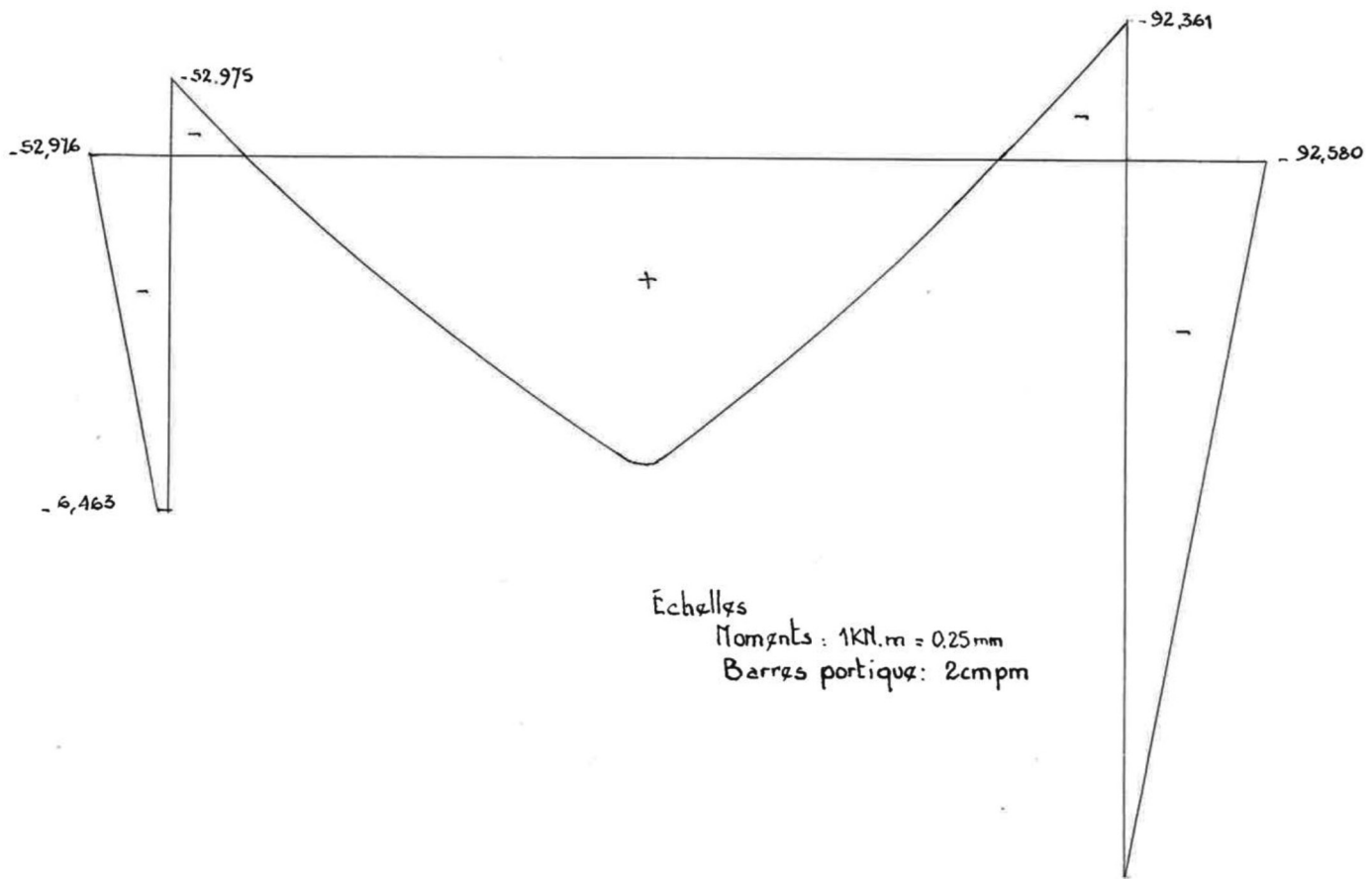
$$T \text{ au niveau d'AD} : TAD=0,462+0,0477=0,509$$

Au niveau AD pour un déplacement  $k\Delta$  on doit avoir  $\Sigma$  des forces horizontales =0

$$0=-33,542+k*0,509, \text{ d'où } k=65,898$$

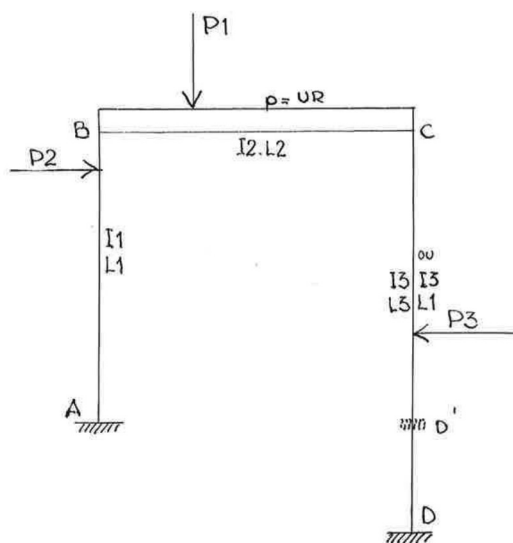


---



### 3.4. ETABLISSEMENT DES EQUATIONS GENERALES POUR DES PORTIQUES ENCASTRES, CHARGES DISSYMETRIQUEMENT ET DONT LES BARRES ONT DES INERTIES DIFFERENTES.

#### 3.4.1. Lorsque les nœuds sont fixes



Etudions le cas d'un portique dont les barres verticales et horizontale ont de inerties différentes et où les charges sont dissymétriques sur ses trois côtés.

Soit les coefficients de répartition :  $C2 = CBC$ ,  $C1 = CBA$ ,  $C3 = CCB$ ,  $C4 = CCD$ .

On désigne par :  $MBC, MCB, MBA, MAB, MCD, MDC$  les moments d'encastrement parfait engendrés par les différents cas de charge. Analysons maintenant, comme nous l'avons fait dans les cas des études précédents les rotations des nœuds en commençant par le nœud B puis ensuite par le nœud C.

### Nœud B

Moments à répartir=  $MBC + MBA$ .

Moments répartis :

$$\bullet BC = -(MBC + MBA) * C2$$

$$\bullet BA = -(MBC + MBA) * C1$$

Moments transmis :

$$\bullet AB = -(MBC + MBA) * \frac{C1}{2}$$

$$\bullet CB = -(MBC + MBA) * \frac{C2}{2}$$

### Nœud C

Moment à répartir=  $MCB + MCD - (MBC + MBA) * C2/2$  ; appelons  $\epsilon$  cette quantité. Moments répartis ;

$$\bullet CB = \epsilon * C3$$

$$\bullet CD = \epsilon * C4$$

Moments transmis.

$$\bullet DC = \epsilon * C4 / 2$$

$$\bullet BC = \epsilon * C3 / 2$$

### Nœud B

$$\bullet BC = -\frac{\epsilon C3}{2} * C2$$

$$\bullet BA = -\frac{\epsilon C3}{2} * C1$$

$$\bullet AB = -\frac{\epsilon C3}{2} * \frac{C1}{2}$$

$$\bullet CB = -\frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$$

### Nœud C

$$\bullet CB = +\frac{\epsilon C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$$

$$\bullet CD = +\epsilon * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$$

$$\bullet DC = +\frac{\epsilon C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C4}{2}$$

$$\bullet BC = +\frac{\epsilon C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C3}{2} = \frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$$

### Nœud B

$$\bullet BC = -\frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$$

$$\bullet BA = -\frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$$

$$\bullet AB = -\frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$$

$$\bullet CB = -\frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2} = -\frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2}$$

### Nœud C

$$\bullet CB = \frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$$

$$\bullet CD = \frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$$

$$\bullet DC = \frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C4}{2}$$

$$\bullet BC = \frac{\epsilon C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2} = \frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2}$$

### Nœud B

$$\bullet BC = -\frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$$

$$\bullet BA = -\frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$$

$$\bullet AB = -\frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$$

$$\bullet CB = -\frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2} = -\frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$$

### Nœud C

$$\bullet CB = \frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$$

$$\bullet CD = \frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$$

$$\bullet DC = \frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C4}{2}$$

$$\bullet BC = \frac{\epsilon C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2} = \frac{\epsilon C3^4}{2^4} * \frac{C2^3}{2^3}$$

### Nœud B

$$\bullet BC = -\frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} * C2 \text{ avec } n=4$$

$$\bullet BA = -\frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} * C1 \text{ avec } n=4$$

$$\bullet AB = -\frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C1}{2} \text{ avec } n=4$$

$$\bullet CB = -\frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C2}{2} = -\frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^4} \text{ avec } n=4$$

### Nœud C

$$\bullet CB = \frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} * C3 \text{ avec } n=4$$

$$\bullet CD = \frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} * C^n \text{ avec } n=4$$

$$\bullet DC = \frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} * \frac{C^n}{2} \text{ avec } n=4$$

$$\bullet BC = \frac{\epsilon C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} * \frac{C3}{2} = \frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^4} \text{ avec } n=4$$

### Nœud B

$$\bullet BC = -\frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^n} * C2 \text{ avec } n=4$$

$$\bullet BA = -\frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^n} * C1 \text{ avec } n=4$$

$$\bullet AB = -\frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^n} * \frac{C1}{2} \text{ avec } n=4$$

$$\bullet CB = -\frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^n} * \frac{C2}{2} = -\frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5}$$

### Nœud C

$$\bullet CB = \frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * C3$$

$$\bullet CD = \frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * C4$$

$$\bullet DC = \frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * \frac{C4}{2}$$

$$\bullet BC = \frac{\epsilon C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * \frac{C3}{2} = \frac{\epsilon C3^6}{2^6} * \frac{C2^5}{2^5}$$

### Nœud B

$$\begin{aligned} \bullet \text{ BC} &= -\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5} * C 2 \\ \bullet \text{ BA} &= -\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5} * C 1 \\ \bullet \text{ AB} &= -\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5} * \frac{C 1}{2} \\ \bullet \text{ CB} &= -\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5} * \frac{C 2}{2} = -\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} \end{aligned}$$

### Nœud C

$$\begin{aligned} \bullet \text{ CB} &= \frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} * C 3 \\ \bullet \text{ CD} &= \frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} * C 4 \\ \bullet \text{ DC} &= \frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} * \frac{C 4}{2} \\ \bullet \text{ BC} &= \frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} * \frac{C 3}{2} = \frac{\epsilon C 3^7}{2^7} * \frac{C 2^6}{2^6} \end{aligned}$$

Dressons le tableau des moments

	A	B		C		D
	AB	BA (C1)	BC (C2)	CB (C3)	CD (C4)	DC
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC
B	-(MBC+MBA) C1/2	-(MBC+MBA) C1	-(MBC+MBA) C2	-(MBC+MBA) C2/2		
C			$\epsilon * \frac{C 3}{2}$	$\epsilon * C 3$	$\epsilon * C 4$	$\epsilon * \frac{C 4}{2}$
B	$-\epsilon * \frac{C 3}{2} * \frac{C 1}{2}$	$-\epsilon * \frac{C 3}{2} * C 1$	$-\epsilon * \frac{C 3}{2} * C 2$	$-\epsilon * \frac{C 3}{2} * \frac{C 2}{2}$		
C			$\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2}{2}$	$\epsilon * \frac{C 3}{2} * \frac{C 2}{2} * C 3$	$\epsilon * \frac{C 3}{2} * \frac{C 2}{2} * C 4$	$\epsilon * \frac{C 3}{2} * \frac{C 2}{2} * \frac{C 4}{2}$
B	$-\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2}{2} * \frac{C 1}{2}$	$-\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2}{2} * C 1$	$-\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2}{2} * C 2$	$-\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2^2}{2^2}$		
C			$\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^2}{2^2}$	$\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2^2}{2^2} * C 3$	$\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2^2}{2^2} * C 4$	$\frac{\epsilon C 3^2}{2^2} * \frac{C 2^2}{2^2} * \frac{C 4}{2}$
B	$-\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^2}{2^2} * \frac{C 1}{2}$	$-\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^2}{2^2} * C 1$	$-\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^2}{2^2} * C 2$	$-\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^3}{2^3}$		
C			$\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^3}{2^3}$	$\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^3}{2^3} * C 3$	$\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^3}{2^3} * C 4$	$\frac{\epsilon C 3^3}{2^3} * \frac{C 2^3}{2^3} * \frac{C 4}{2}$
B	$-\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^3}{2^3} * \frac{C 1}{2}$	$-\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^3}{2^3} * C 1$	$-\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^3}{2^3} * C 2$	$-\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^4}{2^4}$		
C			$\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^4}{2^4}$	$\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^4}{2^4} * C 3$	$\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^4}{2^4} * C 4$	$\frac{\epsilon C 3^4}{2^4} * \frac{C 2^4}{2^4} * \frac{C 4}{2}$
B	$-\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^4}{2^4} * \frac{C 1}{2}$	$-\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^4}{2^4} * C 1$	$-\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^4}{2^4} * C 2$	$-\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^4}{2^4} * \frac{C 2}{2} * \frac{C 2^5}{2^5}$		
C			$\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5}$	$\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^5}{2^5} * C 3$	$\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^5}{2^5} * C 4$	$\frac{\epsilon C 3^5}{2^5} * \frac{C 2^5}{2^5} * \frac{C 4}{2}$
B	$-\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5} * C 1/2$	$-\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5} * C 1$	$-\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^5}{2^5} * C 2$	$-\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6}$		
C			$\frac{\epsilon C 3^7}{2^7} * \frac{C 2^6}{2^6}$	$\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} * C 3$	$\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} * C 4$	$\frac{\epsilon C 3^6}{2^6} * \frac{C 2^6}{2^6} * \frac{C 4}{2}$
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC

En additionnant les moments colonne par colonne nous obtenons les moments définitifs lorsque les nœuds sont fixes.

#### Moment MAB

$$MAB = MAB - (MBC + MBA) * \frac{C1}{2} - \frac{\epsilon C3}{2} * \frac{C1}{2} * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

$$\text{Soit avec } X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} \text{ et } \epsilon = MCB + MCD - (MBC + MBA) * \frac{C2}{2}$$

$$MAB = MAB - (MBC + MBA) * \frac{C1}{2} - \frac{\epsilon C3}{2} * \frac{C1}{2} * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4 + X^5)$$

Nous pouvons négliger le terme  $X^5$  compte tenu de sa faible valeur, d'où :

$$MAB = MAB - (MBC + MBA) * \frac{C1}{2} - \left( \frac{\epsilon C3}{2} * \frac{C1}{2} \right) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \quad (31)$$

#### Moment MBA

$$MBA = MBA - (MBC + MBA) * C1 - \left( \epsilon * \frac{C3}{2} * C1 \right) * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

$$MBA = MBA - (MBC + MBA) * C1 - \left( \epsilon * \frac{C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4 + X^5)$$

Soit en négligeant le terme  $X^5$ ,

$$MBA = MBA * C2 - MBC * C1 - \left( \epsilon * \frac{C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \quad (32)$$

#### Moment MBC

$$MBC = MBC - (MBC + MBA) * C2 + \frac{\epsilon C3}{2} \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} \right) + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} - \frac{\epsilon C3}{2} * C2 * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

Compte tenu de sa très faible valeur nous négligerons la quantité :  $\frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5}$

Appelons S la somme de la progression géométrique :  $\frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4}$

Soit en posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$  nous avons :

$$MBC = MBC - (MBC + MBA) * C2 + \epsilon C3 / 2 (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) - \epsilon C3 / 2 * C2 (1 + X + X^2 + X^3 + X^4)$$

$$MBC = MBC - (MBC + MBA) * C2 + \frac{\epsilon C3}{2} (1 + S) - \frac{\epsilon C3}{2} * C2 * (1 + S)$$

$$MBC = MBC - (MBC + MBA) * C2 + \epsilon (1 + S) (C3 / 2 (1 - C2)), \text{ soit}$$

$$MBC = MBC - (MBC + MBA) * C2 + \epsilon (1 + S) \left( \frac{C3}{2} * C1 \right) \quad (33)$$

#### Moment MCB

$$MCB = MCB - (MBC + MBA) * \frac{C2}{2} + \epsilon C3 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C3^6}{2^6} * \frac{C2^6}{2^6} \right) - \epsilon \left( \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C3^6}{2^6} * \frac{C2^6}{2^6} \right)$$

Nous négligerons les termes de la somme :  $\frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C3^6}{2^6} * \frac{C2^6}{2^6}$  compte tenu de leurs faibles valeurs.

Soit en posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$ , le moment MCB s'écrit :

$$MCB = MCB - (MBC + MBA) * \frac{C2}{2} + \epsilon C3 (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) - \epsilon (X + X^2 + X^3 + X^4)$$

Soit  $S = X + X^2 + X^3 + X^4$

$$MCB = MCB - (MBC + MBA) * \frac{C2}{2} + \epsilon C3 (1 + S) - \epsilon * S, \text{ soit encore :}$$

$$MCB = MCB - (MBC + MBA) * \frac{C2}{2} + \epsilon (C3 - C4 * S) \quad (34)$$

### Moment MCD

$$MCD = MCD + \epsilon * C4 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C3^6}{2^6} * \frac{C2^6}{2^6} \right)$$

Soit en posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$  et en négligeant la somme partielle égale à  $\frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} + \frac{C3^6}{2^6} * \frac{C2^6}{2^6}$  le moment MCD s'écrit :

$$MCD = MCD + \epsilon * C4 (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \quad (35)$$

### Moment MDC

Tout calcul fait nous avons :

$$MDC = MDC + \epsilon * \frac{C4}{2} * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \quad (36)$$

### Valeurs des efforts tranchants

$$TAB = T' + (MAB + MBA) * h1$$

$$TCD = T'' + (MCD + MDC) * h2$$

La poussée au niveau de AD est :  $TAD = TAB + TCD$

T' et T'' représentent les efforts tranchants isostatiques et h1 et h2 les hauteurs des barres verticales AB et CD.

Le groupe d'équations n° (31) à (36) constituent les équations générales des portiques encastres, quelles que soient leurs structures ou leurs cas de charges.

Dans le cas où l'on voudrait calculer, à partir de ces équations, les moments d'un portique symétrique, chargé symétriquement, il suffira d'écrire dans les équations ci-dessus que :

Les moments d'encastrement parfait non concernés sont égaux à 0

Les coefficients de répartition sont tels que  $C1 = C4$  et  $C3 = C2$

#### 3.4.2. Lorsque les nœuds subissent un déplacement arbitraire $\Delta$

En donnant un déplacement arbitraire  $\Delta$  à B nous aurons :

$$MAB = MBA = MCD = MDC = 6EI\Delta/h^2$$

Etablissons le tableau des moments dans les différentes barres sous l'effet d'un déplacement arbitraire  $\Delta$ .

Soit  $MAB$ ,  $MBA$ ,  $MCD$  et  $MDC$  les moments d'encastrement parfait dus à un déplacement arbitraire  $\Delta$  du nœud B.

Soit  $C1$  le coefficient de répartition affecté à la barre BA,  $C2$  celui affecté à la barre BC,  $C3$  celui affecté à la barre CB et  $C4$  celui affecté à la barre CD.

Le calcul des moments partiels s'opère de la même façon que pour les cas traités ci-avant.

Calculons les moments dans les différentes barres du portique en commençant par la rotation du nœud B.

#### Nœud B

- Barre BC : moment à répartir =  $-MBA * C2$
- Barre BA : moment à répartir =  $-MBA * C1$
- Barre AB : moment transmis =  $-MBA * \frac{C1}{2}$
- Barre CB : moment transmis =  $-MBA * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

$$\text{Moment à répartir} = MCD - MBA * \frac{C2}{2} = \rho$$

- Barre CB =  $-\rho * C3$
- Barre CD =  $-\rho * C4$
- Barre DC =  $-\rho * \frac{C4}{2}$
- Barre BC =  $-\rho * \frac{C3}{2}$

#### Nœud B

- BC =  $\rho * \frac{C3}{2} * C2$
- BA =  $\rho * \frac{C3}{2} * C1$
- AB =  $\rho * \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2}$
- CB =  $\rho * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

- CB =  $-\rho * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$
- CD =  $-\rho * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$
- DC =  $-\rho * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C4}{2}$
- BC =  $-\rho * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C3}{2} = -\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud B

- BC =  $\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$
- BA =  $\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$
- AB =  $\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$
- CB =  $\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2} = \frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}$

### Nœud C

$$\bullet CB = -\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$$

$$\bullet CD = -\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$$

$$\bullet DC = -\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C4}{2}$$

$$\bullet BC = -\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2} = -\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2}$$

### Nœud B

$$\bullet BC = \frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$$

$$\bullet BA = \frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$$

$$\bullet AB = \frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$$

$$\bullet CB = \frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2} = \frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$$

### Nœud C

$$\bullet CB = -\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$$

$$\bullet CD = -\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$$

$$\bullet DC = -\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C4}{2}$$

$$\bullet BC = -\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2} = -\frac{\rho C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} \text{ avec } n=4$$

Dressons le tableau des moments :

	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
		C1	C2	C3	C4	
	MAB	MBA			MCD	MDC
B	$-\frac{MBA * C1}{2}$	$-MBA * C1$	$-MBA * C2$	$-\frac{MBA * C2}{2}$		
C			$-\rho * \frac{C3}{2}$	$-\rho * C3$	$-\rho * C4$	$-\rho * \frac{C4}{2}$
B	$\frac{\rho C3}{2} * \frac{C1}{2}$	$\frac{\rho C3}{2} * C1$	$\frac{\rho C3}{2} * C2$	$\frac{\rho C3}{2} * \frac{C2}{2}$		
C			$-\frac{\rho C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C3}{2}$	$-\frac{\rho C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$	$-\frac{\rho C3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$	$-\frac{\rho C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C4}{2}$
B	$\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C1}{2}$	$\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$	$\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$	$\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2}$		
C			$-\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2}$	$-\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$	$-\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$	$-\frac{\rho C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C4}{2}$
B	$\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C1}{2}$	$\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$	$\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$	$\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$		
C			$-\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3 / 2$	$-\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$	$-\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$	$-\frac{\rho C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4 / 2$
	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC

Additionnons les moments colonne par colonne ; nous avons :

### Moment MAB

$$MAB = MAB - MAB * \frac{C1}{2} + \frac{\rho C3}{2} * \frac{C1}{2} \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right) \text{ avec } \rho = MCD - MBA * C2 / 2$$

$$MAB = MAB \left( 1 - \frac{C1}{2} \right) + \frac{\rho C3}{2} * \frac{C1}{2} \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

$$\text{Posons } \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} = X$$

$$MAB = MAB \left(1 - \frac{C1}{2}\right) + \rho * \frac{C3}{2} * \frac{C1}{2} (1 + X + X^2) \quad (37)$$

Si  $MAB=1$  on aura

$$MAB = \left(1 - \frac{C1}{2}\right) + \rho * \frac{C3}{2} * C1/2 (1 + X + X^2) \quad (38)$$

**Moment MBA**

$$MBA = MBA(1 - C1) + \frac{\rho C3}{2} * C1 \left(1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}\right)$$

$$MBA = MBA * C2 + \frac{\rho C3}{2} * C1 (1 + X + X^2) \quad (39)$$

Si  $MBA=1$  on aura :

$$MBA = C2 + \frac{\rho C3}{2} * C1 (1 + X + X^2) \quad (40)$$

**Moment MBC**

$$MBC = -MBA * C2 + \rho * C3/2 (-1 + C2) * \left(1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}\right)$$

En tenant compte que  $-1 + C2 = -C1$  le moment MBC s'écrit :

$$MBC = -MBA * C2 - \rho * \frac{C3}{2} * C1 * (1 + X + X^2) \quad (41)$$

Si  $MBA=1$  le moment MBC s'écrit :

$$MBC = -C2 - \rho * \frac{C3}{2} * C1 * (1 + X + X^2) \quad (42)$$

**Moment MCB**

$$MCB = -MBA * \frac{C2}{2} - \rho C3 (1 + X + X^2 + X^3) + \frac{\rho C3}{2} * \frac{C2}{2} * (1 + X + X^2)$$

En négligeant le terme de  $X^3$ , l'équation du moment MCB s'écrit :

$$MCB = -MBA * \frac{C2}{2} + \rho (X - C3) (1 + X + X^2) \quad (43)$$

Si  $MBA=1$  l'équation (14) s'écrit :

$$MCB = -\frac{C2}{2} + \rho (X - C3) * (1 + X + X^2) \quad (44)$$

**Moment MCD**

$$MCD = MCD - \rho * C4 \left(1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}\right), \text{ soit avec } X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$$

$$MCD = MCD - \rho * C4 (1 + X + X^2 + X^3) \quad (45)$$

Si  $MCD=1$ , l'équation (16) s'écrit :

$$MCD = 1 - \rho * C4 (1 + X + X^2 + X^3) \quad (46)$$

**Moment MDC**

$$MDC = MDC - \rho * C4/2 \left(1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}\right), \text{ soit encore :}$$

$$MDC = MDC - \rho * C4/2 (1 + X + X^2 + X^3) \quad (47)$$

Si  $MDC=1$  l'équation (18) s'écrit :

$$MDC = 1 - \rho * C4/2 (1 + X + X^2 + X^3) \quad (48)$$

Les efforts tranchants ont pour valeur :

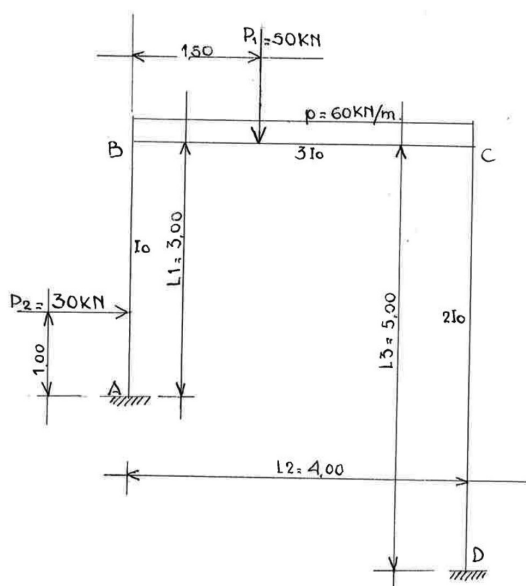
$$TAB = T' + (MAB + MBA) / h1 ; TCD = T'' + (MCD + MDC) / h2$$

La poussée au niveau de AD s'écrit :

$$TAD = TAB + TCD$$

T' et T'' représentent les efforts tranchants isostatiques et h1 et h2 les hauteurs des barres verticales AB et CD.

### 3.4.3. Application



#### Application 1

Soit un portique constitué par :

- Un barre verticale AB encastrée en A, de longueur 3,00m et de moment d'inertie  $I_0$  ; cette barre reçoit à 1,00m de A une charge ponctuelle horizontale de 30kN.
- Une barre verticale CD encastrée en D, de longueur 5,00m et de moment d'inertie  $2I_0$ .
- Une barre transversale BC de longueur 4,00m et de moment d'inertie  $3I_0$  ; cette barre reçoit une charge UR de 60kN/ml et une charge verticale de 50kN située à 1,50m du nœud B.

On demande de déterminer les moments au droit des nœuds et des appuis du portique.

#### Raideurs des barres.

$$R_{AB} = R_{BA} = 1/3$$

$$R_{BC} = R_{CB} = 3/4$$

$$R_{CD} = R_{DC} = 2/5$$

#### Coefficients de répartition.

$$C_2 = C_{BC} = \frac{3/4}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}} = 0,692 ; C_3 = C_{CB} = \frac{3/4}{\frac{3}{4} + \frac{2}{5}} = 0,6522$$

$$C_1 = C_{BA} = \frac{1/3}{\frac{1}{3} + \frac{3}{4}} = 0,308 ; C_4 = C_{CD} = \frac{2/5}{\frac{2}{5} + \frac{3}{4}} = 0,3478$$

#### Moments d'encastrement parfait.

$$M_{AB} = Pab^2/l^2 = (30 \cdot 1,00 \cdot 2,00^2) / 3,00^2 = +13,333$$

$$M_{BA} = -Pa^2b/l^2 = -(30 \cdot 1,00^2 \cdot 2,00) / 3,00^2 = -6,666$$

$$M_{BC} = pL^2/12 + Pab^2/L^2 = (60 \cdot 4^2/12) + (50 \cdot 1,5^2 \cdot 2,5) / 4,00^2 = +109,297$$

$$M_{CB} = -pL^2/12 - Pa^2b/L^2 = -(60 \cdot 4^2/12) - (50 \cdot 1,5^2 \cdot 2,5) / 4,00^2 = -97,578$$

#### Moments et efforts tranchants lorsque les nœuds sont fixes.

##### Moment MAB

$$M_{AB} = M_{AB} - (M_{BC} + M_{BA}) \cdot \frac{C_1}{2} - \left( \epsilon \cdot \frac{C_3}{2} \cdot \frac{C_1}{2} \right) \cdot (1 + X + X^2 + X^3 + X^n)$$

$$\epsilon = -(M_{CB} + M_{CD} - C_2/2(M_{BA} + M_{BC})) = -(-97,578 + 0 - 0,692/2(-6,666 + 109,297))$$

$$\epsilon = 133,088$$

$$X = \frac{C_3}{2} \cdot \frac{C_2}{2} = 0,6522/2 \cdot 0,692/2 = 0,1128$$

$$M_{AB} = 13,333 - (109,297 - 6,666) \cdot 0,308/2 - (133,088 \cdot 0,6522/2 \cdot 0,308/2) \cdot (1 + 0,112 + 0,0127 + 0,0014 + 0,0002)$$

$$M_{AB} = 13,333 - 15,805 - 7,532$$

$$M_{AB} = -10,004$$

##### Moment MBA

$$M_{BA} = M_{BA} \cdot C_2 - M_{BC} \cdot C_1 - \left( \epsilon \cdot \frac{C_3}{2} \cdot C_1 \right) \cdot (1 + X + X^2 + X^3 + X^4)$$

$$M_{BA} = -6,666 \cdot 0,692 - 109,297 \cdot 0,308 - (133,088 \cdot 0,6522/2 \cdot 0,308) \cdot 1,127$$

$$M_{BA} = -4,613 - 33,663 - 15,065$$

$$M_{BA} = -53,341$$

##### Moment MBC

$$M_{BC} = M_{BA}$$

$$M_{BC} = +53,341$$

##### Moment MCB

$$M_{CB} = M_{CB} - (M_{BC} + M_{BA}) \cdot \frac{C_2}{2} + \epsilon(C_3 - C_4 \cdot S)$$

$$M_{CB} = -97,578 - (109,297 - 6,666) \cdot 0,692/2 + 133,088 \cdot (0,6522 - 0,3478 \cdot 0,127)$$

$$M_{CB} = -97,578 - 35,510 + 80,921 = -52,167$$

$$M_{CB} = -52,167$$

##### Moment MCD

$$M_{CD} = \epsilon C_4 (1 + X + X^2 + X^3)$$

$$M_{CD} = 133,088 \cdot 0,3478 \cdot 1,127$$

$$M_{CD} = +52,167$$

##### Moment MDC

$$M_{DC} = M_{CD}/2 = 52,167/2 = 26,083$$

La programmation de cette application est indiquée dans le programme du tableau 17 joint à la fin de celle-ci ; elle donne les valeurs suivantes :

$$M_{AB} = -10,0057 ; M_{BA} = -53,3434 ; M_{BC} = +53,3434 ; M_{CB} = -52,1741 ; M_{CD} = +52,1741 ; M_{DC} = +26,0871$$

#### Valeurs des efforts tranchants.

$$T_{AB} = (P \cdot a \cdot b/h_1) + (M_{AB} + M_{BA})/h_1 \text{ avec}$$

$$Pab/h_1 = (30 \cdot 1 \cdot 2) / 3 = 20$$

$$T_{AB} = \frac{30 \cdot 1,00 \cdot 2,00}{3,00} + \frac{-10,004 - 53,341}{3,00} = -1,115$$

$$T_{DC} = (M_{CD} + M_{DC})/h_2$$

$$TDC = \frac{52,167 + 26,083}{5,00} = +15,650$$

Poussée au niveau TAD = -1,115 + 15,650 = 14,535

### Moments et efforts tranchants lorsque les nœuds subissent un déplacement $\Delta$ .

Nous choisirons un déplacement arbitraire  $\Delta$  tel que :

$$MAB = MBA = MCD = MDC = 1$$

Suivant cette hypothèse nous appliquerons les formules (32), (34), (36), (38), (40), (42), pour calculer les moments dus au déplacement du nœud B.

#### Moment MAB

$$MAB = (1 - C1/2) + \rho * C3/2 * C1/2 (1 + X + X^2)$$

avec  $q = MCD - MBA * C2/2$  et

$$X = C3/2 * C2/2$$

$$\rho = 1 - 1 * \frac{0,692}{2} = 0,654$$

$$X = 0,6522/2 * 0,692/2 = 0,1128$$

$$MAB = \left(1 - \frac{0,308}{2}\right) + 0,654 * \frac{0,6522}{2} * \frac{0,308}{2} *$$

$$(1 + 0,1128 + 0,0127) = 0,883$$

#### Moment MBA

$$MBA = C2 + \frac{\rho C3}{2} * C1 (1 + X + X^2)$$

$$MBA = 0,692 + 0,654 * 0,6522/2 * 0,308 (1 + 0,1128 + 0,0127) = 0,766$$

#### Moment MBC

$$MBC = -C2 - \rho * \frac{C3}{2} * C1 * (1 + X + X^2)$$

$$MBC = -0,692 - 0,654 * 0,6522/2 * 0,308 * (1 + 0,1128 + 0,0127) = -0,766$$

#### Moment MCB

$$MCB = -\frac{C2}{2} + \rho (X - C3) * (1 + X + X^2)$$

$$MCB = -0,692/2 + 0,654 (0,1128 - 0,6522) * (1 + 0,1128 + 0,0127) = -0,743$$

#### Moment MCD

$$MCD = 1 - \rho * C4 (1 + X + X^2 + X^3)$$

$$MCD = 1 - 0,654 * 0,3478 * (1 + 0,1128 + 0,0127 + 0,0014) = +0,743$$

#### Moment MDC

$$MDC = 1 - \rho * C4/2 (1 + X + X^2 + X^3)$$

$$MDC = 1 - 0,654 * 0,3478/2 * 1,12699 = +0,872$$

Les valeurs des moments dus à un déplacement arbitraire  $\Delta$  peuvent être résolues l'aide du programme du tableau D5 joint à la présente application. Le programme donne les valeurs suivantes :

$$MAB = 0,8830 ; MBA = 0,7577 ; MBC = -0,7577 ; MCB = -0,7430 ; MCD = 0,7437 ; MDC = 0,8718 ;$$

#### Valeurs des efforts tranchants.

$$TAB = \frac{0,883 + 0,766}{3,00} = 0,549$$

$$TDC = \frac{0,743 + 0,872}{5,00} = 0,323$$

Au niveau de AD pour un déplacement  $k\Delta$  on doit avoir :

$$30 = 14,535 + k (0,549 + 0,323) \text{ d'où } k = 17,735$$

Les moments définitifs sont calculés dans le tableau ci-dessous.

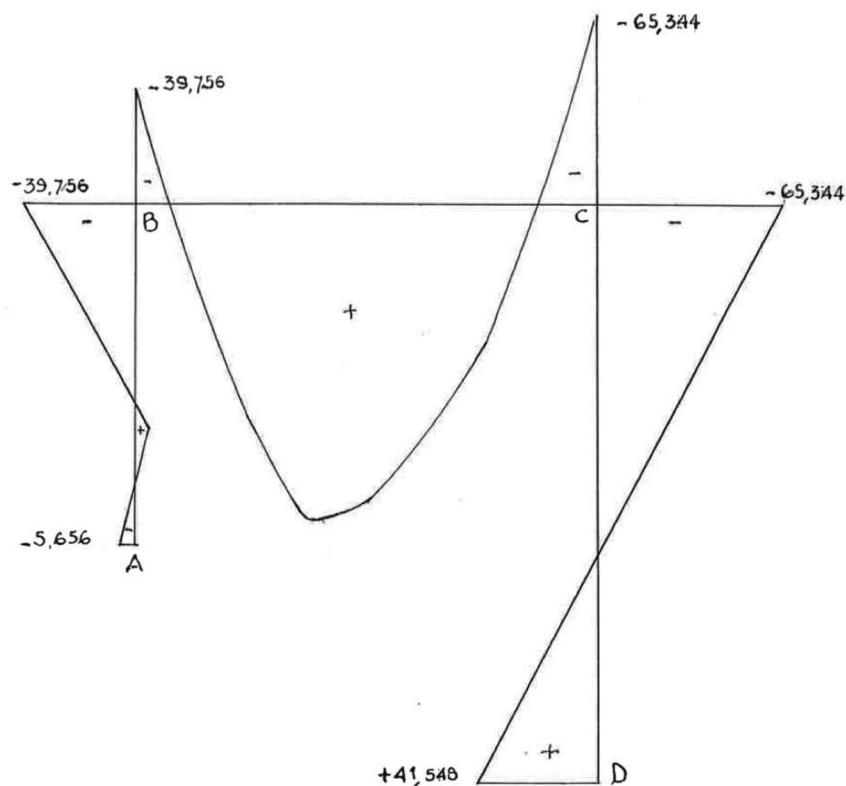
DESIGNATIONS	A	B		C		D
	AB	BA	BC	CB	CD	DC
Moments nœuds fixes	-10,004	-53,341	+53,341	-52,167	+52,167	+26,083
Moments déplacement * 17,735	+15,660	13,585	-13,585	-13,177	+13,177	+15,465
Moments totaux	+5,656	-39,756	+39,756	-65,344	+65,344	+41,548

Tableau 17 : Portique encastré avec barres à inerties différentes chargé dissymétriquement

C1	C2	C3	C4	$X = C3/2 \cdot C2/2$	$X^2$	$X^3$	$X^4$	$S+I = 1+X+X^2+X^3+X^4$	$C3^3/2^4$	$1+(C3^3/2^4) \cdot S$	$C1^3C3/2$	$C1/2 \cdot C3/2$	$1-C2/4$	$MCB$	$MCD$	$MDC$	$MBA$	$MAB$	$MBC$
0,308	0,692	0,6522	0,3478	0,1128	0,0127	0,0014	0,00016	1,1272	0,1063	1,1199	0,1004	0,0502	0,827	-97,578	0	0	-6,666	13,333	109,297
							$\varepsilon$	$\varepsilon(C3^3/2^4C1/2) \cdot S$	$\varepsilon C3^3/2^4C1 \cdot S$	$\varepsilon C3^4(1-C2/4) \cdot S$	$\varepsilon C4 \cdot S$	$MAB-(MBC+MBA) \cdot C1/2$	<b>MAB</b>	$MBA \cdot C2-MBC \cdot C1$	<b>MBA</b>	<b>MBC</b>	<b>MCD</b>	<b>MCB</b>	<b>MDC</b>
							133,0883	7,5335	15,0670	80,9118	52,1741	-2,4722	<b>-10,0057</b>	-38,2763	<b>-53,3434</b>	<b>53,3434</b>	<b>52,1741</b>	<b>-52,1741</b>	<b>26,0871</b>

Tableau D5 : Portique encastré avec barres à inerties différentes – Déplacement du nœud B

C1	C2	C3	C4	$X = \frac{C3/2 \cdot C2}{2}$	$X^2$	$X^3$	$S+1 = 1+X+X^2$	$S'+1 = 1+X+X^2+X^3$	$\frac{C1}{2} \cdot \frac{C3}{2}$	$C1 \cdot \frac{C3}{2}$	X·C3	$1 - \frac{C1}{2}$	$\rho = \frac{MCD - MBA \cdot C2}{2}$
0,308	0,692	0,6522	0,3478	0,1128306	0,012731	0,0014	1,1256	1,1270	0,0502	0,1004	-0,5394	0,846	0,654
$\frac{PC3}{2} \cdot \frac{C1}{2}$							$Pc4$	MAB	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC
0,0328							0,2275	1	1	0	0	1	1
$MAB(1 - \frac{C1}{2})$							MAB	$MBA \cdot C2$	MBA	MBC	MCB	MCD	MDC
0,846							0,8830	0,6920	0,7577	-0,7577	-0,7430	0,7437	0,8718

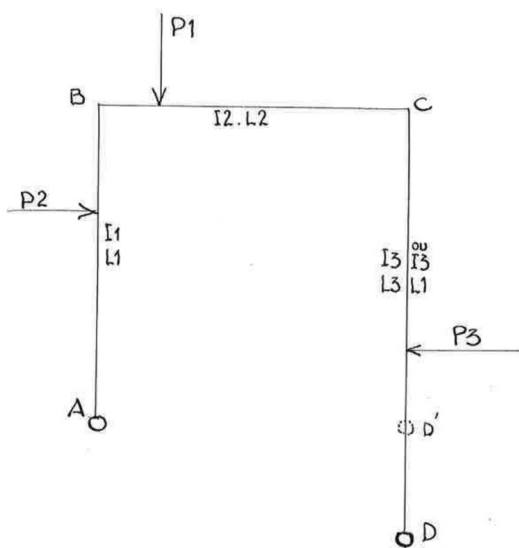


Echelles:

Moments : 0,5mm = 1kNm.  
Barres portiques : 2cm = 1m

### 3.5. ETABLISSEMENT DES EQUATIONS GENERALES POUR DES PORTIQUES ARTICULES, CHARGES DISSYMETRIQUEMENT ET DONT LES BARRES ONT DES INERTIES DIFFERENTES.

#### 3.5.1. Lorsque les nœuds sont fixes



Les barres verticales et horizontale du portique ont des inerties différentes ; les charges appliquées sont dissymétriques sur les trois côtés du portique.

Soit les coefficients de répartition :  $C2 = CBC$ ,  $C1 = CBA$ ,  $C3 = CCB$ ,  $C4 = CCD$ .

On désignera par :  $MBC$ ,  $MCB$ ,  $MBA$ ,  $MCD$ , les moments d'encastrement parfait engendrés par les différents cas de charge.

Commençons la rotation des nœuds par celui du nœud B.

#### Nœud B

Moment à répartir =  $-MBA + MBC$

Moments répartis :

- $BC = (-MBA + MBC) * C2$
- $BA = (-MBA + MBC) * C1$

Moment transmis :

- $CB = (-MBA + MBC) * C2/2$

#### Nœud C

Moments à répartir =  $MCB + MCD - (MBA + MBC) * C2/2 = \tau$

Moments répartis.

- $CB = \tau * C3$
- $CD = \tau * C4$

Moment transmis.

- $BC = \tau * \frac{C3}{2}$

### Nœud B

- $BC = -\tau * \frac{C3}{2} * C2$
- $BA = -\tau * \frac{C3}{2} * C1$
- $CB = -\tau * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$

### Nœud C

- $CB = \tau * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$
- $CD = \tau * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$
- $BC = \tau * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C3}{2}$

### Nœud B

- $BC = -\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$
- $BA = -\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$
- $CB = -\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2}$

### Nœud C

- $CB = \frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$
- $CD = \frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$
- $BC = \frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2}$

### Nœud B

- $BC = -\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$
- $BA = -\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$
- $CB = -\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$

### Nœud C

- $CB = \frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$
- $CD = \frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$
- $BC = \frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2}$

### Nœud B

- $BC = -\frac{\tau C3^4}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} * C2$  avec n=4
- $BA = -\frac{\tau C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} * C1$  avec n=4
- $CB = -\frac{\tau C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C2}{2}$  avec n=4

### Nœud C

- $CB = \frac{\tau C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} * C3$  avec n=4
- $CD = \frac{\tau C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} * C^n$  avec n=4
- $BC = \frac{\tau C3^n}{2^n} * \frac{C2^n}{2^n} * \frac{C3}{2}$  avec n=4

### Nœud B

- $BC = -\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^n} * C2$  avec n=4
- $BA = -\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^n} * C1$  avec n=4
- $CB = -\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^n}{2^n} * \frac{C2}{2}$  avec n=4

### Nœud C

- $CB = \frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * C3$
- $CD = \frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * C4$
- $BC = \frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * \frac{C3}{2}$

Dressons le tableau des moments :

(PM : nous avons :  $\tau = MCB + MCD - (MBA + MBC)C2 / 2$ )

	B		C	
	BA	BC	CB	CD
	C1	C2	C3	C4
	MBA	MBC	MCB	MCD
B	$-(MBA + MBC)C1$	$-(MBA + MBC)C2$	$-\frac{(MBA + MBC)C2}{2}$	
C		$\tau C3 / 2$	$\tau C3$	$\tau C4$
B	$-\frac{\tau C3}{2} * C1$	$-\frac{\tau C3}{2} * C2$	$-\frac{\tau C3}{2} * \frac{C2}{2}$	

C		$\frac{\tau C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C3}{2}$	$\frac{\tau C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$	$\frac{\tau C3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$
B	$-\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$	$-\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$	$-\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2}$	
C		$\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2}$	$\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$	$\frac{\tau C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$
B	$-\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$	$-\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$	$-\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$	
C		$\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2}$	$\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$	$\frac{\tau C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$
B	$-\frac{\tau C3^4}{2^4} * \frac{C2^3}{2^3} * C1$	$-\frac{\tau C3^4}{2^4} * \frac{C2^3}{2^3} * C2$	$-\frac{\tau C3^4}{2^4} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C2}{2}$	
C		$\frac{\tau C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} * \frac{C3}{2}$	$\frac{\tau C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} * C3$	$\frac{\tau C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} * C4$
B	$-\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^4}{2^4} * C1$	$-\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^4}{2^4} * C2$	$-\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^4}{2^4} * \frac{C2}{2}$	
C		$\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * \frac{C3}{2}$	$\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * C3$	$\frac{\tau C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} * C4$
Moments	MBA	MBC	MCB	MCD

En additionnant les valeurs des moments partiels indiquées dans les colonnes du tableau nous obtenons les valeurs des moments définitifs.

#### Moment MBA

$$MBA = MBA - (MBA + MBC) * C1 - \left( \tau C1 * \frac{C3}{2} \right) * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} \right)$$

En posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$ , le moment MBA s'écrit.

$$MBA = MBA - (MBA + MBC) * C1 - \left( \tau * C1 * \frac{C3}{2} \right) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \quad (49)$$

#### Moment MBC

MBC=

$$MBC - (MBA + MBC) * C2 + \left( \frac{\tau C3}{2} \right) * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} \right) - \left( \frac{\tau C3}{2} * C2 \right) * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} \right)$$

En négligeant le terme  $\frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5}$  et en posant  $1 - C2 = C1$  et  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$  le moment MBC s'écrit :

$$MBC = MBC * C1 - MBA * C2 + \left( \tau * \frac{C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \quad (50)$$

#### Moment MCD

$$MCD = MCD + (\tau C4) * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} \right)$$

Nota : Nous avons négligé le produit  $\frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5}$  du fait de sa très faible valeur.

En posant  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$ , le moment MCD s'écrit :

$$MCD = MCD + (\tau * C4) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \quad (51)$$

## Moment MCB

MCB=

$$MCB - (MBA + MBC) * \frac{C2}{2} + (\tau C3) * \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} \right) - \tau \left( \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} + \frac{C3^4}{2^4} * \frac{C2^4}{2^4} + \frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5} \right)$$

Nous négligerons la quantité  $\frac{C3^5}{2^5} * \frac{C2^5}{2^5}$ .

Posons  $X = \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$ , et  $S = X + X^2 + X^3 + X^4$ , l'équation du moment MCB s'écrit :

$$MCB = MCB - (MBA + MBC) * \frac{C2}{2} + \tau C3(1 + S) - \tau * S$$

$$MCB = MCB - (MBA + MBC) * \frac{C2}{2} + \tau (S(C3 - 1) + C3)$$

$$MCB = MCB - (MBA + MBC) * \frac{C2}{2} + \tau (-C4 * S + C3) \quad (52)$$

Les équations (49), (50), (51), (52) constituent les équations générales des portiques simples articulés pour tous types de charge.

Il suffira de modifier les valeurs des coefficients de répartition et des moments d'encastrement parfait dans les équations pour calculer les moments des portiques articulés, chargés symétriquement ou non, à barres verticales à inertie différente ou pas.

### 3.5.2. Lorsque les nœuds subissent un déplacement arbitraire $\Delta$ .

En donnant un déplacement arbitraire  $\Delta$  à B nous aurons :  $MBA = MCD = 3EI\Delta/h^2$

Nous établirons par le calcul littéral, le tableau des moments dans les différentes barres sous l'effet d'un déplacement arbitraire  $\Delta$ . On commencera l'étude de la rotation des nœuds par le nœud B puis par le nœud C.

#### Nœud B

- $BA = -MBA * C1$
- $BC = -MBA * C2$
- $CB = -MBA * C2 / 2$

#### Nœud C

Moments à répartir  $\omega = \left( MCD - MBA * \frac{C2}{2} \right)$

- $CB = -\omega * C3$
- $CD = -\omega * C4$
- $BC = -\omega * \frac{C3}{2}$

#### Nœud B

- $BC = \omega * \frac{C3}{2} * C2$
- $BA = \frac{\omega C3}{2} * C1$
- $CB = \omega * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$

#### Nœud C

- $CB = -\omega * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$
- $CD = -\omega * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} * C^n$

$$\bullet BC = -\frac{\omega C3}{2} * \frac{C2}{2} * \frac{C3}{2} = -\frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$$

#### Nœud B

$$\bullet BC = \frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$$

$$\bullet BA = \frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$$

$$\bullet CB = \frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * \frac{C2}{2} = \frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}$$

#### Nœud C

$$\bullet CB = -\frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$$

$$\bullet CD = -\frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$$

$$\bullet BC = -\frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C3}{2} = -\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2}$$

#### Nœud B

$$\bullet BC = \frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$$

$$\bullet BA = \frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$$

$$\bullet CB = \frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * \frac{C2}{2} = \frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$$

#### Nœud C

$$\bullet CB = -\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$$

$$\bullet CD = -\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C^n$$

$$\bullet BC = -\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * \frac{C3}{2} = -\frac{\omega C3^n}{2^n} * \frac{C2^3}{2^3} \text{ avec } n=4$$

Dressons maintenant le tableau des moments.

	<b>B</b>		<b>C</b>	
	BA	BC	CB	CD
	C1	C2	C3	C4
	MBA			MCD
B	$-MBA * C1$	$-MBA * C2$	$-MBA * \frac{C2}{2}$	
C		$-\omega * \frac{C3}{2}$	$-\omega * C3$	$-\omega * C4$
B	$\omega * \frac{C3}{2} * C1$	$\omega * \frac{C3}{2} * C2$	$\omega * \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2}$	
C		$-\frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2}$	$-\frac{\omega C3}{2} * \frac{C2}{2} * C3$	$-\frac{\omega C3}{2} * \frac{C2}{2} * C4$
B	$\frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1$	$\frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C2$	$\frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2}$	
C		$-\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2}$	$-\frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C3$	$-\frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} * C4$
B	$\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$	$\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C2$	$\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$	
C		$-\frac{\omega C3^4}{2^4} * \frac{C2^3}{2^3}$	$-\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C3$	$-\frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} * C4$
	MBA	MBC	MCB	MCD

Nota :  $\omega = \left( MCD - MBA * \frac{C2}{2} \right)$

En additionnant les moments partiels indiqués dans les colonnes nous obtiendrons les moments définitifs dus à un déplacement arbitraire  $\Delta$

#### Moment MBA

$$MBA = MBA - MBA * C1 + \frac{\omega C3}{2} * C1 + \frac{\omega C3^2}{2^2} * \frac{C2}{2} * C1 + \frac{\omega C3^3}{2^3} * \frac{C2^2}{2^2} * C1$$

$$MBA = MBA(1 - C1) + \frac{\omega C3}{2} * C1 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

En posant  $1 - C1 = C2$  et  $\frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} = X$ , le moment MBA s'écrit :

$$MBA = MBA * C2 + \left( \frac{\omega C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2) \quad (53)$$

#### Moment MBC

$$MBC = -MBA * C2 - \omega * C3 / 2 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} \right) + \omega C3 / 2 * C2 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

En négligeant le terme  $\frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$  et en posant  $\frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} = X$ , le moment MBC s'écrit :

$$MBC = -MBA * C2 - \left( \frac{\omega C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2) \quad (54)$$

La comparaison des équations (53) et (54) nous permet d'écrire que  $MBA = -MBC$

#### Moment MCB

$$MCB = -MBA * \frac{C2}{2} - \omega C3 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} + \frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3} \right) + \frac{\omega C3}{2} * C2 / 2 \left( 1 + \frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} + \frac{C3^2}{2^2} * \frac{C2^2}{2^2} \right)$$

Si nous négligeons le terme  $\frac{C3^3}{2^3} * \frac{C2^3}{2^3}$  et si nous posons  $\frac{C3}{2} * \frac{C2}{2} = X$ , le moment MCB s'écrit :

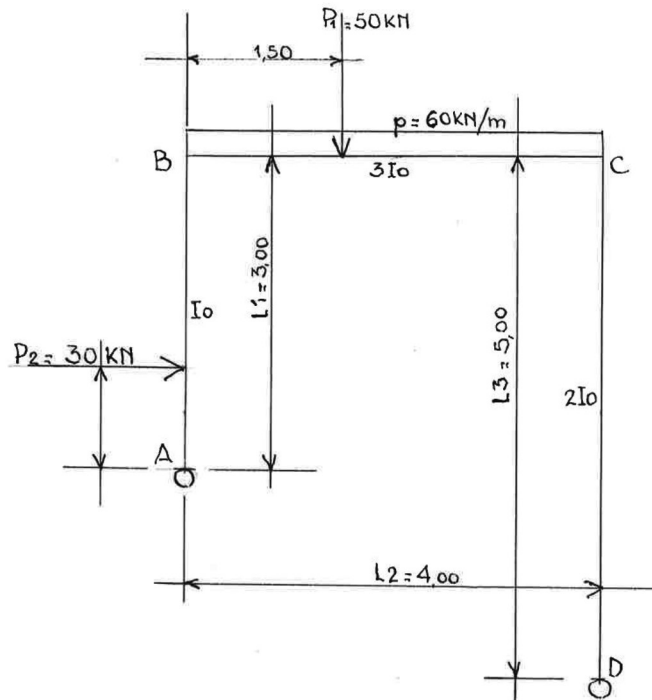
$$M_{CB} = -M_{BA} * \frac{C_2}{2} + \omega(X - C_3) * (1 + X + X^2) \quad (55)$$

**Moment MCD**

$$M_{CD} = M_{CB} - \omega C_4 \left( 1 + \frac{C_3}{2} * \frac{C_2}{2} + \frac{C_3^2}{2^2} * \frac{C_2^2}{2^2} + \frac{C_3^3}{2^3} * \frac{C_2^3}{2^3} \right), \text{ soit encore,}$$

$$M_{CD} = M_{CB} - (\omega C_4) * (1 + X + X^2 + X^3) \quad (56)$$

### 3.5.3. Application



#### Application 1

Soit un portique constitué par :

- Une barre verticale AB articulée en A, de longueur 3,00m et d'inertie  $I_o$  ; cette barre reçoit à 1,00m de A une charge ponctuelle horizontale de 30kN.
- Une barre verticale CD articulée en D, de longueur 5,00m et d'inertie  $2I_o$ .
- Une barre transversale BC de longueur 4,00m et de moment d'inertie  $3I_o$  ; cette barre reçoit une charge UR de 60kN/ml et une charge verticale de 50kN située à 1,50m du nœud B.

On demande de déterminer les moments au droit des nœuds et des appuis du portique.

#### Raideurs des barres

$$R_{BA} = 3/4 * 1/3 = 0,25 ; R_{CD} = 3/4 * 2/5 = 0,6666 ; R_{BC} = 3/4 = 0,75$$

#### Coefficients de répartition

$$C_{BC} = C_2 = 0,75 / (0,75 + 0,25) = 0,75 ; C_{CB} = C_3 = 0,75 / (0,75 + 0,666) = 0,5297 ; C_{BA} = C_1 = 0,25 / (0,25 + 0,75) = 0,25 ; C_{CD} = C_4 = 0,666 / (0,666 + 0,75) = 0,4703$$

#### Moments d'encastrement parfait

$$M_{BC} = pL^2/12 + Pab^2/L^2 = (60 * 4^2/12) + (50 * 1,5 * 2,5^2) / 4,00^2 = +109,297$$

$$M_{CB} = -pL^2/12 - Pa^2b/L^2 = -(60 * 4^2/12) - (50 * 1,5^2 * 2,5) / 4,00^2 = -97,578$$

$$M_{BA} = - \frac{b(l-b)(2L-b)}{2l^2} * P ;$$

$$M_{BA} = -2,00(1,00)(6,00 - 2,00) * \frac{30}{2 * 3,00^2} = -13,333$$

## Moments et efforts tranchants lorsque les nœuds sont fixes.

### Moment MBA

Nous avons, équation (1) :

$$MBA = MCB - (MBA + MBC) * C1 - \left( \tau * C1 * \frac{C3}{2} \right) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4)$$

$$\text{Avec } \tau = MCB + MCD - (MBA + MBC) * C2 / 2$$

$$\tau = -((-95,578+0) - (-13,333+109,297) * 0,75/2) = 131,564$$

$$X = C3 / 2 * C2 / 2 ; X = (0,5297 * 0,75) / 4 = 0,0993 \text{ et } 1 + X + X^2 + X^3 + X^4 = 1,1103$$

$$MBA = -61,978 - (-13,333 + 109,297) * 0,25 - (131,564 * 0,25 * 0,5297/2) * 1,1103$$

$$MBA = -13,333 - 23,991 - 9,6721 = -46,996$$

### Moment MBC

$$MBC = MBC * C1 - MBA * C2 + \left( \tau * \frac{C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) \text{ équation (2)}$$

L'analyse comparative des équations (53) et (54) nous permet d'écrire que :  $MBC = -MBA$ ,

D'où :

$$MBC = +46,996$$

### Moment MCB

$$MCB = MCB - (MBA + MBC) * \frac{C2}{2} + \omega (C4 * S + C3) \text{ avec } S = X + X^2 + X^3 + X^4$$

$$MCB = -95,578 - (-13,333 + 109,297) * 0,75/2 + 131,564 * (-0,4703 * 0,1103 + 0,5297)$$

$$MCB = -95,578 - 35,986 + 62,864 = -68,699$$

### Moment MCD

$$MCD = MCD + (\tau * C4) * (1 + X + X^2 + X^3 + X^4) = 0 + 131,564 * 0,4703 * 1,1103 = +68,699$$

Les moments peuvent être résolus à l'aide du programme indiqué dans le tableau 19 joint en fin de cette application.

### Efforts tranchants

$$TAB = \frac{Pab}{h1} - \frac{MBA}{h1} ; TAB = \frac{30 * 1,00 * 2,00}{3} - \frac{46,996}{3,00} = 4,335 ; TDC = \frac{MCD}{h2} ; TDC = \frac{68,699}{5,00} = 13,740$$

Au niveau AD,  $TAD = 13,740 + 4,335 = 18,075$  ;  $18,075 < 30$ , il y a donc déplacement des nœuds.

## Moments et efforts tranchants lorsque les nœuds subissent un déplacement $\Delta$ .

On donne au nœud C un déplacement  $\Delta$  vers la droite, le nœud B subira le même déplacement et on aura  $MBA = MBC = 3EI\Delta/h^2$ . En prenant  $h2 = 5,00$  nous aurons  $3EI\Delta/25 = 0,120E\Delta$  d'où :  $MBA = MCD = 0,120$  avec  $\Delta = 1/E$

### Moment MBA

$$MBA = MBA * C2 + \left( \frac{\omega C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2) \text{ avec } \omega = (MCD - MBA * C2/2) \text{ et } X = C3/2 * C2/2$$

$$\omega = 0,120 - 0,120 * 0,75/2 = 0,075 ; X = (0,5297 * 0,75) / 4 = 0,0993$$

$$MBA = 0,120 * 0,75 + \frac{0,075 * 0,5297 * 0,25}{2} * 1,1092 = 0,0900 + 0,0055 = 0,0955$$

### Moment MBC

$$MBC = -MBA * C2 - \left( \frac{\omega C3}{2} * C1 \right) * (1 + X + X^2) = -0,120 * 0,75 - \frac{0,075 * 0,5297 * 0,25}{2} * 1,1092 = -0,0955$$

### Moment MCB

$$MCB = -MBA * \frac{C2}{2} + \omega (X - C3) * (1 + X + X^2) = -0,120 * 0,75/2 + 0,075(0,0993 - 0,5297) * 1,1092 =$$

$$MCB = -0,045 - 0,0358 = -0,0808$$

### Moment MCD

$$MCD = MCD - (\omega C4) * (1 + X + X^2 + X^3) = 0,120 - (0,075 * 0,4703) * 1,1102 = 0,0808$$

### Efforts tranchants

$$TAB = \frac{MBA}{h1} ; TAB = 0,0955/3,00 = 0,0318 ; TDC = \frac{MCD}{h2} ; TDC = 0,0808/5,00 = 0,0162$$

Pour un déplacement  $k\Delta$  nous aurons :  $30=18,075+k(0,0318+0,0162)$  d'où  $k=248,437$ . Dressons le tableau des moments définitifs :

DESIGNATIONS	B		C	
	BA	BC	CB	CD
Moments nœuds fixes	-46,996	+46,996	-68,699	+68,699
Moments déplacement*248,437	+23,726	-23,726	-20,074	+20,074
Moments totaux	-23,270	+23,270	-88,773	+88,773

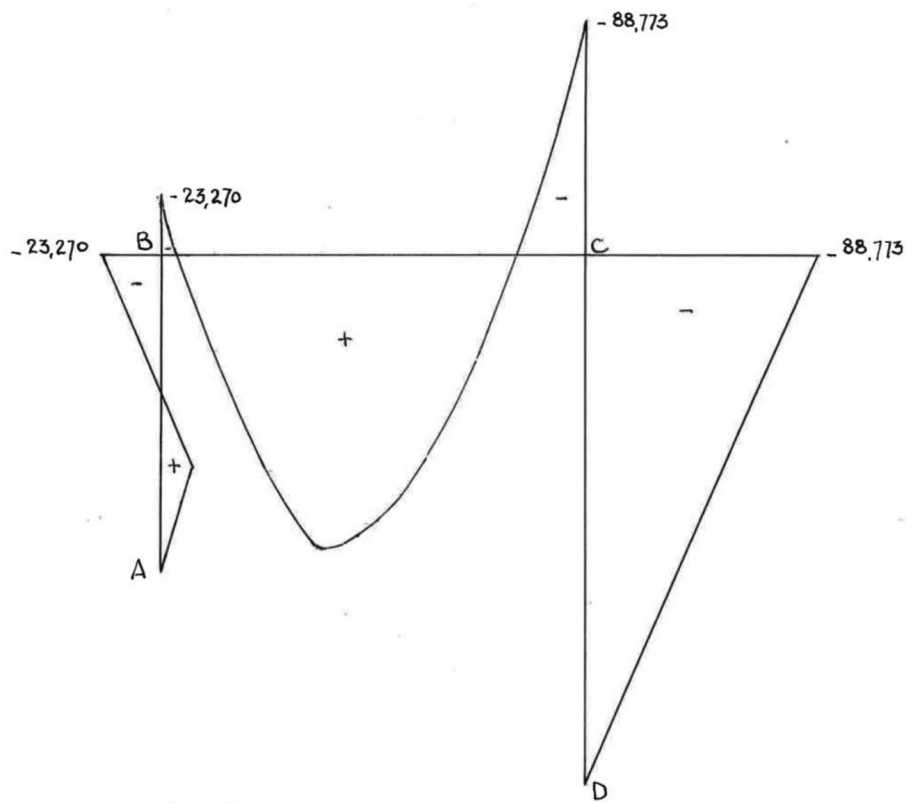
Les valeurs des moments dus à un déplacement arbitraire  $\Delta$  peuvent être résolus à l'aide du programme du tableau D7 joint à cette application.

**Tableau 19 : Portique articulé avec barres à inerties différentes chargé dissymétriquement**

C1	C2	C3	C4	$X = C_3/2^2 C_2/2$	$X^2$	$X^3$	$X^4$	$S_1 = 1 + X + X^2 + X^3 + X^4$	$C_3^3/2^2$	$1 + (C_3^3/2^3) * S$	$C_1^1 C_3^2/2$	MCD	MBA	MBC	
0,2500	0,7500	0,5297	0,4703	0,0993	0,0099	0,0010	0,0001	1,1103	0,0701	1,0779	0,0662	0,000	-13,333	109,297	
									$T = \frac{(MCD - MCB)}{(MBA + MBC)/C_2^2}$	$T_{C_3^2/2^2} C_1$	$T_{C_3^2/2^2} C_1^1 * S$	MBA	MBC	MCB	MCD
									131,5645	-8,7112	-9,6717	-37,324	-46,996	46,996	-68,697

Tableau D7 : Portique articulé avec barres à inerties différentes – Déplacement du nœud B

C1	C2	C3	C4	$X = \frac{C3/2 \cdot C2/2}{C3/2 \cdot C2/2}$	$X^2$	$X^3$	$S+1 = \frac{1}{1+X+X^2}$	$\frac{C1/2 \cdot C3/2}{C1 \cdot C3/2}$	$\frac{C1 \cdot C3/2}{C1 \cdot C3/2}$	X-C3	1-C1/2	$\rho = \frac{MCD-MBA \cdot C2/2}{MCD}$
0,2500	0,7500	0,5297	0,4703	0,0993	0,0099	0,0010	1,1092	0,0331	0,0662	-0,4304	0,8750	0,0750
			$\frac{PC3/2 \cdot C1/2}{PC4}$	Pc4	MBA	MBC	MCB	MCD	MBA	MBC	MCB	MCD
			0,0050	0,0353	0,120	0	0	0,120	0,0955	-0,0955	-0,0808	0,0809



Echelles  
 Moments:  $1\text{KNm} = 0,5\text{mm}$   
 Barres portiques =  $2\text{cm prn.}$

## 4. ANNEXES

Tableau 1 : Calcul des puissances du coefficient de répartition C2

C2	C2^2	C2^3	C2^4	C2^5	C2^6	C2^7	C2^8	C2^9
0,975	0,951	0,927	0,904	0,881	0,859	0,838	0,817	0,796
0,950	0,903	0,857	0,815	0,774	0,735	0,698	0,663	0,630
0,925	0,856	0,791	0,732	0,677	0,626	0,579	0,536	0,496
0,900	0,810	0,729	0,656	0,590	0,531	0,478	0,430	0,387
0,875	0,766	0,670	0,586	0,513	0,449	0,393	0,344	0,301
0,850	0,723	0,614	0,522	0,444	0,377	0,321	0,272	0,232
0,825	0,681	0,562	0,463	0,382	0,315	0,260	0,215	0,177
0,800	0,640	0,512	0,410	0,328	0,262	0,210	0,168	0,134
0,775	0,601	0,465	0,361	0,280	0,217	0,168	0,130	0,101
0,750	0,563	0,422	0,316	0,237	0,178	0,133	0,100	0,075
0,725	0,526	0,381	0,276	0,200	0,145	0,105	0,076	0,055
0,700	0,490	0,343	0,240	0,168	0,118	0,082	0,058	0,040
0,675	0,456	0,308	0,208	0,140	0,095	0,064	0,043	0,029
0,650	0,423	0,275	0,179	0,116	0,075	0,049	0,032	0,021
0,615	0,378	0,233	0,143	0,088	0,054	0,033	0,020	0,013
0,600	0,360	0,216	0,130	0,078	0,047	0,028	0,017	0,010
0,575	0,331	0,190	0,109	0,063	0,036	0,021	0,012	0,007
0,550	0,303	0,166	0,092	0,050	0,028	0,015	0,008	0,005
0,525	0,276	0,145	0,076	0,040	0,021	0,011	0,006	0,003
0,500	0,250	0,125	0,063	0,031	0,016	0,008	0,004	0,002
0,475	0,226	0,107	0,051	0,024	0,011	0,005	0,003	0,001
0,450	0,203	0,091	0,041	0,018	0,008	0,004	0,002	0,001
0,425	0,181	0,077	0,033	0,014	0,006	0,003	0,001	0,000
0,400	0,160	0,064	0,026	0,010	0,004	0,002	0,001	0,000
0,375	0,141	0,053	0,020	0,007	0,003	0,001	0,000	0,000
0,350	0,123	0,043	0,015	0,005	0,002	0,001	0,000	0,000
0,325	0,106	0,034	0,011	0,004	0,001	0,000	0,000	0,000
0,300	0,090	0,027	0,008	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
0,275	0,076	0,021	0,006	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
0,250	0,063	0,016	0,004	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
0,225	0,051	0,011	0,003	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
0,200	0,040	0,008	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,175	0,031	0,005	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,150	0,023	0,003	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,125	0,016	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,100	0,01	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0975	0,010	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,095	0,009	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,0925	0,009	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,090	0,008	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000



Tableau 3 : Sommes des progressions géométriques

S5=

$(C2/2^5+C2^{\wedge}3/2^{\wedge}4+C2^{\wedge}5/2^{\wedge}6+C2^{\wedge}7/2^{\wedge}8)$

S6=

$(C2^2/2^{\wedge}3+C2^{\wedge}4/2^{\wedge}5+C2^{\wedge}6/2^{\wedge}7+C2^{\wedge}8/2^{\wedge}9)$

S7=

$(C2/2+C2^{\wedge}3/2^{\wedge}3+C2^{\wedge}5/2^{\wedge}5+C2^{\wedge}7/2^{\wedge}7+C2^{\wedge}9/2^{\wedge}9)$

S8=

$(C2^{\wedge}2/2+C2^{\wedge}4/2^{\wedge}4+C2^{\wedge}6/2^{\wedge}6+C2^{\wedge}8/2^{\wedge}8)$

S5=

$(C2/2^2)^*(2^{\wedge}8-C2^{\wedge}8)/2^{\wedge}6(2^2-C2^2)$

S6=

$(C2^2/2^{\wedge}3)^*(2^{\wedge}8-C2^{\wedge}8)/2^{\wedge}6(2^2-C2^2)$

S7=

$(C2/2)^*(2^{\wedge}10-C2^{\wedge}10)/2^{\wedge}8(2^2-C2^2)$

S8=

$(C2^2/2)^*(2^{\wedge}8-C2^{\wedge}8)/2^{\wedge}6(2^2-C2^2)$

C2	C2/2	C2^2	C2^2/2	C2^2/2^2	C2^2/2^3	C2^2/2^4	C2^2/2^5	C2^2/2^6	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^10	2^11	2^12	2^13	2^14	2^15	2^16	2^17	2^18	2^19	2^20	2^21	2^22	2^23	2^24	2^25	2^26	2^27	2^28	2^29	2^30	2^31	2^32	2^33	2^34	2^35	2^36	2^37	2^38	2^39	2^40	2^41	2^42	2^43	2^44	2^45	2^46	2^47	2^48	2^49	2^50	2^51	2^52	2^53	2^54	2^55	2^56	2^57	2^58	2^59	2^60	2^61	2^62	2^63	2^64	2^65	2^66	2^67	2^68	2^69	2^70	2^71	2^72	2^73	2^74	2^75	2^76	2^77	2^78	2^79	2^80	2^81	2^82	2^83	2^84	2^85	2^86	2^87	2^88	2^89	2^90	2^91	2^92	2^93	2^94	2^95	2^96	2^97	2^98	2^99	2^100	2^101	2^102	2^103	2^104	2^105	2^106	2^107	2^108	2^109	2^110	2^111	2^112	2^113	2^114	2^115	2^116	2^117	2^118	2^119	2^120	2^121	2^122	2^123	2^124	2^125	2^126	2^127	2^128	2^129	2^130	2^131	2^132	2^133	2^134	2^135	2^136	2^137	2^138	2^139	2^140	2^141	2^142	2^143	2^144	2^145	2^146	2^147	2^148	2^149	2^150	2^151	2^152	2^153	2^154	2^155	2^156	2^157	2^158	2^159	2^160	2^161	2^162	2^163	2^164	2^165	2^166	2^167	2^168	2^169	2^170	2^171	2^172	2^173	2^174	2^175	2^176	2^177	2^178	2^179	2^180	2^181	2^182	2^183	2^184	2^185	2^186	2^187	2^188	2^189	2^190	2^191	2^192	2^193	2^194	2^195	2^196	2^197	2^198	2^199	2^200	2^201	2^202	2^203	2^204	2^205	2^206	2^207	2^208	2^209	2^210	2^211	2^212	2^213	2^214	2^215	2^216	2^217	2^218	2^219	2^220	2^221	2^222	2^223	2^224	2^225	2^226	2^227	2^228	2^229	2^230	2^231	2^232	2^233	2^234	2^235	2^236	2^237	2^238	2^239	2^240	2^241	2^242	2^243	2^244	2^245	2^246	2^247	2^248	2^249	2^250	2^251	2^252	2^253	2^254	2^255	2^256	2^257	2^258	2^259	2^260	2^261	2^262	2^263	2^264	2^265	2^266	2^267	2^268	2^269	2^270	2^271	2^272	2^273	2^274	2^275	2^276	2^277	2^278	2^279	2^280	2^281	2^282	2^283	2^284	2^285	2^286	2^287	2^288	2^289	2^290	2^291	2^292	2^293	2^294	2^295	2^296	2^297	2^298	2^299	2^300	2^301	2^302	2^303	2^304	2^305	2^306	2^307	2^308	2^309	2^310	2^311	2^312	2^313	2^314	2^315	2^316	2^317	2^318	2^319	2^320	2^321	2^322	2^323	2^324	2^325	2^326	2^327	2^328	2^329	2^330	2^331	2^332	2^333	2^334	2^335	2^336	2^337	2^338	2^339	2^340	2^341	2^342	2^343	2^344	2^345	2^346	2^347	2^348	2^349	2^350	2^351	2^352	2^353	2^354	2^355	2^356	2^357	2^358	2^359	2^360	2^361	2^362	2^363	2^364	2^365	2^366	2^367	2^368	2^369	2^370	2^371	2^372	2^373	2^374	2^375	2^376	2^377	2^378	2^379	2^380	2^381	2^382	2^383	2^384	2^385	2^386	2^387	2^388	2^389	2^390	2^391	2^392	2^393	2^394	2^395	2^396	2^397	2^398	2^399	2^400	2^401	2^402	2^403	2^404	2^405	2^406	2^407	2^408	2^409	2^410	2^411	2^412	2^413	2^414	2^415	2^416	2^417	2^418	2^419	2^420	2^421	2^422	2^423	2^424	2^425	2^426	2^427	2^428	2^429	2^430	2^431	2^432	2^433	2^434	2^435	2^436	2^437	2^438	2^439	2^440	2^441	2^442	2^443	2^444	2^445	2^446	2^447	2^448	2^449	2^450	2^451	2^452	2^453	2^454	2^455	2^456	2^457	2^458	2^459	2^460	2^461	2^462	2^463	2^464	2^465	2^466	2^467	2^468	2^469	2^470	2^471	2^472	2^473	2^474	2^475	2^476	2^477	2^478	2^479	2^480	2^481	2^482	2^483	2^484	2^485	2^486	2^487	2^488	2^489	2^490	2^491	2^492	2^493	2^494	2^495	2^496	2^497	2^498	2^499	2^500	2^501	2^502	2^503	2^504	2^505	2^506	2^507	2^508	2^509	2^510	2^511	2^512	2^513	2^514	2^515	2^516	2^517	2^518	2^519	2^520	2^521	2^522	2^523	2^524	2^525	2^526	2^527	2^528	2^529	2^530	2^531	2^532	2^533	2^534	2^535	2^536	2^537	2^538	2^539	2^540	2^541	2^542	2^543	2^544	2^545	2^546	2^547	2^548	2^549	2^550	2^551	2^552	2^553	2^554	2^555	2^556	2^557	2^558	2^559	2^560	2^561	2^562	2^563	2^564	2^565	2^566	2^567	2^568	2^569	2^570	2^571	2^572	2^573	2^574	2^575	2^576	2^577	2^578	2^579	2^580	2^581	2^582	2^583	2^584	2^585	2^586	2^587	2^588	2^589	2^590	2^591	2^592	2^593	2^594	2^595	2^596	2^597	2^598	2^599	2^600	2^601	2^602	2^603	2^604	2^605	2^606	2^607	2^608	2^609	2^610	2^611	2^612	2^613	2^614	2^615	2^616	2^617	2^618	2^619	2^620	2^621	2^622	2^623	2^624	2^625	2^626	2^627	2^628	2^629	2^630	2^631	2^632	2^633	2^634	2^635	2^636	2^637	2^638	2^639	2^640	2^641	2^642	2^643	2^644	2^645	2^646	2^647	2^648	2^649	2^650	2^651	2^652	2^653	2^654	2^655	2^656	2^657	2^658	2^659	2^660	2^661	2^662	2^663	2^664	2^665	2^666	2^667	2^668	2^669	2^670	2^671	2^672	2^673	2^674	2^675	2^676	2^677	2^678	2^679	2^680	2^681	2^682	2^683	2^684	2^685	2^686	2^687	2^688	2^689	2^690	2^691	2^692	2^693	2^694	2^695	2^696	2^697	2^698	2^699	2^700	2^701	2^702	2^703	2^704	2^705	2^706	2^707	2^708	2^709	2^710	2^711	2^712	2^713	2^714	2^715	2^716	2^717	2^718	2^719	2^720	2^721	2^722	2^723	2^724	2^725	2^726	2^727	2^728	2^729	2^730	2^731	2^732	2^733	2^734	2^735	2^736	2^737	2^738	2^739	2^740	2^741	2^742	2^743	2^744	2^745	2^746	2^747	2^748	2^749	2^750	2^751	2^752	2^753	2^754	2^755	2^756	2^757	2^758	2^759	2^760	2^761	2^762	2^763	2^764	2^765	2^766	2^767	2^768	2^769	2^770	2^771	2^772	2^773	2^774	2^775	2^776	2^777	2^778	2^779	2^780	2^781	2^782	2^783	2^784	2^785	2^786	2^787	2^788	2^789	2^790	2^791	2^792	2^793	2^794	2^795	2^796	2^797	2^798	2^799	2^800	2^801	2^802	2^803	2^804	2^805	2^806	2^807	2^808	2^809	2^810	2^811	2^812	2^813	2^814	2^815	2^816	2^817	2^818	2^819	2^820	2^821	2^822	2^823	2^824	2^825	2^826	2^827	2^828	2^829	2^830	2^831	2^832	2^833	2^834	2^835	2^836	2^837	2^838	2^839	2^840	2^841	2^842	2^843	2^844	2^845	2^846	2^847	2^848	2^849	2^850	2^851	2^852	2^853	2^854	2^855	2^856	2^857	2^858	2^859	2^860	2^861	2^862	2^863	2^864	2^865	2^866	2^867	2^868	2^869	2^870	2^871	2^872	2^873	2^874	2^875	2^876	2^877	2^878	2^879	2^880	2^881	2^882	2^883	2^884	2^885	2^886	2^887	2^888	2^889	2^890	2^891	2^892	2^893	2^894	2^895	2^896	2^897	2^898	2^899	2^900	2^901	2^902	2^903	2^904	2^905	2^906	2^907	2^908	2^909	2^910	2^911	2^912	2^913	2^914	2^915	2^916	2^917	2^918	2^919	2^920	2^921	2^922	2^923	2^924	2^925	2^926	2^927	2^928	2^929	2^930	2^931	2^932	2^933	2^934	2^935	2^936	2^937	2^938	2^939	2^940	2^941	2^942	2^943	2^944	2^945	2^946	2^947	2^948	2^949	2^950	2^951	2^952	2^953	2^954	2^955	2^956	2^957	2^958	2^959	2^960	2^961	2^962	2^963	2^964	2^965	2^966	2^967	2^968	2^969	2^970	2^971	2^972	2^973	2^974	2^975	2^976	2^977	2^978	2^979	2^980	2^981	2^982	2^983	2^984	2^985	2^986	2^987	2^988	2^989	2^990	2^991	2^992	2^993	2^994	2^995	2^996	2^997	2^998	2^999	2^1000	2^1001	2^1002	2^1003	2^1004	2^1005	2^1006	2^1007	2^1008	2^1009	2^1010	2^1011	2^1012	2^1013	2^1014	2^1015	2^1016	2^1017	2^1018	2^1019	2^1020	2^1021	2^1022	2^1023	2^1024	2^1025	2^1026	2^1027	2^1028	2^1029	2^1030	2^1031	2^1032	2^1033	2^1034	2^1035	2^1036	2^1037	2^1038	2^1039	2^1040	2^1041	2^1042	2^1043	2^1044	2^1045	2^1046	2^1047	2^1048	2^1049	2^1050	2^1051	2^1052	2^1053	2^1054	2^1055	2^1056	2^1057	2^1058	2^1059	2^1060	2^1061	2^1062	2^1063	2^1064	2^1065	2^1066	2^1067	2^1068	2^1069	2^1070	2^1071	2^1072	2^1073	2^1074	2^1075	2^1076	2^1077	2^1078	2^1079	2^1080	2^1081	2^1082	2^1083	2^1084	2^1085	2^1086	2^1087	2^1088	2^1089	2^1090	2^1091	2^1092	2^1093	2^1094	2^1095	2^1096	2^1097	2^1098	2^1099	2^1100	2^1101	2^1102	2^1103	2^1104	2^1105	2^1106	2^1107	2^1108	2^1109	2^1110	2^1111	2^1112	2^1113	2^1114	2^1115	2^1116	2^1117	2^1118	2^1119	2^1120	2^1121	2^1122	2^1123	2^1124	2^1125	2^1126	2^1127	2^1128	2^1129	2^1130	2^11
----	------	------	--------	----------	----------	----------	----------	----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	------

Tableau 4 : Sommes des progressions géométriques

C2	C2/2	C2^2	2^2	2^3	2^4	C2^2/2^2	C2^2/2^3	2^4-C2^4	2^2(2^2-C2^2)	A=	S9= A*C2^2/2^2	S10= A*C2^2/2^3
0,9750	0,4875	0,9506	4	8	16	0,2377	0,1188	15,0963	12,1975	1,2377	0,2941	0,1471
0,9500	0,4750	0,9025	4	8	16	0,2256	0,1128	15,1855	12,3900	1,2256	0,2765	0,1383
0,9250	0,4625	0,8556	4	8	16	0,2139	0,1070	15,2679	12,5775	1,2139	0,2597	0,1298
0,9000	0,4500	0,8100	4	8	16	0,2025	0,1013	15,3439	12,7600	1,2025	0,2435	0,1218
0,8750	0,4375	0,7656	4	8	16	0,1914	0,0957	15,4138	12,9375	1,1914	0,2280	0,1140
0,8500	0,4250	0,7225	4	8	16	0,1806	0,0903	15,4780	13,1100	1,1806	0,2133	0,1066
0,8250	0,4125	0,6806	4	8	16	0,1702	0,0851	15,5367	13,2775	1,1702	0,1991	0,0996
0,8000	0,4000	0,6400	4	8	16	0,1600	0,0800	15,5904	13,4400	1,1600	0,1856	0,0928
0,7750	0,3875	0,6006	4	8	16	0,1502	0,0751	15,6392	13,5975	1,1502	0,1727	0,0864
0,7500	0,3750	0,5625	4	8	16	0,1406	0,0703	15,6836	13,7500	1,1406	0,1604	0,0802
0,7250	0,3625	0,5256	4	8	16	0,1314	0,0657	15,7237	13,8975	1,1314	0,1487	0,0743
0,7000	0,3500	0,4900	4	8	16	0,1225	0,0613	15,7599	14,0400	1,1225	0,1375	0,0688
0,6750	0,3395	0,4610	4	8	16	0,1153	0,0576	15,7874	14,1558	1,1153	0,1285	0,0643
0,6500	0,3250	0,4225	4	8	16	0,1056	0,0528	15,8215	14,3100	1,1056	0,1168	0,0584
0,6150	0,3075	0,3782	4	8	16	0,0946	0,0473	15,8569	14,4871	1,0946	0,1035	0,0517
0,5840	0,2920	0,3411	4	8	16	0,0853	0,0426	15,8837	14,6358	1,0853	0,0925	0,0463
0,5750	0,2875	0,3306	4	8	16	0,0827	0,0413	15,8907	14,6775	1,0827	0,0895	0,0447
0,5500	0,2750	0,3025	4	8	16	0,0756	0,0378	15,9085	14,7900	1,0756	0,0813	0,0407
0,5250	0,2625	0,2756	4	8	16	0,0689	0,0345	15,9240	14,8975	1,0689	0,0737	0,0368
0,5000	0,2500	0,2500	4	8	16	0,0625	0,0313	15,9375	15,0000	1,0625	0,0664	0,0332
0,4710	0,2355	0,2218	4	8	16	0,0555	0,0277	15,9508	15,1126	1,0555	0,0585	0,0293
0,4500	0,2250	0,2025	4	8	16	0,0506	0,0253	15,9590	15,1900	1,0506	0,0532	0,0266
0,4250	0,2125	0,1806	4	8	16	0,0452	0,0226	15,9674	15,2775	1,0452	0,0472	0,0236
0,4000	0,2000	0,1600	4	8	16	0,0400	0,0200	15,9744	15,3600	1,0400	0,0416	0,0208
0,3750	0,1875	0,1406	4	8	16	0,0352	0,0176	15,9802	15,4375	1,0352	0,0364	0,0182
0,3500	0,1750	0,1225	4	8	16	0,0306	0,0153	15,9850	15,5100	1,0306	0,0316	0,0158
0,3250	0,1625	0,1056	4	8	16	0,0264	0,0132	15,9888	15,5775	1,0264	0,0271	0,0136
0,3000	0,1500	0,0900	4	8	16	0,0225	0,0113	15,9919	15,6400	1,0225	0,0230	0,0115
0,2750	0,1375	0,0756	4	8	16	0,0189	0,0095	15,9943	15,6975	1,0189	0,0193	0,0096
0,2500	0,1250	0,0625	4	8	16	0,0156	0,0078	15,9961	15,7500	1,0156	0,0159	0,0079
0,2250	0,1125	0,0506	4	8	16	0,0127	0,0063	15,9974	15,7975	1,0127	0,0128	0,0064
0,2000	0,1000	0,0400	4	8	16	0,0100	0,0050	15,9984	15,8400	1,0100	0,0101	0,0051
0,1750	0,0875	0,0306	4	8	16	0,0077	0,0038	15,9991	15,8775	1,0077	0,0077	0,0039
0,1500	0,0750	0,0225	4	8	16	0,0056	0,0028	15,9995	15,9100	1,0056	0,0057	0,0028
0,1250	0,0625	0,0156	4	8	16	0,0039	0,0020	15,9998	15,9375	1,0039	0,0039	0,0020
0,1000	0,0500	0,0100	4	8	16	0,0025	0,0013	15,9999	15,9600	1,0025	0,0025	0,0013
0,0975	0,0488	0,0095	4	8	16	0,0024	0,0012	15,9999	15,9620	1,0024	0,0024	0,0012
0,0950	0,0475	0,0090	4	8	16	0,0023	0,0011	15,9999	15,9639	1,0023	0,0023	0,0011
0,0925	0,0463	0,0086	4	8	16	0,0021	0,0011	15,9999	15,9658	1,0021	0,0021	0,0011
0,0900	0,0450	0,0081	4	8	16	0,0020	0,0010	15,9999	15,9676	1,0020	0,0020	0,0010

$$S9 = C2^2/2^2 + C2^4/2^4$$

$$S10 = C2^2/2^3 + C2^4/2^5$$

$$S9 = (C2^2/2^2) * (2^4 - C2^4) / 2^2(2^2 - C2^2)$$

$$S10 = (C2^2/2^3) * (2^4 - C2^4) / 2^2(2^2 - C2^2)$$

Tableau 5 : Sommes des progressions géométriques

$X+X^2$  et  $X+X^2+X^3$  avec  $X= C3/2^*C2/2$

C2	C2/2	C1	C1/2	C4	C3	C3/2	$C2/2^*C3/2$ X	$(C2/2^*C3/2)^2$ X <sup>2</sup>	$(C2/2^*C3/2)^3$ X <sup>3</sup>	S11 $((1-X^2)/(1-X))*X$	S12 $((1-X^3)/(1-X))*X$
0,9750	0,4875	0,0250	0,0125	0,9750	0,0250	0,01250	0,0122	0,00015	0,00000	0,01234	0,01234
0,9500	0,4750	0,0500	0,0250	0,9500	0,0500	0,02500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,9250	0,4625	0,0750	0,0375	0,9250	0,0750	0,03750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,9000	0,4500	0,1000	0,0500	0,9000	0,1000	0,05000		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,8750	0,4375	0,1250	0,0625	0,8750	0,1250	0,06250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,8500	0,4250	0,1500	0,0750	0,8500	0,1500	0,07500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,8250	0,4125	0,1750	0,0875	0,8250	0,1750	0,08750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,8000	0,4000	0,2000	0,1000	0,8000	0,2000	0,10000		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,7750	0,3875	0,2250	0,1125	0,7750	0,2250	0,11250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,7500	0,3750	0,2500	0,1250	0,7500	0,2500	0,12500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,7250	0,3637	0,2750	0,1375	0,7250	0,2750	0,13750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,7000	0,3500	0,3000	0,1500	0,7000	0,3000	0,15000		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,6750	0,3395	0,3250	0,1625	0,6790	0,3210	0,16050		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,6500	0,3250	0,3500	0,1750	0,6500	0,3500	0,17500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,6250	0,3125	0,3750	0,1875	0,6150	0,3850	0,19250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,6000	0,3000	0,4000	0,2000	0,6000	0,4000	0,20000	0,0300	0,00090	0,00003	0,03090	0,03093
0,5750	0,2875	0,4250	0,2125	0,5750	0,4250	0,21250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,5500	0,2750	0,4500	0,2250	0,5500	0,4500	0,22500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,5250	0,2625	0,4750	0,2375	0,5250	0,4750	0,23750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,5000	0,2500	0,5000	0,2500	0,5000	0,5000	0,25000		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,4750	0,2355	0,5250	0,2625	0,4750	0,5250	0,26250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,4500	0,2250	0,5500	0,2750	0,4500	0,5500	0,27500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,4250	0,2125	0,5750	0,2875	0,4250	0,5750	0,28750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,4000	0,2000	0,6000	0,3000	0,4000	0,6000	0,30000		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,3750	0,1875	0,6250	0,3125	0,3750	0,6250	0,31250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,3500	0,1750	0,6500	0,3250	0,3500	0,6500	0,32500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,3250	0,1605	0,6750	0,3375	0,3250	0,6750	0,33750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,3000	0,1500	0,7000	0,3500	0,3000	0,7000	0,35000	0,0525	0,00276	0,00014	0,05526	0,05540
0,2750	0,1375	0,7250	0,3625	0,2750	0,7250	0,36250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,2500	0,1250	0,7500	0,3750	0,2500	0,7500	0,37500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,2250	0,1125	0,7750	0,3875	0,2250	0,7750	0,38750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,2000	0,1000	0,8000	0,4000	0,2000	0,8000	0,40000		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,1750	0,0875	0,8250	0,4125	0,1750	0,8250	0,41250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,1500	0,0750	0,8500	0,4250	0,1500	0,8500	0,42500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,1250	0,0625	0,8750	0,4375	0,1250	0,8750	0,43750		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,1000	0,0500	0,9000	0,4500	0,1000	0,9000	0,45000		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,0975	0,0488	0,9025	0,4513	0,0975	0,9025	0,45125		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,0950	0,0475	0,9050	0,4525	0,0950	0,9050	0,45250		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,0925	0,0463	0,9075	0,4538	0,0925	0,9075	0,45375		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
0,0900	0,0450	0,9100	0,4550	0,0900	0,9100	0,45500		0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

## BIBLIOGRAPHIE

PIERRE-MARIE GERY : Cours de Résistance des Matériaux du CHEC. Centre de Hautes Etudes de la Construction (1963)

EDMOND DREYFUSS : Leçons sur la Résistance des Matériaux Tome II-Tome III Livre I-Tome III. Livre II. Eyrolles 1965

WOLFGANG A. JALIL- PHILIPPE ADER : Calcul pratique des structures. Eyrolles 1980

REMY MOUTARDE-FRANCOIS FLEURY : Comprendre simplement la Résistance des Matériaux. Le Moniteur (2007)

J. GOULET -J.P. BOUTIN-F. LEROUGE : Aide-Mémoire Résistance des Matériaux. Dunod 2008

PIERINO LESTUZZI- LEOPOLD PFLUG : Structures en barres et poutres. Traité de Génie Civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. PPUR 2014

PIERRE CHARON : La méthode de CROSS et le calcul pratique des Constructions hyperstatiques. Eyrolles.1960

# **MÉTHODE RATIONNELLE INTÉGRÉE DE DIMENSIONNEMENT ET D'ÉVALUATION ÉCONOMIQUE DES PROJETS DE BITUMAGE DE ROUTES NON REVÊTUES DE « HAUTE PRIORITÉ » INCLUANT LES ASPECTS SOCIAUX ET ENVIRONNEMENTAUX DANS LES PAYS EN DÉVELOPPEMENT**

---

## ***DESIGN AND ECONOMIC EVALUATION OF "HIGH PRIORITY" UNPAVED ROAD SECTIONS UPGRADING PROJECTS IN DEVELOPING COUNTRIES: A RATIONAL APPROACH INTEGRATING SOCIAL AND ENVIRONMENTAL ASPECTS***

---

**Emmanuel KOSSÈ KABA & Gabriel J. ASSAF**

Département de génie de la construction, École de technologie supérieure,  
Montréal Québec, Canada

---

# 1. INTRODUCTION

Les réseaux routiers des pays en développement et plus particulièrement ceux des régions rurales d'Afrique subsaharienne sont en majorité composés de routes non revêtues, couramment appelées « routes en terre ». En effet, environ 83% des routes classifiées des réseaux routiers des pays de l'Afrique subsaharienne sont non revêtues (Ken, 2011). Le développement du réseau routier requiert la construction de nouvelles routes, la réhabilitation et l'entretien des routes existantes, en particulier dans le contexte de l'Afrique subsaharienne qui nécessite des interventions modifiant les classes de surface des routes non revêtues existantes (Odoki et Kerali, 2000a). Le bitumage est défini comme un reclassement des routes non revêtues en routes revêtues. Les couches de surface sont en enduit superficiel (ES) ou en enrobé bitumineux (EB). En Afrique de l'Ouest, les routes non revêtues sont très souvent construites en graveleux latéritiques (GL) et sont très sensibles aux aléas environnementaux. Ces routes ont tendance à devenir impraticables pendant les saisons des pluies, restreignant ainsi la mobilité des communautés rurales (Done, Ford et Edwards, 2001). Cependant, la décision de bitumer ou de modifier la classe de surface d'une route en GL dépend de plusieurs facteurs tels que l'état de la surface existante, la capacité portante de la chaussée, le trafic, la qualité et la disponibilité des matériaux de construction, la géométrie de la route et les conditions climatiques locales (Done, Ford et Edwards, 2001; TRL, 2000). La majorité des facteurs cités ci-dessus relèvent de la performance technique des routes et la justification d'une intervention sur une route existante ne peut se faire sans la prise en compte des facteurs économiques, environnementaux et sociaux.

D'autres méthodes intégrées ont été déjà développées pour le dimensionnement et l'évaluation économique des routes, telles que l'approche rationnelle de dimensionnement utilisant les principes de cycle de vie pour les pays tropicaux développés par Koranteng-Yorke, Ghataora et Odoki (2014). Cette approche a permis l'application de la méthode de dimensionnement mécaniste-empirique pour dimensionner soixante (60) structures-types de chaussées et en sélectionner trente-trois (33) pour une évaluation économique avec le logiciel Highway design and Management (HDM-4). Cependant, l'approche ne considère pas les aspects sociaux et environnementaux de la zone d'étude et le choix des différentes structures-types de chaussées n'est pas basé sur un catalogue de structures de chaussées d'un guide de référence de dimensionnement des routes pour les pays tropicaux tel que le guide du Transport Research Laboratory (TRL, 1993a). Adiguna, Dewanti et Odoki (2017), dans leurs travaux de recherches, se sont basés sur l'analyse multicritère (AMC) pour intégrer les aspects sociaux et environnementaux dans le cadre de l'établissement d'un programme pluriannuel de l'entretien routier sous une contrainte budgétaire. Les résultats de leurs travaux de recherche ont permis d'inclure, outre les paramètres techniques, des paramètres économiques, sociaux et environnementaux dans la programmation des travaux de préservation des chaussées et d'en déduire le budget adéquat. Bien que

leur méthode soit pertinente, elle a été développée pour la gestion de l'entretien routier dont certains aspects sont différents des projets de bitumage des routes. Par conséquent, il est donc adéquat de l'ajuster pour sélectionner l'intervention optimale de bitumage des routes.

Dans la présente étude, l'objectif est le développement d'une méthode rationnelle intégrée de dimensionnement des chaussées et d'évaluation économique intégrant les aspects sociaux et environnementaux des tronçons de route situés en Afrique de l'Ouest. Les principaux intrants de cette étude sont issus d'investigations détaillées et approfondies sur le terrain. Cette méthode intégrée a permis de sélectionner la meilleure option de bitumage de telle sorte qu'elle soit techniquement fiable, économiquement viable, avec une faible pollution de l'air et répondant aux besoins sociaux des communautés rurales. Une revue de littérature approfondie montre qu'il existe très peu d'études combinant de manière aussi détaillée le dimensionnement mécaniste empirique des chaussées, l'analyse économique et l'intégration des facteurs sociaux et environnementaux pour l'évaluation des projets de bitumage des routes dans le contexte des pays de l'UEMOA (Union Économique et Monétaire Ouest Africaine), d'où la pertinence du présent article.

Cet article présente d'abord la revue de littérature sur les méthodes de dimensionnement des chaussées et l'évaluation économique des projets routiers. Il décrit ensuite la zone d'étude et relate en détail la méthodologie composée des étapes du développement de la méthode. Il présente aussi les résultats et la discussion du dimensionnement mécaniste-empirique des chaussées, de l'analyse économique, de l'analyse de sensibilité et de l'intégration des paramètres environnementaux et sociaux.

## 2. REVUE DE LITTÉRATURE

Cette revue de littérature expose les classes et les catégories de chaussées en fonction des types de revêtement, les méthodes de dimensionnement des chaussées utilisées en Afrique francophone, l'évaluation économique et les impacts sociaux et environnementaux des projets routiers dans les pays en développement.

### 2.1. Types de revêtement de surface des routes

Les types de revêtement de surface des chaussées permettent d'identifier quatre classes de chaussées : les chaussées bitumineuses, les chaussées en béton de ciment, les chaussées en pavés et les chaussées non revêtues.

Une chaussée bitumineuse est une chaussée dont la couche de surface est en ES ou en EB ; une chaussée en béton de ciment est une chaussée dont la couche de surface est en dalle de béton non armé, en dalle de béton armé ou en béton armé continu ; une chaussée en pavés est une chaussée dont la couche de surface est en béton, en briques ou en pavés ; et finalement une chaussée non revêtue est une chaussée dont la couche de surface est en terre, en grave ou en sable (Odoki et Kerali, 2000c). Dans

les pays francophones de l'Afrique de l'Ouest, les routes non revêtues sont généralement qualifiées de « chaussées en terre ». C'est un abus de langage, car en réalité les routes non revêtues peuvent être regroupées en trois (3) types : les routes non aménagées ou routes en terre, les routes aménagées et les routes en grave (graveleux latéritique) (Henning, Kadar et Bennett, 2006).

#### a) Les routes non aménagées ou en terre

Les routes en terre ne comportent aucun système de drainage ni de dévers. Elles sont très souvent constituées de matériaux granulaires permettant d'assurer une accessibilité pendant toute l'année.

#### b) Les routes aménagées

Les routes aménagées ont des sections transversales bien définies avec un système de drainage approprié. Elles sont très souvent constituées de matériaux des sols locaux sans aucune couche de roulement.

#### c) Les routes en graves ou en graveleux latéritique (GL)

Les routes en graves (GL) sont des routes conçues et dimensionnées suivant les principes d'ingénierie en vigueur dans le pays concerné, y compris les installations et une couche de roulement. Les sections transversales de ces routes sont bien élaborées avec un système de drainage adéquat et des ouvrages d'art (dalots, caniveaux et ponts).

Les classes de chaussées peuvent être regroupées en deux (2) grandes catégories de chaussées : les chaussées revêtues qui regroupent les chaussées bitumineuses, en béton et en pavés, et les chaussées non revêtues (Autret, 1997). En Afrique de l'Ouest, la structure-type des chaussées revêtues est constituée d'une couche de revêtement, d'une couche de base, d'une couche de fondation, d'une couche de forme et du sol support (voir Figure 1). Les revêtements bitumineux peuvent aussi être regroupés en deux (2) catégories : les enduits superficiels (ES) et les enrobés bitumineux (EB).

#### d) Les enduits superficiels (ES)

L'ES, très souvent utilisé comme une couche de roulement des routes à faible volume de trafic, est une stratification alternée de liant bitumineux et des gravillons. Il existe trois (3) types d'ES classés en fonction du nombre de couches de gravillons et de liant bitumineux : l'enduit superficiel monocouche (Esm), constitué d'une couche de liant bitumineux surmontée d'une couche de gravillons ; l'enduit superficiel bicouche (Esb), composé d'une alternance de deux (2) couches de liant bitumineux et de deux (2) couches de gravillons ; et finalement l'enduit superficiel tricouche, composé d'une alternance de trois (3) couches de liant bitumineux et de trois (3) couches de gravillons (AUTRET et REQUIRAND, 1989).

Les couches de roulement en ES, bien que supportant de faibles volumes de trafic, comportent des avantages techniques et économiques élevés comparativement à celles en EB classique. En effet, l'ES est moins consommateur d'énergie et permet d'effectuer un aménagement progressif en reportant de quelques années la réalisation d'une couche de surface en EB. Cependant, la formulation des ES doit être basée sur des paramètres pertinents

comme le débit journalier moyen annuel (DJMA) des véhicules lourds, l'état de la couche à recouvrir, le type de granulat, les conditions climatiques et le type de bitume pour le choix approprié des dosages en gravillons et en liants bitumineux.

#### e) Les enrobés bitumineux (EB)

Les EB sont des mélanges de liant bitumineux (bitume), de granulats et, le cas échéant, d'additifs, dosés et malaxés à chaud dans une centrale d'enrobage et transportés sur le chantier pour leurs mises en place (Perraton et Olard, 2013). En général, une couche de surface (ou de roulement) en EB est plus durable et offre un meilleur uni, une grande rigidité et une résistance à l'orniérage plus élevée que celle en ES.

Les types d'EB dépendent de l'épaisseur, des formulations et des caractéristiques de surface. Les EB utilisés fréquemment pour le bitumage des routes dans les pays francophones de l'Afrique de l'Ouest sont les suivants : le micro-enrobé (*Sand-asphalt*) supportant des trafics faibles (T1 et T2), recommandé dans les régions sableuses ; l'enrobé dense (ED) supportant des trafics faibles à moyens (T1 à T3), constitué de matériaux de faibles volumes de vides (*c'est le plus répandu dans les pays tropicaux*) ; et le béton bitumineux (BB), un EB de haute qualité supportant des trafics très élevés (T4 et T5) et qui n'est réalisé que si le sol de support de la chaussée est d'excellente qualité avec une couche de base peu déformable (CEBTP, 1984). Dans le présent document, le revêtement des couches de surface des tronçons de route sera effectué soit en ES ou en ED.

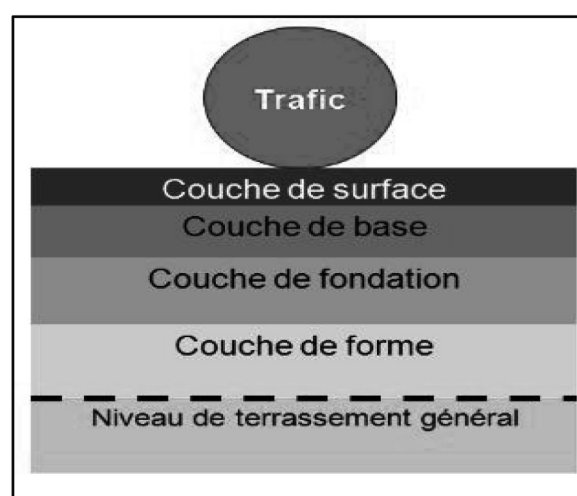


Figure 1 : Structure-type d'une chaussée. Tirée de WikiTP (2016)

Les critères tels que le climat, la géographie et la topographie, les impacts sociaux et environnementaux, la sécurité, les principes techniques adéquats, la durabilité du revêtement, les modes de défaillance des traitements, les normes de conception et de dimensionnement ainsi que les questions politiques et organisationnelles sont recommandés par la Banque mondiale pour le choix du type de revêtement approprié des chaussées non revêtues (Henning, Kadar et Bennett, 2006) dans les pays en développement. Cependant, dans le présent article, les facteurs tels que les normes de conception et de dimensionnement, les critères économiques et les impacts sociaux et environnementaux

ont été utilisés pour choisir la meilleure option de revêtement des tronçons de route.

## 2.2. Méthodes de dimensionnement des chaussées

Le dimensionnement des chaussées est un processus par lequel les différentes couches composant la structure de la chaussée sont déterminées de manière à ce qu'elles soient capables de supporter le volume et les charges du trafic actuel et futur (Kimbonguila, Abriak et Becquart, 2015). Dans le domaine routier, les méthodes de dimensionnement usuelles des chaussées sont : la méthode empirique, la méthode mécaniste et la méthode mécaniste-empirique.

### a) La méthode empirique

La méthode empirique est une approche par laquelle différentes relations statistiques ont été établies entre les caractéristiques structurales et le comportement de la chaussée par des observations systématiques. Ces observations relèvent de l'expérimentation ou de l'expérience. En d'autres termes, ces observations empiriques permettent d'établir des relations entre les variables et les résultats. L'application de ces relations en dehors de l'environnement où elles ont été établies doit se faire avec beaucoup de prudence puisque les résultats des expérimentations peuvent varier significativement d'un environnement à l'autre. De ce fait, l'inconvénient majeur de cette méthode est son applicabilité qui se limite à des matériaux et des charges du trafic dans un environnement bien déterminé. L'approche empirique de dimensionnement des chaussées peut être simple ou complexe. L'approche est simple quand le dimensionnement des chaussées est basé sur des expériences passées qui ont bien fonctionné. L'approche empirique devient complexe quand le dimensionnement des chaussées est basé sur des équations empiriques dérivées des expérimentations (Interactive, 2018). La méthode de dimensionnement des chaussées la plus connue est l'AASHTO (American Association of State Highway Transportation Officials) road test dont l'approche de dimensionnement des chaussées est basée sur des expériences et des expérimentations sur un réseau routier réel construit en Ontario à cet effet (AASHTO, 1993; Huang, 2004).

Dans les pays en développement, des approches de dimensionnement empiriques des chaussées ou méthodes des catalogues ont été aussi développées sous forme de guides de dimensionnement. Le « *Guide de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux* » (CEBTP, 1984) et le guide « *a guide to structural design of bitumen-surfaced roads in tropical and sub-tropical countries* » (TRL et ODA, 1993) sont les deux principales approches de dimensionnement empiriques des chaussées flexibles (souples) utilisées respectivement dans les pays francophones et anglophones d'Afrique. Dans le présent article, la procédure de dimensionnement du guide de dimensionnement des chaussées dans les pays tropicaux a été suivie pour le dimensionnement des tronçons de route. Ce guide permet de déterminer les épaisseurs des différentes couches de la chaussée en utilisant deux paramètres d'entrée : l'indice de portance

du sol de support composé de cinq (5) classes de sols en fonction du CBR (California Bearing Ratio) de la plateforme (S1 :  $\text{CBR} \leq 5$  ; S2 :  $5 < \text{CBR} \leq 10$  ; S3 :  $10 < \text{CBR} \leq 15$  ; S4 :  $15 < \text{CBR} \leq 30$  et S5 :  $\text{CBR} > 30$ ) ; le trafic est composé de cinq (5) classes de trafic en fonction du nombre de véhicules par jour, du nombre cumulé de poids lourds et du nombre de passages d'un essieu standard (13 tonnes ou 8 tonnes). En considérant l'ÉCAS (équivalent de charge axiale standard) de l'essieu standard de 13 tonnes qui est l'essieu le plus fréquent dans le pays de la zone d'étude, les cinq (5) classes de trafic sont : T1, T2, T3, T4, et T5 (T1 :  $\text{ÉCAS} \leq 3.10^6$  ; T2 :  $3.10^6 < \text{ÉCAS} \leq 10^7$  ; T3 :  $10^7 < \text{ÉCAS} \leq 2,5.10^7$  ; T4 :  $2,5.10^7 < \text{ÉCAS} \leq 6.10^7$  et T5 :  $6.10^7 < \text{ÉCAS} \leq 10^8$ ) (CEBTP, 1984). En plus du catalogue de structures de chaussées, le guide mentionne aussi les conditions de mise en œuvre ainsi que la procédure de calcul des sollicitations internes dans le corps de la chaussée qui relève plutôt de l'approche mécaniste de dimensionnement des chaussées.

### b) Méthode mécaniste

La méthode mécaniste de dimensionnement consiste en la détermination des sollicitations internes fondée sur les théories élastique linéaire, élastique non linéaire, viscoélastique et plastique (Haas *et al.*, 2007). La théorie élastique multicouche est la plus couramment utilisée en pratique. Toutefois, la détermination des sollicitations internes dans les couches de la chaussée par la théorie élastique multicouche nécessite la formulation de certaines hypothèses telles que l'homogénéité et l'isotropie des propriétés des matériaux, des épaisseurs de couches finies sauf l'épaisseur du substratum qui est infinie, aucune contrainte de cisaillement à la surface et des matériaux linéaires et élastiques selon la loi de Hooke (Haas, Hudson et Zaniewski, 1994a). Le modèle mécaniste permet de calculer les différentes sollicitations internes (contraintes et déformations) dans les différentes couches de la structure de la chaussée en fonction des propriétés de leurs matériaux comme les modules d'élasticité (E) et les coefficients de poisson ( $\nu$ ) ainsi qu'en fonction des épaisseurs (h) et des charges du trafic. Comme présenté sur la Figure 2, les principales sollicitations internes dans le corps de la chaussée sont : la contrainte ou déformation de traction à la base de la couche de surface bitumineuse, la contrainte ou déformation de traction à la base de la couche de base et la contrainte ou déformation verticale (compression) à la surface du sol de support ou de la plateforme. En général, dans le dimensionnement des chaussées, les contraintes et déformations à la base de la couche de surface (revêtement) et à la surface du sol de support ou de la plateforme sont calculées, sauf dans le cas où la couche de base doit être traitée au ciment (structure semi-rigide), nécessitant ainsi le calcul de la contrainte ou déformation à sa base en plus des autres sollicitations internes des autres couches. Dans le présent document, il a été considéré que la couche de base sera améliorée avec un faible pourcentage de ciment, d'où la considération des deux principales contraintes et déformations puisque le comportement de la structure de la chaussée demeure flexible (souple). Des programmes informatiques ont été réalisés pour le calcul des sollicitations internes des chaussées, par exemple le logiciel Alize Lcpc. Le logiciel

Alize-Lcpc est un modèle mécaniste développé par le département matériaux et structures de l'institut français des sciences et technologies des transports, de l'aménagement et des réseaux (IFSTTAR) pour la mise en œuvre de la méthode rationnelle française de dimensionnement du service d'étude sur les transports, les routes et leurs aménagements (SÉTRA) et du laboratoire central des ponts et chaussées (LCPC). En se basant sur la charge de trafic (13 tonnes), l'épaisseur (h), le module

d'élasticité (E) et le coefficient de poisson ( $\nu$ ) de couche de la chaussée, Alize-Lcpc permet de calculer les contraintes et déformations à différents points critiques de la structure de la chaussée (IFSTTAR, 2016). Bien qu'Alizé-Lcpc utilise un modèle mécaniste, il permet aussi de calculer les contraintes et déformations admissibles en considérant les performances des matériaux des couches de la chaussée.

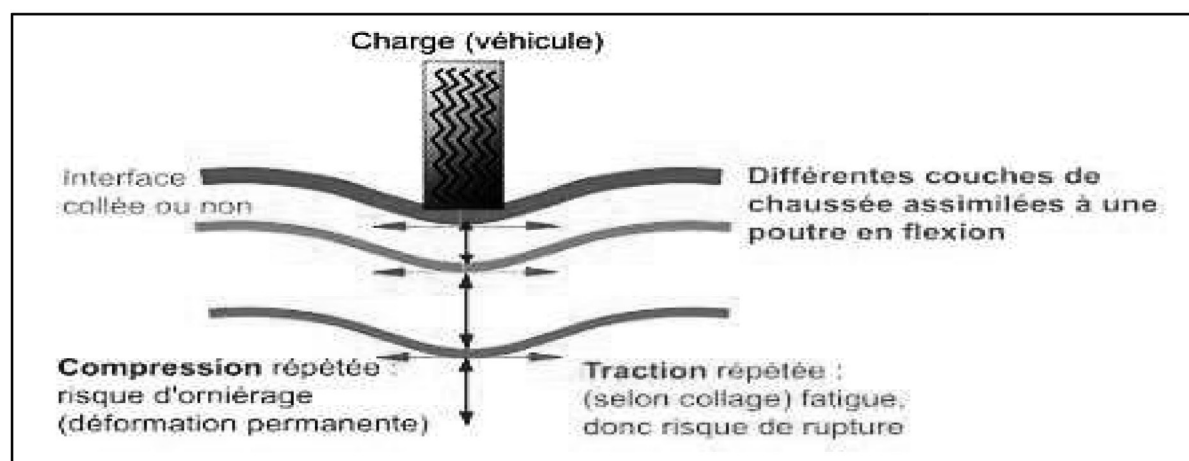


Figure 2 : Sollicitations internes dans la structure de la chaussée.  
Tirée de WikiTP (2016)

### c) Méthode mécaniste-empirique

La performance de la chaussée est déterminée empiriquement et dépend de plusieurs modes de rupture de la chaussée dont les plus importants sont la fissuration par fatigue et par l'orniérage. La fissuration par fatigue est l'initiation et la progression de la fissuration à la surface de la chaussée, généralement sous forme de fissures de mailles (faiçnage) sur les traces des roues des véhicules qui sont causées par la répétition des charges du trafic. L'orniérage est une déformation plastique (permanente) de la surface de la chaussée qui est causée par l'application répétitive des charges du trafic le long des traces des roues des véhicules sur la chaussée. Les ornières apparaissent à la surface de la chaussée sous forme d'affaissements localisés le long des traces des roues des véhicules (Kumar, 2014). La méthode de dimensionnement mécaniste-empirique des chaussées consiste à relier les sollicitations internes calculées par la méthode de dimensionnement mécaniste aux performances observées, telles que la fissuration par fatigue et l'orniérage (Haas *et al.*, 2007). Telle que présentée à la Figure 2, la contrainte ou la déformation horizontale de traction à la base de couche de surface bitumineuse est le paramètre qui influence le plus la fissuration par fatigue et la déformation verticale de compression à la surface du sol de support qui gouverne l'orniérage. La déflexion mesurée à la surface de la couche de surface bitumineuse peut aussi être reliée à l'orniérage. La meilleure méthode de dimensionnement est la méthode mécaniste-empirique, car elle permet de combler les manques des deux méthodes, même si l'établissement de ses relations pour une large variété de matériaux, de charges et d'environnements demeure un défi énorme avec lequel doivent composer les ingénieurs routiers. Dans cet article, la méthode

de dimensionnement mécaniste-empirique a été appliquée pour le dimensionnement des tronçons de route en s'appuyant sur le guide de CEBTP, le logiciel Alizé Lcpc et le logiciel HDM-4. Bien qu'il soit mécaniste, le logiciel Alizé Lcpc peut être considéré comme mécaniste-empirique puisqu'il comporte deux modèles d'endommagement sur lesquels est basée la méthode rationnelle française pour la détermination des contraintes et déformations admissibles. Il s'agit du modèle d'endommagement par fatigue sous les sollicitations répétées de traction exercées par le trafic et du modèle d'endommagement par accumulation des déformations plastiques irréversibles issues des sollicitations verticales (compression) exercées par le trafic (IFSTTAR, 2016).

## 2.3. Évaluation économique des projets routiers

L'évaluation économique permet de vérifier la viabilité économique des projets routiers. Les organismes de financement et les administrations locales de gestion des routes utilisent une diversité de méthodes d'évaluation économique pour la budgétisation et la comparaison des différentes options ou stratégies des projets routiers. Les différentes méthodes appliquées dans les pays membres de l'Association mondiale de la route (AICPR) sont (PIARC, 2004) : l'analyse coûts-avantages (ACA), l'analyse coût-efficacité (ACE), l'analyse multicritère (AMC) et l'analyse risques-avantages (ARA). Dans le présent document, les méthodes de l'ACA et de l'AMC sont utilisées. L'ACA consiste à comparer les coûts et les avantages en termes monétaires sous les conditions sans projet et avec projet et à en déduire les critères économiques comme la valeur actuelle nette (VAN), le taux

de rendement interne (TRI) et le rapport coûts-avantages (C/A) (Mohapatra, 2015). Les coûts des projets routiers sont composés des coûts d'administration, des coûts usagers et des coûts des externalités (Haas, Hudson et Zaniewski, 1994a). Les coûts d'administration comprennent le coût de construction, le coût d'entretien, le coût de réhabilitation, le coût résiduel et le coût de gestion. Les coûts usagers sont composés principalement du coût d'exploitation des véhicules (CEV), du coût de temps de trajet (CTT) et du coût des accidents (CA). En l'absence de données fiables sur les accidents, les coûts des usagers considérés dans le présent document sont les CEV et CTT. Les coûts des externalités sont les coûts associés à la pollution de l'air, à la nuisance sonore et à la perturbation du voisinage. Les coûts des externalités n'ont pas été inclus dans l'analyse économique des tronçons de route. Les avantages des projets routiers sont monétisables et non monétisables. Les avantages monétisables sont générés par la réduction des coûts usagers. Cependant, il existe aussi les avantages non monétisables qui sont très souvent des avantages sociaux tels que l'accessibilité aux infrastructures de bases (écoles, hôpitaux, etc.). L'AMC permet d'intégrer ces avantages sociaux dans l'analyse économique (PIARC, 2013). En ce qui concerne les critères économiques, la VAN est la différence entre les coûts et les avantages actualisés; le TRI est le taux auquel les coûts équivalent aux avantages et le rapport C/A est le rapport entre les coûts et les avantages actualisés (The World Bank, 2005). Le choix des critères économiques dépend de la comparaison entre le capital initial et les dépenses futures, de la complexité des critères, des exigences particulières des administrations de gestion des routes et de la prise en compte ou non des avantages dans l'évaluation économique. Bien que les autres critères économiques soient tous importants, la VAN demeure le seul critère à toujours donner une réponse correcte sous forme de profit total du projet routier (Haas, Hudson et Zaniewski, 1994a). L'AMC est une méthode quantitative et qualitative d'évaluation des projets routiers qui permet de considérer les avantages non quantifiables en termes monétaires. L'AMC est un outil d'aide à la décision qui permet de sélectionner les options des projets routiers dont les impacts, économiques, sociaux et environnementaux sont les plus influents en considérant les objectifs des administrations de gestion de routes et les opinions des différents intervenants de ces projets (Beria, Maltese et Mariotti, 2012).

## 2.4. Impacts sociaux et environnementaux des projets routiers

Les impacts environnementaux doivent être quantifiés dans la mesure du possible et inclus dans l'analyse économique comme des coûts ou avantages des projets. L'évaluation des coûts ou des avantages environnementaux se fait en deux étapes : premièrement, il faut déterminer la relation fonctionnelle entre le projet et l'impact environnemental et deuxièmement, il faut assigner une valeur monétaire à l'impact environnemental (Belli *et al.*, 1998a). Cependant, il existe très peu de méthodes permettant de monétiser de manière précise les externalités environnementales, d'où le recours à l'AMC.

La déforestation, la perte de fertilité des sols, l'appauvrissement de la flore et de la faune, la pollution de l'air, le bruit, les vibrations, l'érosion des sols et les effets sur la santé sont autant de paramètres environnementaux à prendre en compte (USAID, 2014).

Dans ce document, seule la pollution de l'air générée par les émissions des véhicules a été considérée, car les polluants issus de ces émissions peuvent être quantifiés dans le modèle HDM-4. Les principaux polluants considérés sont les hydrocarbures, le monoxyde de carbone, les oxydes d'azote, le dioxyde de soufre, le dioxyde de carbone, les particules et le plomb (Odoki et Kerali, 2000d). Les impacts sociaux sont très souvent non monétisables, d'où leur intégration dans l'analyse économique à travers l'AMC. Les avantages sociaux des projets routiers se constatent par l'augmentation des revenus des populations dans la zone d'influence du projet, une meilleure d'accessibilité des services sociaux (hôpitaux, écoles, marchés, etc.) et l'amélioration de l'interaction sociale et politique (PIARC, 2013). Dans ce document, seule l'accessibilité aux services sociaux est prise en compte, car elle constitue d'une part une des préoccupations majeures des communautés locales et elle est d'autre part le principal critère social considéré dans le sous-modèle AMC du logiciel HDM-4 (Odoki et Kerali, 2000b).

## 3. ZONE D'ÉTUDE

Les tronçons de route existants en GL de la présente étude sont situés dans un pays de l'Afrique de l'Ouest. Le nom du pays n'est pas mentionné pour des raisons de confidentialité exigées par le consultant et l'administration de gestion de route auprès desquels les données ont été collectées et analysées. La zone d'étude présentée à la Figure 3 comporte quatre (4) projets de bitumage de routes (tronçons) en GL totalisant une longueur d'environ 82 km. Le sud du pays où se situent les quatre (4) tronçons de route est caractérisé par un climat de type subéquatorial avec une forte humidité. Bien qu'il existe dans la zone d'étude des sols sableux et argileux à des proportions très variables, les sols latéritiques demeurent les plus répandus. Les zones d'influence de ces projets de bitumage sont des lieux de haute potentialité agricole avec une concentration assez élevée de population dans les villes reliées par les tronçons de route.

## 4. MÉTHODOLOGIE

Le développement de la méthode rationnelle intégrée de dimensionnement et d'évaluation des quatre (4) projets de bitumage de tronçons de route en GL repose sur six (6) principales étapes : la sélection des tronçons en fonction de l'IPFR, les investigations et la collecte des données, le dimensionnement des tronçons, la configuration et le calage du modèle HDM-4, l'analyse économique, l'analyse de sensibilité et l'intégration des critères sociaux et environnementaux et enfin le choix de l'intervention la mieux adaptée de bitumage (voir Figure 4).

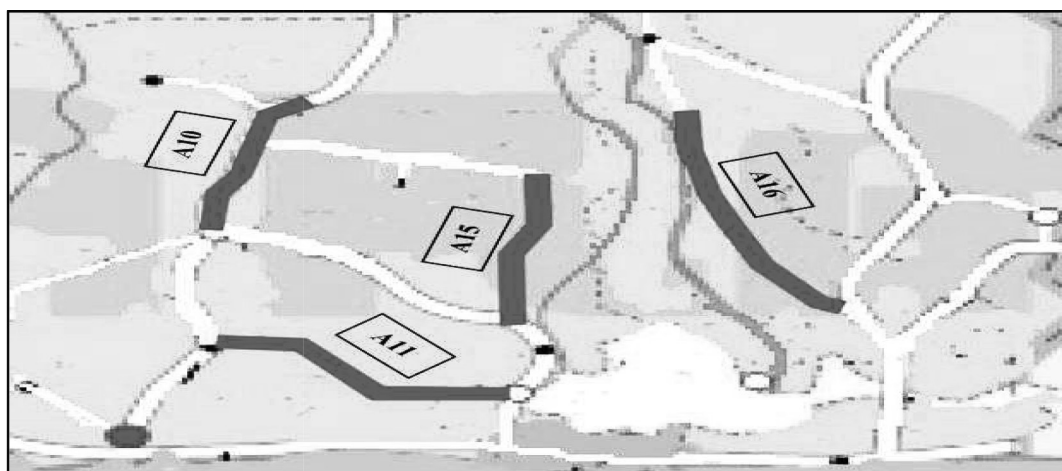


Figure 3 : Zone d'étude des projets de bitumage.

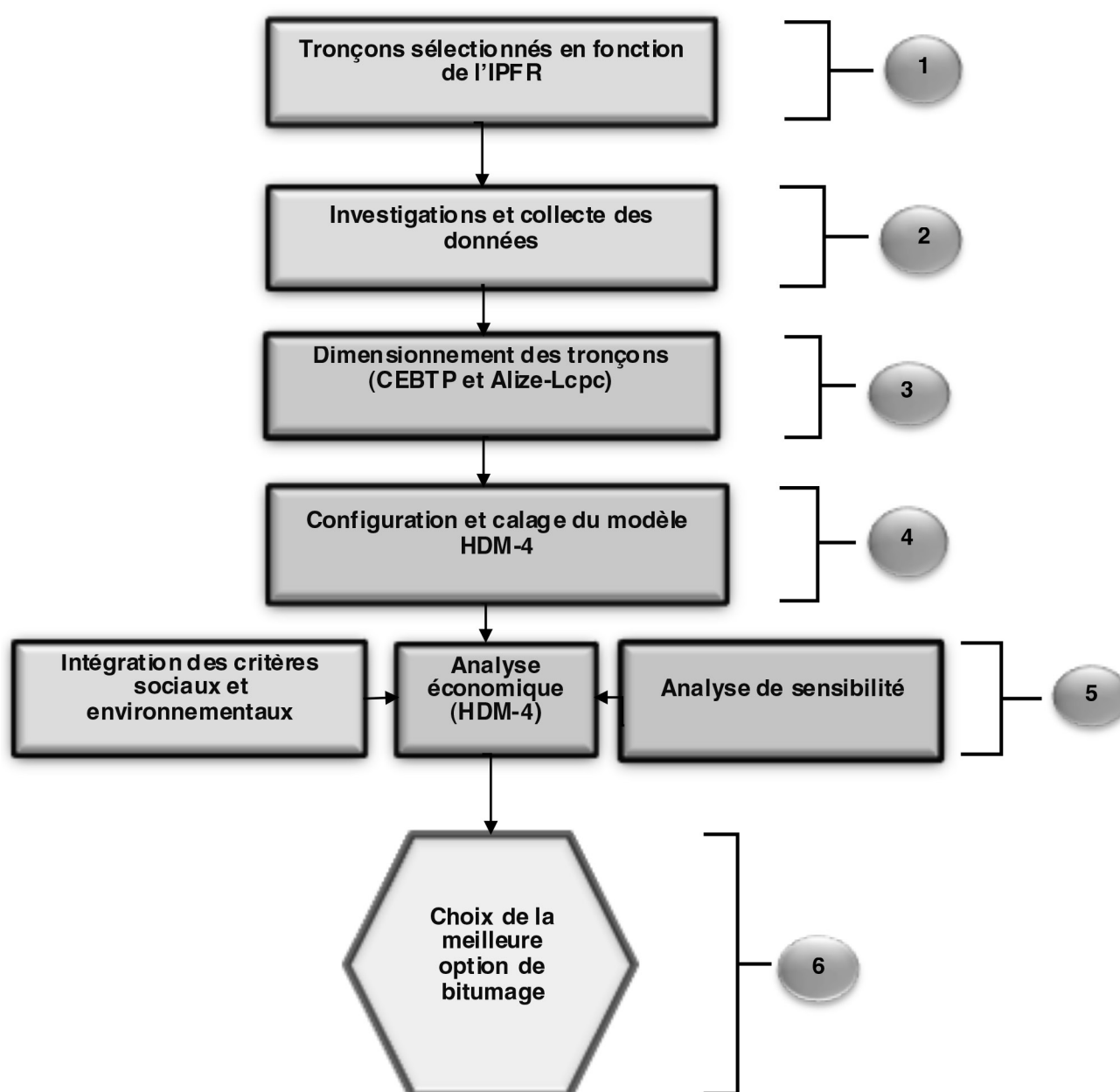


Figure 4 : Étape de développement de la méthode intégrée de bitumage des routes de « haute priorité ».

#### 4.1. Sélection des tronçons en fonction de l'IPFR

L'indice de priorité de financement des routes (IPFR) est un nouvel outil de prise de décision qui permet de prioriser conjointement des projets de construction (bitumage) et de préservation d'un réseau routier sur une échelle de 0 à 100. Un IPFR de 100 indique un projet de haute priorité tandis qu'un projet de très faible priorité est représenté par un IPFR de 0. La particularité de cet indice composite réside dans le fait qu'il est obtenu en agrégeant des indicateurs économiques, sociaux et environnementaux dont les données sont issues des données accessibles et disponibles d'une administration routière de l'Afrique de l'Ouest (Kaba et Assaf, 2018). De plus, l'IPFR n'est applicable qu'au niveau réseau. Cela signifie que le développement d'un tel indice n'implique pas des investigations très approfondies sur le terrain. En effet, les données utilisées pour les analyses au niveau réseau ne nécessitent pas des données très détaillées comme celles requises pour la conception, le dimensionnement et l'analyse économique (niveau projet), mais plutôt des données représentant les indicateurs généraux (Gopalakrishnan, Steyn et Harvey, 2014).

Les étapes de construction de l'IPFR sont le développement d'un cadre théorique, suivi de la sélection des indicateurs pertinents, la normalisation des indicateurs, le test de corrélation et de signification, la pondération avec l'analyse en composantes principales (ACP) et enfin l'agrégation et le calcul de l'IPFR. Quatre (4) projets de construction de route en GL et six

(6) projets de préservation de routes bitumineuses existantes de « haute priorité » ont été sélectionnés en fonction de l'IPFR (Kaba et Assaf, 2018). Ces projets routiers étant en plus petit nombre et admissibles au financement des bailleurs de fonds, des investigations plus approfondies ont été menées sur les tronçons de route pour trouver les intrants nécessaires pour le développement de ce document.

Comme présenté à la Figure 5, les projets de construction de « haute priorité » qui ont été sélectionnés pour le développement de cette méthode intégrée sont des tronçons de route existants en GL dont les IPFR sont élevés.

Les quatre (4) tronçons qui ont été sélectionnés pour le développement de la méthode rationnelle intégrée sont des sections homogènes (ou tronçons homogènes). Les sections homogènes sont des subdivisions d'une route en fonction des caractéristiques semblables. Les critères de subdivisions sont le trafic (TJMA, ÉCAS), la géométrie (vitesse, alignement horizontal et vertical, largeur de la chaussée, etc.), le type de chaussée (revêtue ou non revêtue), l'âge et l'état (IRI, fissures, profondeur des ornières, textures, etc.) (Čutura *et al.*, 2016). Comme cela a déjà été spécifié, l'analyse économique des tronçons de route a été effectuée en utilisant le logiciel HDM-4. Cependant, l'homogénéité des tronçons de route est l'une des importantes exigences du logiciel HDM-4. Par conséquent, les tronçons de route de la présente étude ont été obtenus par des subdivisions en se basant sur les critères techniques tels que le TJMA, la géométrie, l'état et certains paramètres géotechniques.

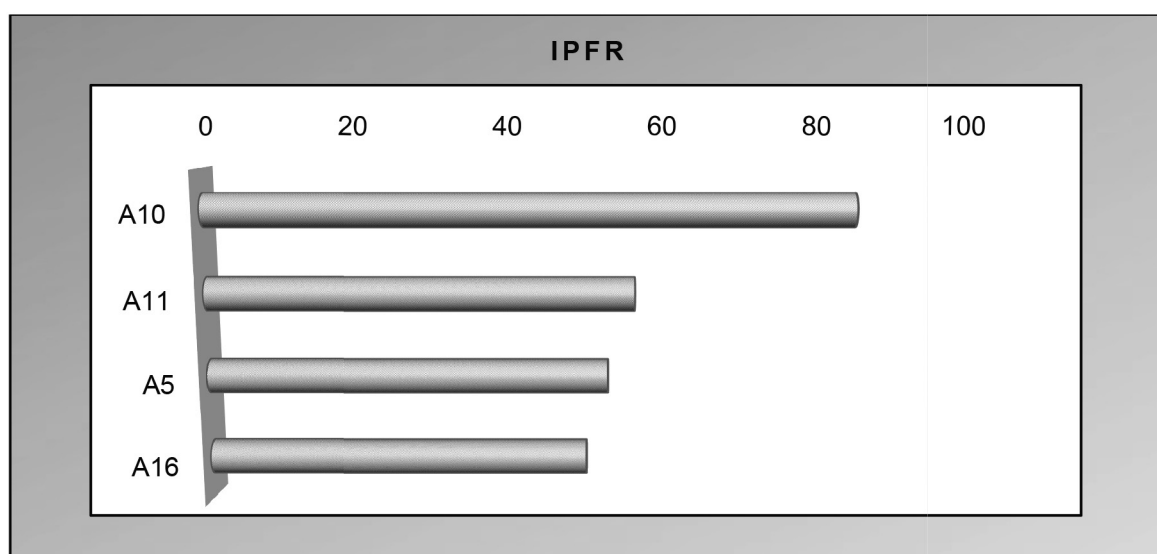


Figure 5 : Projets de construction de routes de « haute priorité ».

Le logiciel HDM-4 qui a été utilisé pour l'analyse économique est un modèle d'évaluation technico-économique des projets routiers se basant sur des interactions entre les conditions environnementales, les caractéristiques géométriques et structurales, les normes d'entretien et d'aménagement, les coûts aux usagers pour déterminer les principaux indicateurs économiques. Ces indicateurs économiques tels que la valeur actuelle nette,

le taux de rendement interne (TRI) et le rapport avantage-coût sont utilisés pour vérifier la viabilité économique des projets routiers (Kerali, Odoki et Stannard, 2006).

Le logiciel Alize-Lcpc a été utilisé pour le calcul des sollicitations internes et des contraintes et déformations admissibles dans les couches de la chaussée. Ce logiciel a été décrit dans la section « revue de littérature ».

## 4.2. Investigations et collecte des données

Les investigations approfondies sur les quatre (4) projets ou tronçons de route en GL de « haute priorité » ont été financées par les bailleurs de fonds. Toutefois, les études techniques ont été réalisées par un consultant agréé qui a travaillé en étroite collaboration avec le ministère des Infrastructures routières du pays de la zone d'étude pour mener à bien leur mandat. Les données utilisées dans le présent article ont été principalement collectées à l'issue des études effectuées sur le terrain et au laboratoire. Les investigations comportent quatre (4) grandes catégories qui sont : inventaire, évaluation et vérification des caractéristiques géométriques, étude et prévision du trafic, étude géotechnique ainsi qu'évaluation des impacts sociaux et environnementaux. Les investigations et collectes de données visent à la détermination des intrants pour le choix des structures des chaussées dans le « *guide de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux* » (CEBTP, 1984) et des intrants des logiciels HDM-4 et Alize-Lcpc. Par conséquent, des données des investigations et de la collecte ont été analysées et présentées selon les exigences du guide et des deux logiciels mentionnés ci-dessus.

### 4.2.1. Inventaire, évaluation et vérification des caractéristiques physiques

Les données d'inventaire routier sont très importantes pour la gestion des routes. En outre, elles permettent d'identifier, de classer et de quantifier plusieurs aspects d'un réseau routier. Le niveau de détail de l'inventaire routier dépend des objectifs de l'administration de gestion des routes et du type d'analyse (planification, conception, dimensionnement, entretien et construction) (AASHTO, 2012). Dans le présent document, les quatre (4) projets de bitumage sont des tronçons de route existants en GL dont les caractéristiques physiques (géométriques) sont des paramètres très importants tant pour le dimensionnement que pour l'évaluation économique. À cet effet, les données de l'inventaire routier ont été collectées de manière à ce qu'elles soient suffisantes pour réaliser le dimensionnement et l'analyse économique. Pour ce faire, les données déjà existantes sur la géométrie, l'état et le trafic dans la base des données de l'administration de gestion de routes du pays de la zone d'étude ont été analysées avant d'effectuer des relevés complémentaires ou de vérification sur le terrain. Les caractéristiques géométriques doivent respecter les critères définis par l'UEMOA. Le cas échéant, elles ont été ajustées avant de procéder aux autres étapes de la présente étude. En effet, l'annexe I du règlement 8 de l'Union Économique et Monétaire Ouest Africaine (UEMOA) portant sur l'adoption du réseau routier communautaire et de ses modalités de gestion (UEMOA, 2009) fixe certaines règles sur les caractéristiques techniques fondamentales, la signalisation et le niveau de service que les routes de la sous-région doivent satisfaire. Les règles concernent aussi les valeurs minimum des paramètres géométriques des routes. Les caractéristiques géométriques des tronçons

de route de la présente étude qui ont été validées ou ajustées en fonction de la réglementation de l'UEMOA sont : les généralités (largeur de l'emprise, largeur de la chaussée et largeur de l'accotement), le tracé en plan, le profil en long, et le profil à travers.

Dans le présent article, les paramètres géométriques qui ont été collectés dans la base des données déjà existantes de l'inventaire routier, relevés sur le terrain, vérifiés et ajustés sont : la largeur de la plateforme, la largeur de la chaussée, la largeur des accotements, l'altitude, la sinuosité, la déclivité, le nombre de voies, les dégradations (Uni exprimée en IRI) et l'année du dernier rechargement. Les ouvrages d'art et de drainage de même que leurs états ont été aussi inventoriés.

L'ampleur des dégradations permet d'apprécier les états des tronçons de route. Dans le présent document, les états ont été déterminés à partir des mesures de rugosité sur les tronçons et exprimés en indice de rugosité international (IRI). L'IRI est un paramètre technique très important des tronçons de route parce qu'il permet de caractériser la régularité (UNI) de la surface de la chaussée liée au confort de roulement et à la sécurité des usagers. Une chaussée en bon état est caractérisée par un IRI faible alors que l'IRI d'une chaussée en mauvais état est élevé (Kaba et Assaf, 2018).

### 4.2.2. Étude du trafic

L'étude de trafic consiste à évaluer le volume de trafic actuel et futur sur les tronçons de route ainsi que les charges exercées par ce trafic pendant le cycle de vie de la chaussée (période d'analyse). Le trafic est un paramètre technique primordial. En effet, il est utilisé à la fois comme intrant de conception géométrique, de dimensionnement des chaussées et d'analyse économique. En ce qui concerne la conception géométrique et l'évaluation des avantages des projets routiers (analyse économique), le volume et la composition du trafic actuel et futur de trafic doivent être connus. Cependant, pour le dimensionnement des chaussées, le volume et les charges des essieux des véhicules lourds sont indispensables (TRL, 2005). Dans ce document, l'étude de trafic a été réalisée en deux campagnes : la campagne de comptage du trafic et la campagne de pesage.

#### a) Comptage du trafic

Le comptage a été effectué manuellement par des équipes affectées par le consultant dans les deux (2) directions de quatre tronçons de route. En amont de l'affectation des équipes sur le terrain pour le comptage du trafic, les différents véhicules composant le trafic ont été identifiés. Le Tableau 1 présente la composition du trafic de la zone d'étude. Comme indiqué dans le Tableau 1, les véhicules lourds et les véhicules légers sont les deux types de véhicules motorisés constituant le trafic. Un véhicule lourd est un véhicule dont la charge totale est supérieure à trois (3) tonnes (CEBTP, 1984). Il est important de mentionner que dans les pays de l'Afrique de l'Ouest et plus précisément dans la zone d'étude, il existe aussi un afflux d'engins motorisés à deux roues (motocyclettes) dont le trafic n'a pas été pris en compte dans la présente étude.

Tableau 1 : Composition du trafic

Catégorie de véhicule	Type de véhicule
Véhicules légers	Voiture particulière
	Camionnette
	Minibus
Véhicules lourds	Autobus
	Véhicules à 2 essieux
	Véhicules à 3 essieux
	Véhicules à 4 essieux
	Véhicules à 5 essieux
	Véhicules à 6 essieux

Le comptage de trafic par type de véhicule (voir Tableau 1) a été effectué au mois de janvier pendant trois (3) jours, dont deux (2) jours de 14 heures et un (1) jour de 24 heures à plusieurs endroits des deux directions des tronçons homogènes. Pour être plus représentatifs du trafic local, les jours sans marché et avec marché ont été inclus dans la période de comptage du trafic. Les données qui ont été collectées par les équipes à l'issue de la campagne de comptage du trafic sont les trafics totaux et leurs compositions par type de véhicule de chaque direction des tronçons de route. Le comptage du trafic a été réalisé pendant une période relativement courte et peut être assujéti à des erreurs dues aux variations horaires, hebdomadaires, mensuelles et saisonnières. Ainsi, après le comptage du trafic classifié pendant 12 heures, un coefficient a été utilisé pour convertir ce trafic de moins de 24 heures à un trafic de 24 heures. La moyenne des 3 jours de comptage de trafic a permis d'obtenir le trafic journalier moyen (TJM). Ce coefficient de conversion est le rapport entre le flux de circulation compté pendant la journée de 24 heures et le flux de circulation de 12 heures. Comme déjà spécifié, dans les régions rurales de la zone d'étude, le trafic est généralement plus élevé les week-ends et les jours de marché. Ainsi, un comptage d'une telle courte durée (12h) sans inclure les jours de marché ou les week-ends peut être sujet à des marges d'erreur dans l'établissement TJM. Toutefois, une attention particulière doit être portée aux variations mensuelles et saisonnières pour le calcul débit moyen journalier annuel (TJMA). Ces variations saisonnières peuvent être causées par des facteurs comme la période de récolte et la saison pluvieuse (TRL, 2004). La prise en compte des variations saisonnières et mensuelles a été faite en appliquant un coefficient d'ajustement saisonnier (CAS) sur le TJM. Le CAS n'est autre que le rapport du TJM du mois de comptage et TJM de l'année (Gastaldi *et al.*, 2013). De ce fait, le TJMA de chacune des directions de chaque tronçon de route a été calculé en faisant le produit du TJM et du CAS.

#### b) Pesage des véhicules lourds

Le nombre d'applications des charges des essieux des véhicules lourds sur la chaussée est un facteur crucial dans le dimensionnement des chaussées, d'où l'importance d'effectuer

une campagne de pesage des véhicules lourds dans chacune des deux directions des quatre tronçons en minimisant le plus possible les sources d'erreurs. Les données issues de cette campagne ont permis de calculer les coefficients d'agressivité moyens (CAM) de chaque type de véhicule lourd qui ont été combinés avec les TJMA et le taux de croissance du trafic pour trouver les charges de trafic prévues sur la période d'analyse des projets routiers et exprimés en millions d'équivalent de charge axiale standard (ÉCAS) pour chacune des deux directions des tronçons de route (TRL, 2004). Bien que l'ÉCAS ait été calculé pour chacune des deux directions des tronçons de route, les chaussées ont été dimensionnées avec les ÉCAS des directions les plus achalandées des tronçons de route.

Le pesage des essieux a été réalisé pendant une période de 10 jours sur des postes installés à des endroits stratégiques de chaque tronçon. Bien que l'essieu standard soit de 13 tonnes dans le pays de la zone d'étude, le coefficient d'agressivité (CAM) de chaque véhicule lourd a été calculé conformément à la méthode de Liddle (équation 1) décrit dans le « *guide pratique de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux* » (CEBTP, 1984) qui utilise plutôt un essieu standard de 8,2 tonnes.

$$CA = \left( \frac{P}{8,2} \right)^{\alpha} \quad (1)$$

Où

$\alpha = 4$  pour les chaussées souples et comprises entre 4 et 8 pour les chaussées rigides.

P = le poids de l'essieu simple à deux roues jumelées.

Environ 20% des véhicules lourds de chaque type et par direction de chaque tronçon ont été échantillonnés aléatoirement et pesés à partir des postes de pesage. Les coefficients d'agressivité moyens (CAM) par type de véhicule lourd ont été calculés en fonction des étapes suivantes (TRL, 2004) :

- Calcul du CA de chaque essieu ou ensemble d'essieux de chaque type de véhicule lourd.
- Calcul du CA total de chaque type de véhicule lourd en faisant la somme des CA des essieux ou ensemble d'essieux de chaque type de véhicule lourd.
- Calcul CAM de chaque type de véhicule lourd en faisant la moyenne des CA de tous les véhicules pesés par type.

Il est important de mentionner que l'essieu standard de 8,2 tonnes ou de 13 tonnes ne concerne que l'essieu simple à 2 roues jumelées, qui peut varier en fonction de la configuration des essieux des véhicules lourds (essieu double, essieu triple). De plus, la répartition du poids total de chaque véhicule lourd sur ses essieux dépend de son gabarit. Par conséquent, la répartition du poids total de chaque type de véhicule lourd sur ses essieux ou ensemble d'essieux dans la présente étude a été basée sur les poids limites prescrits par la feuille route de l'UEMOA pour les véhicules lourds de transport de marchandises (UEMOA, 2005). Le poids (P) de chaque essieu ou ensemble d'essieux a été majoré de 10% pour tenir compte des surcharges des véhicules lourds. En effet, la surcharge des véhicules lourds est l'un des problèmes

chroniques auxquels les administrations de gestion des routes de l'Afrique de l'Ouest sont confrontées. Ce problème majeur a été confirmé dans cette étude de trafic puisque plus de la moitié (60%) des véhicules lourds qui ont été pesés avaient des essieux dont le poids total était supérieur aux charges limites autorisées.

Comme mentionné ci-dessus, le but de la campagne de pesage est le calcul de l'ÉCAS de la direction la plus achalandée de chaque tronçon de route pour le dimensionnement des chaussées. Ainsi, pour la détermination du nombre d'ÉCAS et du trafic pendant la période d'analyse, la connaissance de la période d'analyse et du taux de croissance est indispensable. La période d'analyse devrait être choisie de manière à ce qu'elle ne soit pas supérieure à la période des prévisions fiables. Généralement, pour le trafic, cette période ne devrait pas excéder 20 ans (Haas, Hudson et Zaniewski, 1994b). En l'absence de données fiables pour la prévision du trafic dans le pays de la zone d'étude, une période d'analyse de 20 ans a été adoptée pour la présente étude. Le taux de croissance peut être extrapolé des tendances passées. La meilleure manière d'évaluer le taux de croissance est de l'associer à la croissance du produit intérieur brut (PIB), à la croissance de population et au prix du carburant (Cafiso et Di Graziano, 2012). À la suite de consultation des rapports de l'Institut national de la statistique et l'analyse de l'évolution de l'économie du pays de la zone d'étude, des taux de croissance variant en fonction des plages d'années de la période d'analyse ont été établis en se basant sur le produit intérieur brut (PIB) et la croissance de la population. Ces taux de croissances du trafic sont présentés dans le Tableau 2.

**Tableau 2 : Taux de croissance en fonction de la période d'analyse.**

Période	Durée (ans)	Taux de croissance (%)
2016-2017	2	4
2018-2020	3	3,5
2021-2025	5	3
2026-2035	10	2,5

Les taux de croissance et la période d'analyse étant connus, les étapes qui ont été suivies pour le calcul du nombre d'ÉCAS de la direction la plus échelonnée de chaque tronçon sont les suivantes (TRL, 2004) :

- Calcul du nombre d'ÉCAS moyen par jour par type de véhicule lourd : le nombre d'ÉCAS/jour de chaque direction des tronçons a été calculé en faisant le produit du CAM et du TJMA par type de véhicule lourd de chacune des deux directions ;
- Calcul du nombre d'ÉCAS moyen /jour par tronçon en faisant la somme du nombre d'ÉCAS moyen/jour de tous les types de véhicules lourds par direction de chacun des tronçons ;
- Calcul du nombre d'ÉCAS annuel : le nombre ÉCAS/an a été calculé en multipliant l'ÉCAS/ jour de chaque direction de chacun des tronçons par 365 jours. Le nombre d'ÉCAS/an a été exprimé en millions d'ÉCAS ;

- Calcul du nombre d'ÉCAS total des tronçons sur la période d'analyse : l'équation 2 a permis de calculer le nombre d'ÉCAS sur la période d'analyse du projet en utilisant le nombre d'ÉCAS/an de la direction la plus achalandée, les taux de croissance et les durées tels que présentés dans le Tableau 2.

$$ÉCAS_{cumulé\ total} = \left( \frac{a \times 365 \times 100}{b} \right) \times \left( \left( 1 + \frac{b}{100} \right)^{c+d} - \left( 1 + \frac{b}{100} \right)^d \right) \quad (2)$$

Où :

a = nombre d'ÉCAS/jour de la direction la plus achalandée

b = le taux de croissance (%)

c = la période d'analyse (nombre d'années)

d = le nombre d'années avant le début de la période d'analyse

### c) Enquête Origine - Destination (O-D) et temps de trajet

Une enquête O-D sur des itinéraires situés à proximité de la zone d'étude et sur les quatre tronçons a été réalisée afin d'identifier s'il existe d'autres types de trafic (détourné et généré) en plus du trafic normal, et en déduire les paramètres d'évaluation des coûts de durée de trajet. En effet, il existe trois (3) types de trafic : le trafic normal qui est le trafic existant sur la route en l'absence d'un projet d'investissement ; le trafic détourné qui est le trafic dévié d'autres itinéraires routiers (ou modes) avec la même origine et destination que le projet d'investissement routier et enfin le trafic généré ou de développement, qui est le trafic supplémentaire qui survient à la suite de l'accroissement des activités économiques initiées par le nouveau projet dû au fait que certains véhicules choisissent de changer d'origine et de destination pour emprunter la route du projet (Archondo-Callao, 2004). Dans la présente étude, le trafic dévié et le trafic généré n'ont pas été pris en compte dans l'analyse économique pour les raisons suivantes :

- La détermination du trafic détourné doit se faire en considérant des routes alternatives de même origine et destination que les tronçons considérés. Ce trafic n'a pas été considéré parce qu'il existe très peu de routes alternatives aux projets, et même s'il en existe, l'obtention de leurs données est complexe. Par conséquent, ce trafic est négligeable.
- Le trafic généré ou de développement induit par le projet d'investissement routier est causé par la réduction des coûts de transport. Ce trafic est le plus souvent déterminé en se basant sur des fonctions de demande élaborées avec des données empiriques existantes (Belli *et al.*, 1998b). En l'absence de ces données empiriques, ce trafic n'a pas été inclus dans l'analyse économique.

Outre ces deux trafics qui n'ont pas été pris en compte dans cette étude, les données issues de l'enquête O-D ont été utilisées pour identifier les paramètres pertinents pour le calcul du coût de temps de trajet avec le logiciel HDM-4. En effet, la réduction du temps de trajet représente une partie assez importante des avantages des projets routiers. Par conséquent, le temps de trajet doit être inclus dans toute analyse coût-avantage des projets routiers (World Bank, 2005d). Environ 20% du DJMA de chaque type de véhicule circulant sur les tronçons ont été interviewés aléatoirement et les informations suivantes ont été collectées :

- Origine et destination du trajet
- But du trajet
- Durée du trajet
- Distance du trajet
- Type de véhicule
- Nombre de passagers par type de véhicule
- Occupation des passagers
- Équipage pour les véhicules lourds
- Type et poids de la cargaison transportée

Les paramètres de calcul du coût de temps du trajet par type de véhicule qui ont été déterminés à partir des informations de l'enquête O-D sont :

- Le coût horaire des trajets pour des raisons professionnelles
- Le coût horaire des trajets pour des raisons non professionnelles
- Le coût horaire de transport des marchandises

#### **d) Enquête sur les coûts d'exploitation des véhicules (CEV)**

La réduction des CEV constitue la proportion la plus élevée des avantages des projets routiers dans les pays en développement. Les CEV sont influencés par les caractéristiques réglementaires et institutionnelles existant dans l'environnement du secteur des transports du pays de la zone d'étude et par les stratégies d'entretien, notamment pendant les saisons pluvieuses (World Bank, 2005c). Les CEV varient en fonction du type de véhicule, de l'état de la surface de la route, et de la vitesse des véhicules. Pour la présente étude, une enquête a été réalisée sur chaque type de véhicule auprès des compagnies de transports de personnes et de marchandises agréées dans la zone du projet et à l'échelle du pays pour déterminer les paramètres de calculs des CEV. Ces paramètres ont été subdivisés en trois (3) catégories : les caractéristiques des véhicules, les caractéristiques géométriques et le climat (World Bank, 2005c). Les caractéristiques des véhicules sont composées du nombre de roues, du nombre d'essieux, de la longueur de véhicules, du type de pneus (radial/biais), du poids nominal en kg, de la distance annuelle parcourue, des heures de travail annuelles, de la durée de vie moyenne du véhicule, du prix du véhicule (neuf), du prix des pneus, du type de carburant, du prix du carburant, du prix de lubrifiant, du coût de la main-d'œuvre, des frais généraux annuels et du taux d'intérêt bancaire annuel moyen. Les caractéristiques climatiques ont été obtenues à partir des données météorologiques issues du ministère de l'Environnement du pays de la zone d'étude. Les caractéristiques géométriques proviennent de l'inventaire routier.

#### **4.2.3. Étude géotechnique**

Les investigations géotechniques sont indispensables et cruciales pour la détermination des caractéristiques géotechniques

des différentes couches de la structure et du sol support de la chaussée qui influencent considérablement les paramètres de dimensionnement, de construction et d'analyse économique des projets routier (TRL, 2005).

Dans le cadre de la présente étude, des sondages ont été réalisés au centre de la largeur de la chaussée et à 0,5 m des extrémités de la largeur de chaque tronçon de route. Les sondages ont été aussi répartis sur la longueur de chaque tronçon avec des espacements de 5 m entre eux. À la suite de la réalisation des sondages, les différentes couches de la structure de la chaussée existante en GL de chaque tronçon de route ont été identifiées et des échantillons et des carottes ont été prélevés à partir de la couche de surface jusqu'à la partie supérieure du terrassement (environ 30 cm en dessous de la surface du sol support). Les échantillons prélevés ont été acheminés au laboratoire pour être soumis à des essais de géotechnique routière. Ces essais sont : l'analyse granulométrique, les limites de plasticité (Atterberg), le Protor modifié, le California Bearing Ratio (CBR) et l'équivalent de sable (ES). Les résultats de ces essais tels que présentés dans le Tableau 3 ont permis de classer les sols des différentes couches de la chaussée selon le système de classification LPC (Laboratoire des Ponts et Chaussées) et de déterminer les caractéristiques géotechniques pertinentes. Le système de classification LCP est identique au système de classification U.S.C.S (Unified Soil Classification System) établi par Casagrande. Ce système consiste à utiliser les résultats de la granulométrie et des limites de plasticité (Atterberg) pour nommer le type de sol et le rattacher à un groupe de sols ayant des caractéristiques semblables (Berthaud, Buhan et Nicolas, 2013).

Les caractéristiques géotechniques ainsi que les épaisseurs des différentes couches des chaussées existantes des tronçons présentés dans le Tableau 3 ont été comparées aux épaisseurs et aux caractéristiques appropriées définies dans le *Guide de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux* (CEBTP, 1984). Dans le cas où les caractéristiques géotechniques et les épaisseurs des couches de la structure des chaussées existantes respectent les conditions minimales recommandées par le guide, la vérification des contraintes et déformations admissibles et l'analyse économique peuvent être effectuées. Le cas échéant, il faut remplacer la structure de la chaussée existante par des matériaux et des épaisseurs de couches adéquates. Il peut être vu dans le Tableau 3 que les caractéristiques de la couche de roulement des tronçons en GL ne sont pas spécifiées. La principale raison réside dans le fait qu'il prévu que la couche de roulement de la chaussée existante de chaque tronçon soit remplacée par une couche de base appropriée avant le bitumage.

Tableau 3 : Caractéristiques des couches de la structure de la chaussée existante en Graveleux latéritique.

Tronçon A5 Ville 1 - Ville 2									
Caractéristiques Couches	Matériau	Type matériau	Épaisseur (cm)	Dmax (mm)	Passant 80 µm (%)	LL (%)	IP (%)	CBR (%)	GL
Couche de roulement	GL	A2	8					37	
Couche de fondation	SFA	A2	28	20	50	40	15	34	0,25
Couche de forme	SA	A2	64	20	59	42	17	18	0,21
Tronçon A10 Ville 3 - Ville 4									
Couche de roulement	GL	A2	15					35	
Couche de fondation	SFA	A2	25	5	49	44	17	33	0,23
Couche de forme	SA	A2	60	13	57	46	19	21	0,26
Tronçon A11 Ville 5 - Ville 6									
Couche de roulement	GL	A3	19					32	
Couche de fondation	SA	B6	22	4	23	59	27	30	0,53
Couche de forme	GL	B6	59	6,3	59	60	29	14	0,59
Tronçon A16 Ville 7 - Ville 8									
Couche de roulement	GL	A2	12					45	
Couche de fondation	GQ	A3	25	16	23	57	27	32	0,59
Couche de forme	GL	B6	64	25	27	59	28	25	0,6

GL : Gravelux latéritique LL : limite de liquidité Classe A : Argile SFA : Sable fin argileux IP : Indice de plasticité Limons  
GQ : Gravelux quartzueux CBR : California bearing ratio Sable argileux Dmax : Diamètre nominal maximal  
GL : Gonflement linéaire Classe B : Sables Grave sableux

### 4.3. Dimensionnement des tronçons de route sélectionnés (CEBTP et ALIZE)

Les principaux objectifs du dimensionnement sont la détermination des épaisseurs des différentes couches de la chaussée, le choix des matériaux appropriés pour leurs réalisations et la vérification des contraintes et déformations admissibles dans les couches de chaussées. Le dimensionnement des tronçons dans cette étude s'est appuyé sur le *Guide de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux* (CEBTP, 1984) et le logiciel Alizé-Lcpc (IFSTTAR, 2016). Les étapes qui ont été suivies pour le dimensionnement des quatre (4) tronçons sont énumérées comme suit :

- Choisir le type de structure de chaussée pour chaque tronçon dans le catalogue des structures du guide du CEBTP: la structure est composée des épaisseurs et du type de matériaux des différentes couches de la chaussée. Les paramètres d'entrée pour le choix de la structure de la chaussée sont la classe de portance du sol de support (CBR) et le trafic cumulé (ÉCAS) ; ceux-ci proviennent de l'étude de trafic et de l'étude géotechnique.
- Comparer des structures de chaussées des tronçons obtenues par la méthode du catalogue (guide) et des structures de chaussées existantes issues des investigations géotechniques. Plus spécifiquement, il s'agit de vérifier si les épaisseurs et les caractéristiques géotechniques de la couche de fondation et de la couche de forme des chaussées existantes en GL sont

conformes à celles qui ont été déterminées par la méthode du catalogue et de déduire leurs adéquations.

Il importe de vérifier si les sollicitations internes des différentes couches de la chaussée sont inférieures aux contraintes et déformations admissibles. Les sollicitations internes qui ont été calculées sont : la contrainte de traction à la base de la couche bitumineuse (Esb ou ED) et la déformation à surface du sol de support (plateforme). Les équations utilisées pour le calcul des contraintes et des déformations admissibles ainsi que les différentes hypothèses sont présentées à l'annexe 1.

### 4.4. Configuration et calage du modèle HDM-4

La configuration et le calage du logiciel HDM-4 permettent de mieux refléter les conditions locales de la zone des projets routiers afin d'obtenir des résultats d'analyse économique et d'AMC fiables. La configuration consiste principalement à ajuster les données de configuration par défaut de manière à ce qu'elles soient adéquates et compatibles aux conditions climatiques locales prévalentes, aux normes et aux pratiques en vigueur dans la zone d'étude des projets de bitumage. Les informations pertinentes de la zone d'étude qui ont été collectées ou déterminées pour la configuration du modèle HDM-4 sont composées du débit classé, du type débit-vitesse, des classes d'accident, de la zone climatique, des unités monétaires et des données agrégées des sections (Stannard, Dakin et Wightman, 2000).

Le modèle HDM-4 comporte quatre sous-modèles (Kerali, Odoki et Stannard, 2006) : le sous-modèle de détérioration des routes (RD), le sous-modèle des effets des travaux (WE), le sous-modèle des effets des usagers de la route (RUE) et le sous-modèle des impacts sociaux et environnementaux (SEE). Le calage du logiciel HDM-4 consiste principalement à ajuster les paramètres des sous-modèles RD, WE et RUE dans la perspective d'améliorer la prédiction de la performance de la chaussée et des ressources consommées par l'exploitation des véhicules. Il est important de bien caler le modèle HDM-4 pour ne pas aboutir à des résultats biaisés et complexes à interpréter. Il existe trois (3) niveaux de calage qui dépendent du type d'analyse et des ressources disponibles. Dans le cadre de cette étude, le logiciel HDM-4 a été calé conformément au niveau 1. Le niveau 1 correspond à une application de base et implique les tâches suivantes (Bennett et Paterson, 2000) :

- La détermination des paramètres d'entrée nécessaires ;
- L'adaptation de plusieurs valeurs par défaut ;
- Le calage des paramètres les plus sensibles avec des valeurs estimées à partir de la revue de littérature et des enquêtes de moindre envergure sur le terrain.

La sensibilité des paramètres des sous-modèles est déterminée en fonction de leurs influences sur les résultats et varie de la classe 1 à 5. La classe de sensibilité 1 indique un impact élevé et la classe 5 indique un impact négligeable sur les résultats. Dans le cadre de la présente étude, le modèle HDM-4 a été calé au niveau 1 en accordant une attention particulière aux paramètres de classes de sensibilité 1 (impact élevé) et 2 (impact modéré).

## 4.5. Analyse économique, analyse de sensibilité et intégration des critères sociaux et environnementaux

L'analyse économique, l'analyse de sensibilité et l'intégration des critères sociaux et environnementaux ont permis d'obtenir des résultats pertinents dont les interprétations appropriées mènent au choix d'une option optimum (meilleure) de bitumage. Toutes ces analyses ont été réalisées avec le logiciel HDM-4.

### 4.5.1. Analyse économique

L'analyse économique, comme cela a déjà été spécifié dans la section « revue de littérature », consiste à comparer les coûts et les avantages des projets routiers en termes monétaires des options sans projet et avec projet et d'en déduire les critères économiques comme la VAN, le TRI et le rapport C/A (Mohapatra, 2015). L'option sans projet est l'option de base qui consiste à continuer l'entretien des tronçons de route existants en GL. Les options avec projet sont composées des options de bitumage qui seront comparées à l'option de base. L'analyse économique avec le logiciel HDM-4 nécessite un grand nombre de données dont une partie a déjà été spécifiée dans la sous-section « investigations et collecte de données ». Dans le présent document, les données ont été regroupées en 4 catégories : les données sur les paramètres généraux, les données sur les caractéristiques des tronçons de route, les données sur le parc de véhicules, les données sur les normes des travaux et les données sur les coûts des travaux.

Pour des raisons de confidentialité et de taille, certaines données n'ont pas été présentées dans ce document, mais plutôt décrites.

### a) Les données sur les paramètres généraux

Les paramètres généraux sont des hypothèses qui ont été adoptées pour l'analyse économique des quatre (4) tronçons. Telles que présentées dans le Tableau 4, ces hypothèses sont : le début du projet, la période d'analyse, la durée de construction l'unité monétaire, le coefficient de conversion des coûts, la valeur résiduelle, le taux d'actualisation et le taux de croissance du trafic.

Tableau 4 : Paramètres généraux.

Paramètre	Valeur
Début du projet	2016
Période d'analyse	20 ans
Durée de construction	1 an (tronçons A5 et A11)
	2 ans (tronçons A10 et A16)
Coefficient de conversion des coûts	0,84
Unité monétaire	Dollar USD
Valeur résiduelle	20% des coûts totaux
Taux d'actualisation	10%
Taux de croissance du trafic	4% (2016-2017)
	3,5% (2018-2020)
	3% (2021-2025)
	2,5% (2026-2035)

### b) Les données sur les caractéristiques des tronçons de route

Les caractéristiques des tronçons sont principalement issues de l'inventaire routier, des mesures de la rugosité et de l'étude de trafic. Ces caractéristiques comprennent l'identifiant, le nom, la largeur de la chaussée, le nombre de voies, le TJMA, la déclivité, la sinuosité, l'altitude, l'année du dernier rechargement, l'épaisseur de la couche de roulement et l'IRI de chaque tronçon homogène (voir Tableau 5).

### c) Les données sur le parc des véhicules

Les données sur le parc de véhicules sont composées des caractéristiques de base et des coûts unitaires économiques des types de véhicules circulant sur chaque tronçon homogène. Les caractéristiques de base sont composées des caractéristiques physiques comme le facteur d'équivalence de véhicule de transport (PCSE), le nombre de roues et le nombre d'essieux, des caractéristiques d'utilisation comme le nombre de kilomètres annuels parcourus, le nombre d'heures annuelles parcourues et la durée de vie du véhicule, des caractéristiques pneumatiques et de la charge utile du véhicule. Les coûts unitaires économiques sont composés du coût d'acquisition d'un nouveau véhicule, des coûts de carburant et de lubrifiants, du coût du pneumatique, du coût d'équipage, des frais généraux annuels, du taux d'intérêt et des coûts du temps des trajets professionnels, non professionnels et d'immobilisation des marchandises. Les données sur le parc de véhicules sont issues des enquêtes sur le temps de trajet et sur les coûts d'exploitation des véhicules. Ces données ont été incorporées dans le logiciel HDM-4 pour l'analyse économique. Toutefois, pour des raisons de confidentialité, elles n'ont été présentées dans le présent document.

**Tableau 5 : Les caractéristiques des tronçons homogènes.**

ID	A5	A10	A11	A16
Nom	Ville 1 - Ville 2	Ville 3 - Ville 4	Ville 5 - Ville 6	Ville 7 - Ville 8
Longueur (km)	13,9	26	12	30
Largeur (m)	7	7	7	7
Accotement (m)	1,5	1,5	1,5	1,5
Nombre de voies (m)	2	2	2	2
Déclivité(m/km)	3,1	7,8	4,2	18,3
TJMA (2005) (véh/j)	659	2153	1498	816
Sinuosité (dég/km)	28	22	6	20
Dévers (%)	2,5	2,5	2,5	2,5
Altitude (m)	200	200	10	300
Vitesse limite (km/h)	80	80	80	80
IRI (2015) (m/km)	20	11,28	16	14,4
Épaisseur de la couche de roulement (2015) (cm)	80	150	100	120
Année du dernier rechargement	2010	2010	2010	2010

#### d) Les normes des travaux

Les normes des travaux sont composées des normes d'entretien et des normes d'aménagement. Les normes d'entretien sont mises en place par l'administration de gestion des routes en fonction du niveau de service désiré. Ces interventions préventives sont très souvent appliquées à chaque tronçon homogène pour l'atteinte des objectifs spécifiques liés à l'état fonctionnel du réseau routier (Kerali, Odoki et Stannard, 2006). Les normes d'entretien comprennent les travaux d'entretien courant et périodique ainsi que les coûts unitaires et leurs critères d'intervention de ces travaux. Les normes d'aménagement sont constituées des travaux d'amélioration (bitumage, élargissement, ajout de voies) en raison de l'importance de la route et son TJMA. Les travaux d'aménagement sont généralement appliqués pour ramener une route à un bon état avec une largeur adéquate. Le Tableau 6 présente les normes des travaux

qui ont été appliquées à chaque tronçon homogène de la présente étude. L'analyse économique ne peut être effectuée sans l'établissement des options sans et avec bitumage. À cet effet, telles que présentées dans le Tableau 7, les différentes options sans projet et avec projet ont été établies à partir des normes de travaux. Les coûts des différents travaux n'ont pas été inclus dans le Tableau 6 pour des raisons de confidentialité.

Le Tableau 7 présente les sept (7) options (sans et avec projet) qui ont été assignées à chacun des quatre tronçons sélectionnés. Ainsi, en se basant sur les paramètres généraux, les données sur les caractéristiques des tronçons, les données sur le parc de véhicules, les données sur les normes des travaux et les données sur les coûts des travaux, le logiciel HMD-4 a été utilisé pour calculer les coûts, les avantages et les principaux critères économiques (VAN, TRI, VAN/C) de chaque projet routier en comparant les options de bitumage avec l'option de base.

**Tableau 6 : Normes des travaux d'entretien et d'aménagement.**

Normes	Critères d'intervention	Type de travaux
Entretien préventif des routes en graveleux latéritique	Épais couche de roulement < = 100 Chaque 3 ans	Rechargement 50 mm
	IRI > = 12 et TJMA > = 59 véh/j	Reprofilage lourd
	Chaque 3 mois Passe trafic > = 9000 Passes (AADT)	Reprofilage léger
	Épais couche de roulement < = 100 Chaque année Quantité < = 100 m³/km/an	Point à temps
	Chaque année	Travaux de dépendances
Entretien préventif des routes bitumineuses	Dégradation > = 20%	Enduit Bicouche de 25 mm
	Chaque année	Drainage
	Nids de poule > = 20 nb/km	Réparation de nid de poule
	50 m²/km chaque année	Réparation des dentelles de rive
	Fissuration large > = 5%	Colmatage des fissures
	Chaque année	Travaux de dépendance
Aménagement (Bitumage)	Durée de construction 2 ans	Enduit superficiel bicouche 20 mm - 25mm Couche de base stabilisée 150 mm
	Durée de construction 2 ans	Enrobé dense 90 mm - 120 mm Couche de base stabilisée 150 mm

Tableau 7 : Les options sans et avec projet.

Option	Norme des travaux	Année
0 (base)	Entretien préventif des tronçons en GL	2016
1	Bitumage en Esb + entretien préventif après bitumage	2016
2	Entretien préventif des tronçons en GL	2016
	Bitumage en Esb + entretien préventif après bitumage	2018
3	Entretien préventif des tronçons en GL	2016
	Bitumage en Esb + entretien préventif après bitumage	2020
4	Bitumage en ED + entretien préventif après bitumage	2016
5	Entretien préventif des tronçons en GL	2016
	Bitumage en ED + entretien préventif après bitumage	2018
6	Entretien préventif des tronçons en GL	2016
	Bitumage en ED + entretien préventif après bitumage	2020

#### 4.5.2. Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité a pour but de vérifier la robustesse de l'analyse économique en variant certains des paramètres d'entrée importants. De manière plus large, l'analyse de sensibilité fait partie de la gestion des risques et des incertitudes des projets routiers. En effet, l'analyse des risques et des incertitudes des projets routiers est composée de l'analyse de sensibilité, de la permutation des valeurs (switching values) et de la simulation Monte-Carlo (World Bank, 2005b). Dans le cadre de la présente étude, l'analyse de sensibilité a été effectuée en variant les paramètres importants comme le trafic, la croissance du trafic et le coût d'investissement dans le but de vérifier la robustesse de la VAN et du TRI à la suite de ces variations. Les scénarios de l'analyse de sensibilité qui ont été supposés dans cette étude sont présentés au Tableau 8.

Tableau 8 : Scénarios de l'analyse de sensibilité.

Paramètre	Plage de variation
Trafic	+ /- 20%
Croissance du trafic	+ /- 20%
Coût d'investissement	+ /- 20%

#### 4.5.3. Intégration des critères environnementaux et sociaux

L'analyse économique des tronçons de route n'inclut pas explicitement les aspects environnementaux et sociaux. Ainsi, le choix de la meilleure alternative (option) basé uniquement sur le critère économique ne reflète pas les priorités de toutes les parties prenantes intervenant dans les projets routiers. Même s'il existe certaines méthodes pour effectuer une estimation monétaire des aspects environnementaux et sociaux, ces méthodes ne sont pas précises. De plus, très souvent, ces aspects ne peuvent être exprimés en termes monétaires, d'où la nécessité de recourir à l'AMC. L'AMC est une méthode de priorisation des projets routiers permettant d'établir un cadre systématique afin de dissocier un problème en sous-problèmes dans la perspective d'une meilleure analyse de chacun de ses sous-problèmes pour en déduire une solution globale. L'AMC permet plus précisément d'analyser plusieurs variantes souvent contradictoires et de prendre en compte les préférences établies par toutes les parties

prenantes du projet pour atteindre des objectifs préétablis (Kerali, Odoki et Stannard, 2006). En ce qui concerne la présente étude, l'intégration des aspects sociaux et environnementaux a été effectuée en utilisant le modèle d'AMC du logiciel HDM-4. L'AMC du logiciel HDM-4 est fondée sur le processus d'analyse hiérarchique (AHP). Les intrants et l'AMC du modèle HDM-4 sont composés des critères ou objectifs, de l'importance relative de chaque critère et des paramètres de calcul de l'indice de performance de chaque option (Odoki et Kerali, 2000b). Les intrants de l'AMC qui ont été établis pour la présente étude sont décrits comme suit :

##### a) Objectifs et critères

Les critères sont reliés aux objectifs et constituent les éléments les plus influents de l'AMC. Les objectifs peuvent être économiques, sociaux, politiques et environnementaux. Dans le logiciel HDM-4, l'utilisateur a le choix entre sept (7) catégories de critères : économique, sécurité, niveau de service, environnement, consommation d'énergie, impacts sociaux et impacts politiques. Le Tableau 9 présente les catégories de critères et objectifs qui ont été sélectionnées pour la présente étude.

##### b) L'importance relative de chaque critère

L'importance relative est l'attribution d'un poids relatif à chaque critère. Le poids relatif à chaque critère est attribué par un panel d'experts multidimensionnels. Ce panel d'experts est constitué d'ingénieurs et de gestionnaires des routes, d'environnementalistes et de sociologues qui sont issus de l'administration de gestion des routes du pays concerné, du bailleur de fonds et du consultant. Les poids sont les valeurs numériques comprises entre 1 et 9. La valeur 1 est définie comme « sans préférence », la 2 comme « très légère préférence », la 3 comme « légère préférence », la 4 comme « légère à nette préférence », la 5 comme « nette préférence », la 6 comme « nette à très nette préférence », la 7 comme « très nette préférence », la 8 comme « forte préférence », la 9 comme « très forte préférence ». Le Tableau 10 présente les poids qui ont été attribués à chaque option par le panel d'experts. L'analyse des poids relatifs attribués par ce panel d'expert indique une nette préférence pour la maximisation des avantages sociaux, ce qui est logique, car la majorité des tronçons traverse des zones rurales où les pré-occupations rurales sont une priorité pour le bailleur de fonds.

**Tableau 9 : Critères et objectifs de l'AMC. Adapté de Odoki et Kerali (2000b)**

Catégorie	Critères/objectifs	Attributs
Économie	Maximiser la valeur actuelle nette	Les avantages économiques sont déterminés pour chaque option par HDM-4.
Niveau de service	Procurer un bon confort	Le confort au roulement des usagers est déterminé par HDM-4 en calculant l'IRI moyen de chaque option.
Environnement	Réduire la pollution atmosphérique	La pollution atmosphérique est évaluée par HDM-4 en quantifiant les polluants émis par les véhicules.
Social	Maximiser les avantages sociaux	Les avantages sociaux consistent en l'amélioration de l'accès aux services sociaux de base (écoles, marchés, hôpitaux, etc.). Les préférences sont fournies par un panel d'experts pour chaque option.

**Tableau 10 : Poids relatifs aux critères.**

Critères	Poids relatifs
Valeur actuelle nette (VAN)	1
Confort au roulement	2
Pollution atmosphérique	3
Maximiser les avantages sociaux	5

### c) Les paramètres de calcul des indices de performance

Les indices de performance donnent une indication pour le choix d'une meilleure option en la comparant aux autres options pour un critère donné. Dans la présente étude, les indices de performance qui ont été calculés sont les suivants (Odoki et Kerali, 2000b) :

- L'indice de performance du critère économique (VANINDEX<sub>j</sub>)
- L'indice de performance du critère de niveau de service (RNINDEX<sub>j</sub>)
- L'indice de performance du critère environnemental (AQINDEX<sub>j</sub>)
- L'indice de performance du critère social.

Il est important de mentionner que pour le critère environnemental, les émissions de sept (7) principaux polluants atmosphériques des véhicules ont été prises en compte. Il s'agit des hydrocarbures, du monoxyde de carbone, des oxydes d'azote, du dioxyde de carbone, du dioxyde de soufre, des particules et du plomb. La quantité de ces polluants a été générée automatiquement avec le logiciel HDM-4.

Les indices de performance (IP) des critères économiques, environnementaux et de niveau de service ont été calculés par HDM-4 en utilisant les équations présentées à l'annexe 2. Cependant, les indices de performance du critère social ne peuvent pas être estimés par HDM-4. De ce fait, les valeurs des indices de performance ont été évaluées qualitativement en fonction des préoccupations sociales des populations locales par un panel d'experts en se basant sur les valeurs empiriques suivantes (Odoki et Kerali, 2000b) : 0 pour « insatisfaction majeure », 0,25 pour « insatisfaction mineure », 0,5 pour « Indifférence », 0,75 pour « satisfaction mineure » et 1 pour « satisfaction majeure ». Le Tableau 11 présente les indices de performance du critère social qui ont été évalués par le panel d'experts. Cette étape est très

critique et nécessite que les experts (sociologues) intègrent les préoccupations de toutes les couches sociales de la population locale à travers des audiences publiques. Certaines informations et hypothèses des projets ont été suggérées aux experts à travers le principe de la méthode Delphi pour faciliter l'établissement des indices de performance sociale. Ces informations et hypothèses sont décrites comme suit :

- Pour établir les IP sociaux des options de base (route non revêtue en GL), le nombre de services sociaux de base (IB) (écoles, dispensaires, marchés, etc.) situés à proximité de chaque tronçon, l'état (IRI) et la population ont été fournis aux experts par communication personnelle et par courriel. En se basant sur ces informations, un consensus des opinions des experts révèle qu'il y a une insatisfaction mineure (voir Tableau 11 : indice de préférence = 0,25) quant à l'accessibilité aux infrastructures de bases à proximité des tronçons A5 et A16. Toutefois, l'insatisfaction est majeure pour les tronçons A10 et A11. Cette insatisfaction majeure se justifie par le fait que les effets néfastes combinés du nombre de SSB, de l'IRI et du nombre d'habitants sont plus prononcés pour les tronçons A10 et A11 comparativement aux tronçons A5 et A16.
- Pour établir l'indice de performance des autres options, deux hypothèses ont été suggérées aux experts. La première hypothèse concerne le comportement à long terme du type de revêtement : il est assumé que l'état moyen pendant le cycle de vie de l'ED est meilleur que celui d'Esb. La deuxième hypothèse est relative aux années d'application des options : il est assumé que le report d'un bitumage peut dans certains cas réduire la satisfaction en matière d'accessibilité aux SSB). Ainsi, il peut être vu dans le Tableau 11 (consensus des opinions des experts) qu'en bitumant les tronçons en Esb en 2016, la satisfaction serait mineure tandis qu'en les bitumant en ED en 2016, la satisfaction serait majeure. De plus, en reportant le bitumage en ED en 2018, la satisfaction serait mineure alors qu'elle était majeure en 2016.

Les poids relatifs des critères des catégories économiques, environnementales et sociales et les indices de performance sociale des tronçons collectés auprès des experts ont été utilisés pour établir les poids relatifs des critères et les indices de

performance sociale définitifs (voir tableaux 10 et 11) en se basant sur le principe de la méthode Delphi.

La méthode Delphi est un outil d'aide à la décision permettant de dégager un consensus sur des opinions divergentes par l'interrogation d'un panel d'experts. Cette technique permet d'une part d'éviter la confrontation directe et l'influence des experts entre eux en collectant leurs opinions par une communication personnelle avec eux (email, téléphone, rencontre personnelle). Les résultats finaux de la méthode Delphi consistent en une série d'opinions (poids ou indices) représentant un consensus entre les experts. Ce consensus peut être utilisé pour établir des priorités (TRL, 1993b). Les sept (7) principales étapes de méthode de Delphi sont l'élaboration des critères de sélection des experts

(1), l'élaboration de la liste d'experts potentiels (2), le contact avec les experts listés et référés (3), l'invitation des experts à participer à l'étude (4), l'administration des questions (5), la consolidation de réponses (6) et la classification des réponses (7) (Ekionea, Bernard et Plaisent, 2011; Loo, 2002).

Dans le présent article, la méthode de Delphi a été ajustée puisqu'un seul tour de questionnaires (basés sur les informations des projets et les hypothèses mentionnées ci-dessus) a été envoyé au panel d'experts pour faciliter l'établissement des poids et des indices. Par la suite, leurs valeurs médianes des poids relatifs des critères et des indices de performance sociale telles que présentées dans les tableaux 10 et 11 ont été utilisées dans les analyses de la présente étude.

**Tableau 11 : Indice de performance du critère social.**

ID tronçon	Option 0	Option 1	Option 2	Option 3	Option 4	Option 5	Option 6
A5	0,25	0,75	0,75	0,5	1	0,75	0,75
A10	0	0,75	0,75	0,5	1	0,75	0,75
A11	0	0,75	0,75	0,5	1	0,75	0,75
A16	0,25	0,75	0,75	0,5	1	0,75	0,75

Les étapes de l'AMC qui ont été suivies pour l'intégration des aspects sociaux et environnementaux dans l'analyse technico-économique en utilisant le modèle HDM-4 sont les suivantes (Odoki et Kerali, 2000b) :

- 1- Définir les intrants et les options sans projet et avec projet d'une analyse économique classique avec le logiciel HDM-4.
- 2- Lancer le logiciel HDM-4 pour obtenir les extrants comme la valeur moyenne de l'uni, les quantités d'émission et la VAN qui serviront d'attributs de chaque option de tronçon.
- 3- Définir les intrants de l'AMC (voir ci-dessus).
- 4- Établir une matrice des hiérarchies (MH) de chaque critère, en déduire la matrice des hiérarchies normalisées (MHN), calculer le vecteur total des priorités (VTP) et vérifier la cohérence de MHN.
- 5- Déterminer l'indice de performance de chaque critère comme mentionné ci-dessus et calculer le vecteur de performance (VP).
- 6- Établir la matrice des comparaisons (MC) à partir des vecteurs des VP.
- 7- Déterminer le vecteur de classement de l'ensemble des options de l'étude qui est le produit de MC et du VTP.

Toutes les étapes pour la détermination du vecteur de classement permettant de choisir les meilleures options de bitumages en considérant conjointement les aspects économiques, sociaux et environnementaux à travers l'AMC sont présentées à l'annexe 2. Ces étapes ne concernent qu'un seul tronçon.

#### **d) Choix de la meilleure alternative de bitumage**

Le choix de la meilleure (optimum) option est basé sur les critères techniques, économiques, sociaux et environnementaux. L'analyse économique a permis de trouver l'option économiquement viable. Si cette option reste inchangée après l'intégration des aspects sociaux et environnementaux, elle constitue la meilleure option de bitumage. Le cas échéant, l'option

obtenue après l'intégration des aspects sociaux et environnementaux est la meilleure option de bitumage. Cette dernière étape constitue aussi une validation de l'outil d'aide à la prise de décision l'IPFR.

## **5. RÉSULTATS ET DISCUSSION**

### **5.1. Structures des chaussées et vérification des contraintes admissibles**

#### *5.1.1. Structures des chaussées des tronçons de route - Méthode CEBTP*

Les structures des chaussées des quatre (4) tronçons de route sont composées des différentes couches dont les caractéristiques sont obtenues par dimensionnement. Le Tableau 12 présente les structures des chaussées des tronçons qui ont été sélectionnés dans le *Guide pratique de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux (CEBTP, 1984)* en se basant sur les paramètres d'entrée comme les classes de portance du sol de support (plateforme) et les classes de trafic. Les classes de trafic des tronçons sont T1 et T2. Ces classes de trafic dépendent du nombre d'ÉCAS de chaque tronçon sur la période d'analyse. La classe T1 indique un nombre d'ÉCAS qui est inférieur à 3 millions et T2 indique un nombre d'ÉCAS compris entre 3 millions et 10 millions (CEBTP, 1984). Les classes de portance du sol de support des tronçons de route sont S3 et S4. Ces classes de portance dépendent des valeurs du CBR de la plateforme de chaque tronçon de route. Les classes de portance S3 et S4 représentent les sols de support dont les CBR sont respectivement

compris entre 10 et 15 et entre 15 et 30. Les épaisseurs des couches de fondation et des couches de forme présentées dans le Tableau 12 varient respectivement entre 150 cm et 250 cm et entre 450 et 500 cm.

Les épaisseurs des couches de fondation et de forme existantes des tronçons de route qui ont été dérivées des investigations géotechniques présentées dans le Tableau 3 varient respectivement entre 220 cm et 280 cm et entre 590 cm et 640 cm. Il peut être constaté que les épaisseurs des couches de fondation et de formes existantes des tronçons de route sont supérieures à celles obtenues par le dimensionnement (Tableau 12) ; partant de ce constat, les épaisseurs des couches de fondation et formes existantes des tronçons de route sont adéquates et ne doivent pas être remplacées par celles obtenues par le dimensionnement, sauf dans le cas où les caractéristiques géotechniques des matériaux de ces couches existantes sont faibles. Telles que présentées dans le Tableau 13, les caractéristiques géotechniques telles que le diamètre nominal maximal des granulats (Dmax), la limite de liquidité (LL), la limite de plasticité (IP), la portance

de la plateforme (CBR) et le gonflement linéaire sont toutes inférieures aux valeurs limites fixées par le guide. Par conséquent, ces caractéristiques géotechniques sont conformes aux exigences minimales de qualité décrites dans le guide (CEBTP, 1984). En somme, les couches de fondation et de forme existantes des tronçons sont appropriées et ne doivent pas être remplacées. Il est important de mentionner que les tronçons existants sont en GL ne comportant pas de couches de base ni de revêtements. Ces deux couches seront mises en place avec des épaisseurs et des caractéristiques géotechniques appropriées issues du guide (voir Tableau 15). La structure-type de chaussée retenue pour les quatre (4) tronçons de route comporte quatre (4) couches. Telles que présentées dans le Tableau 14, les deux premières couches sont composées de la couche de surface (Esb ou ED) obtenue par le dimensionnement et les deux dernières couches sont les couches existantes de fondation et de forme des tronçons de route dont les épaisseurs et les caractéristiques géotechniques proviennent de l'étude géotechnique.

**Tableau 12 : Structures des chaussées - CEBTP.**

ID tronçon	Paramètres d'entrée		Matériaux des couches				Épaisseurs des couches (cm)			
	Classe du sol	Classe de trafic	R	B	F	Fm	R	B	F	Fm
A5	S4	T1	Esb/ED	GL/GN	SA	SA	25/90	150	150	500
A10	S4	T2	Esb/ED	GL/GN	SA	SA	120/25	150	200	500
A11	S3	T1	Esb/ED	GL/GN	GL	GL	25/90	150	250	450
A16	S4	T2	Esb/ED	GL/GN	GL	GL	120/25	150	200	500

Esb : enduit superficiel bicouche GL/GN : graveleux latéritique/grave naturelle ED : enrobé dense SA : Sable argileux  
S, T : sol et trafic R : revêtement de surface B : couche de base F, Fm : couche de fondation et couche de forme

**Tableau 13 : Comparaison des caractéristiques géotechniques avec les valeurs recommandées par le Guide CEBTP.**

ID tronçon	Couche de forme						Couche de fondation					
	Dmax (mm)	< 80 µm (%)	LL (%)	IP (%)	CBR (%)	GL (%)	Dmax (mm)	< 80 µm (%)	LL (%)	IP (%)	CBR (%)	GL (%)
A5	20	39	42	17	18	0,21	20	50	40	15	34	0,25
A10	13	37	46	19	21	0,26	5	49	44	17	33	0,23
A11	6,3	39	60	29	14	0,59	4	23	59	27	30	0,53
A16	25	27	59	28	25	0,6	16	23	57	27	32	0,59
Guide - CEBTP	< 150	< 35 ou 45	< 70	< 20 ou 30	>= 10	< 2	< 60	< 35	< 70	< 30	>= 30	< 2

**Tableau 14 : Structures des chaussées retenues.**

ID tronçon	Matériaux des couches				Épaisseurs des couches (cm)			
	R	B	F	Fm	R	B	F	Fm
A5	Esb/ED	GL/GN	SFA	SA	25/ 90	150	28	64
A10	Esb/ED	GL/GN	SFA	SA	120/25	150	25	60
A11	Esb/ED	GL/GN	SA	GL	25/ 90	150	22	59
A16	Esb/ED	GL/GN	GQ	GL	120/25	150	25	64

**Tableau 15 : Hypothèses couche de base et couche de surface.**

Structure-type	CBR (%)	E (MPa)	Référence
Couche de base améliorée au ciment	160	800	(CEBTP, 1984)
Couche de surface en Esb		3000	(CEBTP, 1984)
Couche de surface en ED		5400	(IFSTTAR, 2016)

### 5.1.2. Vérification des contraintes dans les structures de chaussées

La vérification des contraintes et déformations dans la structure des chaussées consiste à valider que les sollicitations internes agissant dans les différentes couches sont inférieures aux contraintes ou déformations admissibles définies par les performances des matériaux. Les différentes caractéristiques géotechniques et les épaisseurs présentées dans les tableaux 13, 14 et 15 ont permis de déterminer les paramètres d'entrée pour le calcul des contraintes et déformations dans les couches et de leurs valeurs admissibles en utilisant le logiciel Alizé-Lcpc. Ces paramètres d'entrée sont : l'épaisseur (h), le module

d'élasticité (E), le coefficient de poisson ( $\nu$ ). La structure-type des chaussées est composée d'une couche de surface en Esb ou ED, d'une couche de base améliorée au ciment, d'une couche de fondation non traitée et d'une plateforme. En se référant au guide (CEBTP, 1984), les contraintes et déformations dans les couches de la chaussée sont : la déformation de traction à la base de couche de surface et la déformation au-dessus de la plateforme. Comme cela est indiqué dans les tableaux 16 et 17, les valeurs de ces sollicitations internes sont toutes inférieures aux déformations et contraintes admissibles, respectant ainsi les conditions de fissuration à la base de la couche de surface et d'orniérage à la surface de la plateforme. Par conséquent, les épaisseurs des couches et les caractéristiques géotechniques des matériaux les constituant sont adéquates. Dans le cas où les contraintes et les déformations dans les couches de la chaussée sont supérieures à leurs valeurs admissibles, les différentes épaisseurs seront augmentées en conséquence (Kimbonguila, Abriak et Becquart, 2015). À la suite de cette validation, l'analyse économique peut être effectuée pour vérifier la viabilité économique du bitumage des tronçons de route en considérant les structures de chaussée indiquées dans le Tableau 14 et les caractéristiques géotechniques des couches de base et revêtements dans le Tableau 15.

**Tableau 16 : Vérifications des contraintes et déformations - Enduit superficiel bicouche.**

Structure Sollicitations	A5		A10		A11		A16	
	R-Esb	Fm	R-Esb	Fm	R-Esb	Fm	R-Esb	Fm
Eps T (micro-def)	41,3		37,9		54,3		33,1	
sigmaT (MPa)								
EpsZ (micro-def)		457,5		485,7		594,4		480,5
Valeurs admissibles	137,2	801,5	86,8	535,5	100	626,5	62,3	570,3

**Tableau 17 : Vérifications des contraintes et déformations - Enrobé dense.**

Structure Sollicitations	A5		A10		A11		A16	
	R-ED	Fm	R-ED	Fm	R-ED	Fm	R-ED	Fm
Eps T (micro-def)	147,8		-136		-152		135,5	
sigmaT (MPa)								
EpsZ (micro-def)		308,5		274,9		389		272,4
Valeurs admissibles	155,9	801,5	173,4	535,5	203,8	626,5	136,7	570,3

## 5.2. Analyse économique

### 5.2.1. Trafic

Le volume du trafic sur la période d'analyse est étroitement lié aux résultats de l'analyse économique, d'où l'importance de s'assurer de sa cohérence avant toute interprétation. Comme

présenté à la Figure 4, le tronçon A10 (ville 3- ville4) comporte le trafic le plus élevé sur la période d'analyse (20 ans) avec un TJMA d'environ 4 000 véh/j suivi du tronçon A11 (ville 5-ville 6) avec un TJMA 2750 véh/j. Les tronçons A16 (ville 7-ville 8) et A5 (ville1-ville2) ont les trafics les plus faibles qui sont respectivement de 1 500 véh/j et de 1 250 véh/j. De plus, il peut

être constaté sur la Figure 6 que la croissance des courbes est faible sur les 10 dernières années. Par conséquent, l'allure des courbes est cohérente avec les données du trafic étant donné

que les taux de croissance du trafic varient de 4 à 2,5% sur la période d'analyse, dont 2,5% représentent la croissance du trafic sur les 10 dernières années.

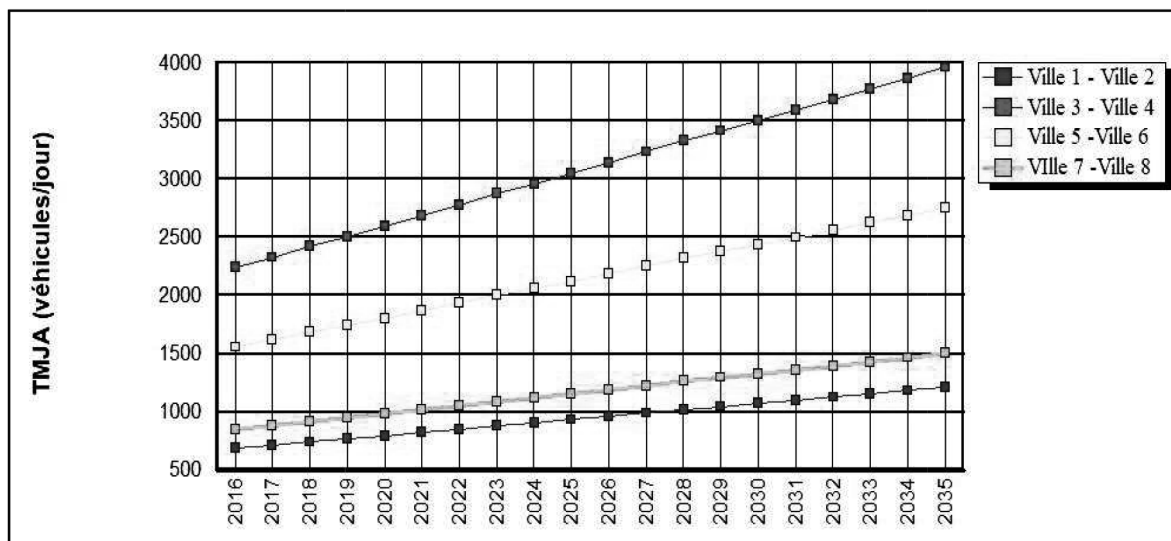


Figure 6 : TMA sur la période d'analyse.

### 5.2.2. État (IRI) des tronçons avant et après le bitumage

L'état des routes dépend des différents modes de dégradation (uni, fissures, orniérage, etc.). Les états avant et après le bitumage des tronçons sont représentés dans la présente étude par les valeurs de l'IRI (uni). Les IRI permettent d'apprécier l'impact des différentes normes d'entretien et d'aménagement qui ont été appliquées aux tronçons. Comme indiqué à la Figure 7, l'option de base (Aucun bitumage) maintient les tronçons dans un état « mauvais » ( $IRI > 8$ ), alors que les options de bitumage (Bitumage Esb 2016, Bitumage ED 2016, Bitumage Esb 2018, Bitumage ED 2018, Bitumage Esb 2020, Bitumage ED

2020) permettent de réduire les valeurs de l'IRI en dessous 4 m/km correspondant à un état « bon » d'après les spécifications du règlement 8 de l'UEMOA sur la gestion des routes communautaires (UEMOA, 2009). De ce fait, les options de bitumage définies par les normes des travaux sont adéquates. Ainsi, il est maintenant possible de calculer les coûts, les avantages et les critères économiques de chaque option de bitumage en la comparant à l'option de base. Il est important de mentionner que sans l'application des normes d'entretien préventif avec les normes d'aménagement, il serait impossible de maintenir les valeurs de l'IRI moyen en dessous de 4 après le bitumage pendant toute la période d'analyse.

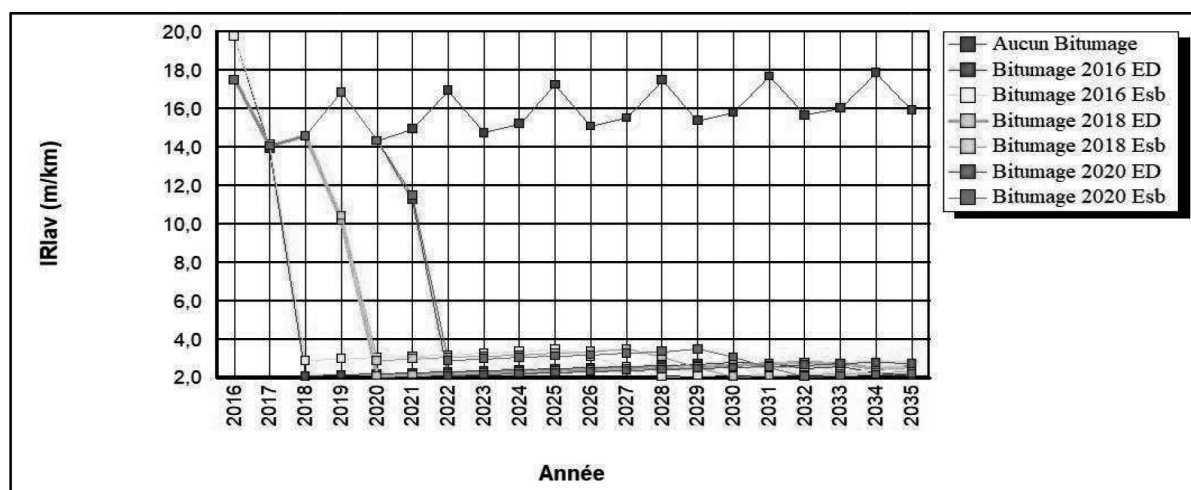


Figure 7 : IRI moyen sur la période d'analyse.

### 5.2.3. Synthèse de l'analyse économique

L'analyse économique a pour but principal d'effectuer la comparaison des coûts et avantages actualisés des projets routiers et d'en déduire les critères économiques tels que la VAN et

le TRI. Le Tableau 18 présente une synthèse de l'analyse économique composée des coûts actualisés, des avantages actualisés, de la VAN et du TRI de l'option de bitumage le plus économiquement rentable de chaque tronçon de route.

Le choix de l'option la plus viable sur le plan économique de chaque tronçon est basé sur la VAN la plus élevée des options de bitumage (voir Tableau 7) qui ont été comparées à l'option de base (entretien des chaussées en GL). En effet, la VAN est le meilleur critère économique pour la comparaison des options mutuellement exclusives et son résultat exprime le profit total de l'option (Haas, Hudson et Zaniewski, 1994a). Les profits totaux des options sont aussi équivalents aux profits totaux des projets. Les VAN de l'option « bitumage Esb – 2016 » qui sont de 96,411 M\$USD pour le tronçon A10, 29,878 M\$USD pour le tronçon A16, 30,927, M\$USD pour le tronçon A11 et 13,804 M\$USD pour

le tronçon A5 constituent chacune la VAN la plus élevée de toutes les options de bitumage de chaque tronçon. De plus, ces VAN sont toutes positives et les taux de rendement qui sont définis comme étant les taux auxquels les VAN sont égales à zéro sont tous supérieurs au taux d'actualisation (10%) des projets, satisfaisant ainsi les critères d'acceptabilité économique des projets financés par la Banque mondiale (World Bank, 2005e). Par conséquent, le bitumage des quatre tronçons de route en enduit superficiel bicouche en 2016 est le plus recommandé parce que les profits totaux seront plus grands durant le cycle de vie (20 ans).

**Tableau 18 : Synthèse de l'analyse économique.**

ID	Nom du tronçon	Option de bitumage Choisie	CA (M\$USD)	AA (M\$USD)	VAN (M\$USD)	TRI (%)
A10	Ville 3 - Ville 4	Bitumage Esb-2016	8,199	104,61	96,411	63,1
A16	Ville 7 - Ville 8	Bitumage Esb-2016	9,665	39,543	29,878	28,5
A11	Ville 5 - Ville 6	Bitumage Esb-2016	4,075	30,927	26,852	55,6
A5	Ville 1 - Ville 2	Bitumage Esb-2016	5,009	13,804	8,795	24,8

### 5.3. Analyse de sensibilité

L'analyse économique des projets routiers nécessite plusieurs paramètres qui peuvent induire des incertitudes dans l'évaluation des coûts et des avantages. L'analyse de sensibilité permet de tenir compte de ces incertitudes et de vérifier la robustesse de l'analyse économique en variant les paramètres pertinents. Les scénarios de l'analyse de sensibilité sont définis dans le Tableau 8 de la sous-section « analyse de sensibilité » de la section « méthodologie ». Comme présenté dans les tableaux 19, 20 et 21, nonobstant la variation de +/- des taux de croissance, du trafic et

des coûts d'investissement, les VAN et les TRI sont respectivement supérieurs à zéro et à 10% (taux d'actualisation), satisfaisant ainsi les exigences de la Banque mondiale pour le financement des projets routiers dans les pays en développement (World Bank, 2005a). En outre, les résultats de l'analyse de sensibilité indiquent que dans des cas de scénario optimiste (+20%) et pessimiste (-20%) de réduction et d'augmentation des croissances du trafic, des coûts d'investissement et du trafic normal, les projets routiers demeurent rentables. Cette constatation constitue une preuve de viabilité économique des projets et de la robustesse de l'analyse économique.

**Tableau 19 : Sensibilité - croissance du trafic +/- 20%.**

ID	Nom	Croissance du trafic +20%		Croissance du trafic -20%	
		TRI (%)	VAN(M\$USD)	TRI (%)	VAN(M\$USD)
A5	Ville 1 - Ville 2	30,80	13,12	18,60	4,76
A10	Ville 3 - Ville 4	64,70	104,38	61,50	88,99
A11	Ville 5 - Ville 6	57,00	29,14	54,10	24,73
A16	Ville 7 - Ville 8	29,90	33,70	27,20	26,36

**Tableau 20: Sensibilité - Coût d'investissement +/-20%**

ID	Nom	Coût d'investissement +20%		Coût d'investissement -20%	
		TRI (%)	VAN (M\$USD)	TRI (%)	VAN (M\$USD)
A5	Ville 1 - Ville 2	29,60	9,96	21,20	7,64
A10	Ville 3 - Ville 4	71,10	98,70	56,90	94,47
A11	Ville 5 - Ville 6	66,50	4,88	47,90	25,89
A16	Ville 7 - Ville 8	32,80	32,18	25,30	27,78

Tableau 21: Sensibilité - Trafic normal +/-20%

ID	Nom	Trafic normal +20%		Trafic normal -20%	
		TRI (%)	VAN (M\$USD)	TRI (%)	VAN (M\$USD)
A5	Ville 1 - Ville 2	30,80	13,12	18,60	4,76
A10	Ville 3 - Ville 4	74,30	123,08	54,80	6,13
A11	Ville 5 - Ville 6	68,50	34,91	43,10	18,87
A16	Ville 7 - Ville 8	34,50	42,31	22,60	18,44

#### 5.4. Intégration des aspects sociaux et environnementaux

L'intégration des aspects sociaux et environnementaux en utilisant l'AMC permet de trouver la meilleure option considérant toutes les préférences et tous les objectifs de toutes les parties prenantes des projets. Les parties prenantes dans la présente étude ont été composées avec un panel d'experts multidisciplinaires. Les résultats de l'AMC sont des vecteurs de classement qui sont le produit de la matrice de comparaison (MC) et de vecteur total des priorités (VTP). Par conséquent, pour chaque section, la valeur du vecteur de classement la plus élevée représente la meilleure option (voir

vecteur en jaune du Tableau 22. Ces résultats présentés dans le Tableau 22 indiquent que l'option 4 « bitumage ED-2016 » est la meilleure option du bitumage des quatre tronçons en prenant en compte conjointement les facteurs (critères) techniques, économiques, environnementaux et sociaux sur tout le cycle de vie. À l'opposé, si l'option ne changeait pas après l'intégration des aspects sociaux et environnementaux, l'option sélectionnée en considérant exclusivement le niveau de priorité économique (Option 1 - Bitumage Esb 2016) demeurerait l'intervention optimale de bitumage. Un exemple des étapes de calcul du vecteur de classement pour un seul tronçon est présenté à l'annexe 2.

Tableau 22 : Résultats de l'AMC.

ID	Nom tronçons	Option 0	Option 1	Option 2	Option 3	Option 4	Option 5	Option 6
A10	Ville 3 - Ville 4	0,0000	0,8672	0,8249	0,6561	0,9987	0,8311	0,6620
A11	Ville 5 - Ville 6	0,1250	0,8676	0,8295	0,6573	0,9975	0,8339	0,6611
A5	Ville 1 - Ville 2	0,1250	0,8709	0,8504	0,6772	0,9947	0,8475	0,6803
A16	Ville 5 - Ville 6	0,0000	0,8668	0,8618	0,6543	0,9919	0,8615	0,6585

De plus, les quantités des émissions polluantes sur les quatre tronçons telles qu'illustrées aux figures 8, 9, 10 et 11 indiquent que la meilleure option de bitumage (option 4 - bitumage ED 2016) comporte les plus faibles impacts environnementaux comparativement aux autres options, y compris l'option de base. En effet, les réductions des émissions polluantes des meilleures options (option 4) des tronçons A5, A10, A11 et A16 sont respectivement égales à 21,06%, 33,05%, 33,47% et 31,52%. L'analyse des résultats des émissions polluantes permet de mettre en évidence les tendances suivantes :

La réduction des émissions polluantes des options de bitumage en Esb est inférieure à celle des options de bitumage en ED. Par exemple, les réductions des émissions polluantes sur le tronçon A5 des options 1 (bitumage Esb - 2016) et 4 (bitumage ED -2016) sont respectivement égales à 18,08% et 21,06%. La différence entre ces réductions peut être attribuée au comportement à long terme du type de revêtement. En effet, sous les mêmes conditions de trafic et du climat,

les chaussées en Esb se dégradent plus rapidement que les chaussées en ED) (voir Figure 7 - courbe de performance) (SMAEG, 2011). De plus, les principaux objectifs des Esb sont d'imperméabiliser la surface de chaussée (y compris colmatage des fissures en cas d'entretien périodique) et d'améliorer l'adhérence de la chaussée. Cependant, l'Esb n'apporte pas de résistance supplémentaire à la structure de chaussée (corps de la chaussée).

En considérant les options avec le même type de revêtement, la réduction des émissions polluantes varie en fonction de l'année d'application des options. En effet, les réductions des émissions polluantes des options 1 (bitumage en Esb en 2016) et 3 (bitumage en Esb en 2020) du tronçon A5 sont respectivement égales à 18,08% et 16,31%. Cette différence peut se justifier par le fait qu'en reportant le bitumage des routes à des années ultérieures, la dégradation des routes devient plus prononcée, ce qui favorise des émissions polluantes plus élevées que si les routes étaient bitumées antérieurement.

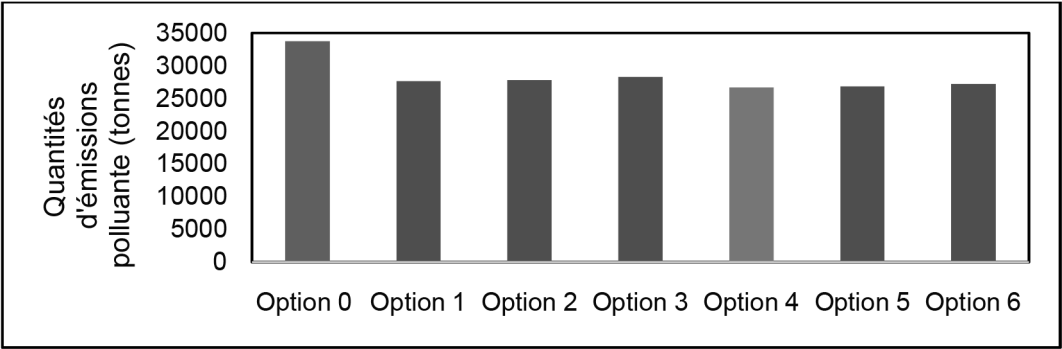


Figure 8 : Quantités d'émissions polluantes des options du tronçon A5.

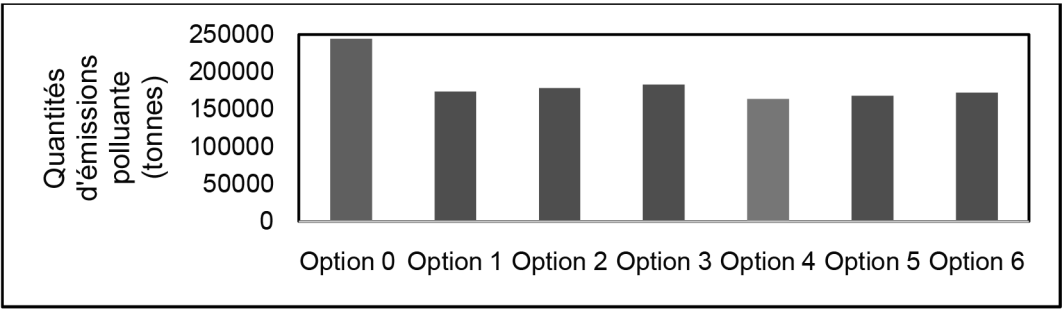


Figure 9 : Quantités d'émissions polluantes des options du tronçon A10.

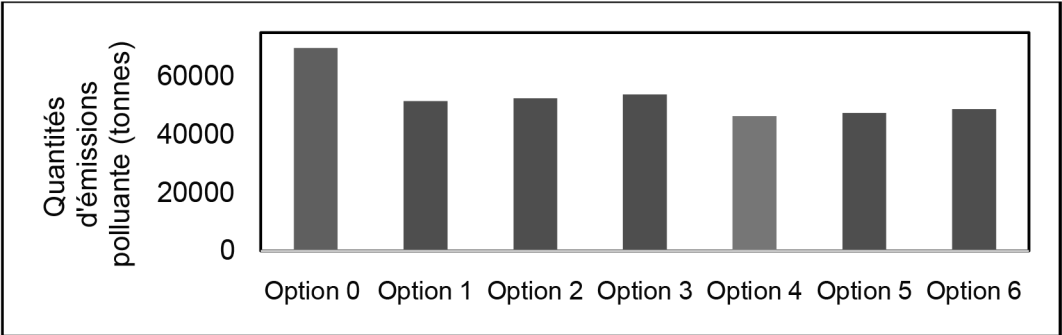


Figure 10 : Quantité d'émissions polluantes des options du tronçon A11.

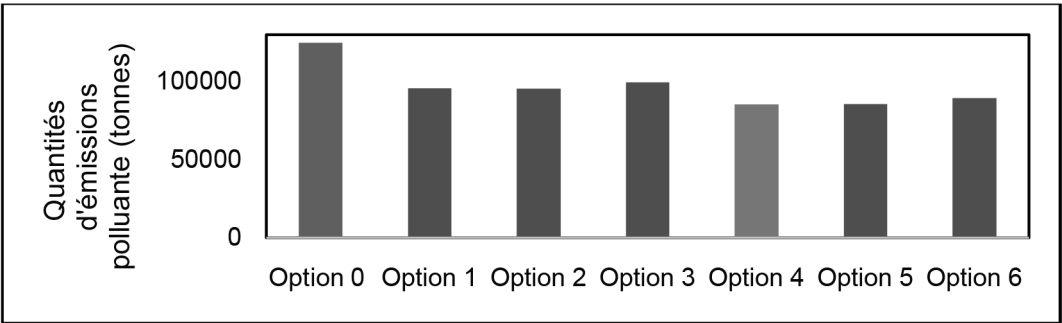


Figure 11 : Quantité d'émissions polluantes des options du tronçon A16.

## 5.5. Meilleure option de bitumage

À la lumière de l'analyse économique et de l'analyse de sensibilité de l'intégration des aspects sociaux et environnementaux, la meilleure option est de bitumer les tronçons de route en enrobé dense (ED) durant l'année 2016 et d'assurer un entretien préventif après les travaux de bitumage. En d'autres termes, les projets de bitumage doivent être réalisés en enrobé dense en 2016, si le bailleur de fonds et l'administration de gestion des routes du pays concerné ont pour objectif l'obtention de tronçons de route bitumés qui soient en même temps solides techniquement, économiquement rentable avec des impacts environnementaux minimes et des avantages sociaux élevés. Ces résultats valident l'outil d'aide à la décision, l'IPFR, dont le but est de sélectionner les projets routiers de «haute priorité» considérant simultanément les critères techniques, économiques, sociaux et environnementaux (Kaba et Assaf, 2018).

## 6. CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Le bitumage des routes consiste à resurfer des routes non revêtues à l'aide d'un enduit superficiel (monocouche, bicouche et tricouche) ou d'un enrobé bitumineux (enrobé dense ou béton bitumineux). La décision de bitumage des tronçons dépend de plusieurs facteurs nécessitant des investigations approfondies pour la détermination des paramètres techniques, économiques, sociaux et environnementaux pertinents qui sont impératifs au choix de la meilleure intervention.

La méthode rationnelle intégrée développée dans le présent article s'est basée sur des étapes rationnelles et fondamentales de dimensionnement, d'analyse économique et d'analyse multicritère pour choisir l'option de bitumage la plus appropriée pour quatre (4) projets routiers situés en Afrique de l'Ouest. Cette méthode rationnelle a permis de conclure que l'entretien des tronçons existants en graveleux latéritique n'est pas rentable économiquement et que les impacts sociaux et environnementaux s'accroîtront négativement si aucune action n'est prise le plus tôt possible pour bitumer ces tronçons de route.

Les investigations et les collectes des données ont permis de dimensionner les tronçons selon les règles de l'art. Tout porte à croire que le dimensionnement de ces tronçons de route existants en graveleux latéritique avait été effectué pour être bitumé ultérieurement puisque les épaisseurs et les caractéristiques géotechniques satisfont les exigences minimales fixées par le guide de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux. La structure-type des chaussées des tronçons sélectionnés est composée d'une couche de surface en Esb ou ED, d'une couche de base en GL amélioré au ciment, d'une couche fondation et d'une couche de forme (plateforme). La vérification

des contraintes et déformations admissibles des couches de la structure type de chaque tronçon montre qu'elles sont supérieures aux sollicitations internes des couches, ce qui constitue la preuve que les épaisseurs sont adéquates. Par conséquent, les chaussées sont capables de supporter le volume et les charges de trafic durant la période d'analyse de 20 ans et les tronçons peuvent être maintenant analysés économiquement pour vérifier leurs viabilités.

Les normes des travaux sont très importantes pour l'analyse économique puisqu'elles permettent de définir les différentes options de base et options de bitumage. L'application des options de bitumage a permis de maintenir les tronçons à un état «bon» (caractérisé par un IRI moyen inférieur à 4) durant toute la période d'analyse et d'en déduire les critères économiques. L'option la plus rentable économiquement de chaque tronçon est celle de bitumage en Esb en 2016. Cette rentabilité est à été justifiée par une VAN plus élevée et un TRI supérieur au taux d'actualisation de cette option par rapport à toutes les autres options de bitumage comparées à l'option de base.

L'analyse de sensibilité a permis de valider la robustesse de l'analyse économique, étant donné que les VAN et les TRI des tronçons restent respectivement supérieurs à 0 et au taux d'actualisation (10%), bien que les taux de croissance, le trafic normal et les coûts d'investissement aient été variés à +/-20%. L'AMC a permis l'intégration des aspects sociaux et environnementaux dans l'analyse économique et de choisir la meilleure option de bitumage en prenant en compte concomitamment les critères économiques, environnementaux et sociaux. Cette meilleure option est l'option de bitumage en ED en 2016 (option 4). En considérant les conditions locales, les recommandations pour une meilleure applicabilité de la méthode rationnelle développée sont les suivantes :

- Des auscultations régulières doivent être effectuées par les administrations de gestion de routes pour enrichir leur base de données et faire des mises à jour.
- Le logiciel HDM-4 doit être calé au moins au niveau 2 pour l'obtention des résultats fiables.
- Des essais au laboratoire doivent être effectués sur les matériaux des couches de surface bitumineuses et des couches de bases et comparés aux exigences du guide avant leur application.
- Une mise à jour du guide de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux doit être effectuée étant donné que celui-ci date de 1984.
- Il serait aussi utile aux pays de l'Afrique de l'Ouest d'unir leurs expertises avec l'appui des bailleurs des fonds pour développer des relations empiriques à partir des expérimentations réelles sur un réseau routier comme à l'image de l'AASHTO et de les corroborer avec des relations mécanistes existantes dans le domaine routier.

## 7. ANNEXES

### 7.1. Annexe 1 : Équations et hypothèses de calcul des sollicitations et des contraintes admissibles

a) Équation de calcul des contraintes et sollicitations admissibles (SETRA, 1994)

$$\epsilon_{t,adm} = \epsilon_6 \left( \frac{NE}{10^6} \right)^b k_r k_s k_c \quad (3)$$

Où

$\epsilon_{t,adm}$  = déformation en traction à la base des couches bitumineuses

$\epsilon_6$  = déformation correspondant à  $10^6$  de cycles entraînant la rupture avec une probabilité de 50%

$k_r$  = coefficient tenant compte du risque de calcul

$b$  = pente de la droite de fatigue

$$\sigma_{t,adm} = \sigma_6 k_r k_d k_c k_s \left( \frac{NE}{10^6} \right)^b \quad (4)$$

Où

$\sigma_{t,adm}$  = contrainte en traction à la base des couches traitées aux liants hydrauliques

$\sigma_6$  = contrainte correspondant à  $10^6$  de cycles entraînant la rupture avec une probabilité de 50%

$k_r$  = coefficient tenant compte du risque de calcul

$k_c$  = coefficient de calage

$k_d$  = coefficient tenant des discontinuités de la couche de base

$k_s$  = coefficient tenant de l'hétérogénéité locale de la portance du sol

$$\epsilon_{z,adm} = A (NE)^{-0.222} \quad (5)$$

Où

$\epsilon_{z,adm}$  = déformation admissible à la surface du sol de support (orniérage)

$A$  = paramètre d'évolution des déformations permanentes des sols et matériaux non traités ( $A$  égal à 12 000  $\mu\text{déf}$  pour une chaussée à trafic élevé et 16 000  $\mu\text{déf}$  pour une chaussée à trafic faible)

$NE$  (ÉCAS) = nombre d'équivalents d'essieux de référence (13 tonnes)

b) **Hypothèses de calculs des contraintes et sollicitations admissibles**

Certaines hypothèses ont été faites pour le calcul des sollicitations internes et des contraintes et déformations admissibles dans les couches de la chaussée. Ces hypothèses sont énumérées comme suit :

Les interfaces des couches sont parfaitement liées (collées) entre elles ;

Les différentes couches de la chaussée ont un comportement élastique linéaire, d'où l'importance de déterminer le module d'élasticité et le coefficient de poisson.

Les modules d'élasticité de la couche en surface en  $E_{sb}$  ou en  $E_D$  ont été pris des valeurs moyennes des modules d'élasticité

des matériaux bitumineux spécifiées dans les guides (CEBTP, 1984) et (SETRA, 1994). L'équation 6 a été utilisée pour calculer le module d'élasticité des couches de base et de fondation (matériaux granulaires) en fonction de leurs CBR. Étant donné que les couches de la chaussée sont parfaitement liées entre elles, le coefficient de poisson est égal à 0,35.

$$E \text{ (MPa)} = 5 \text{ CBR (\%)} \quad (6)$$

### 7.2. Annexe 2 : Étapes de l'analyse multicritère pour la prise en compte conjointes des aspects économiques, environnementaux et sociaux (tronçons A10) (Odoki et Kerali, 2000b)

Partie A – Détermination du vecteur des priorités

Établissement de la matrice hiérarchique des critères (MH)

	Critère			
Critère	1	2	3	4
1	PR11	PR12	PR13	PR14
2	PR21	PR22	PR23	PR24
3	PR31	PR32	PR33	PR34
4	PR41	PR42	PR43	PR44

Où

PR : poids relatif

Critère 1 : Économique

Critère 2 : Confort

Critère 3 : Environnemental

Critère 4 : Social

$$PR_{mn} = \frac{PR_{m1}}{PR_{n1}} \quad (7)$$

Où

$PR_{mn}$  : poids relatif de la ligne  $m$  et de la colonne  $n$  de MH

$PR_{m1}$  : poids relatif de la ligne  $m$  et de la colonne 1 de MH

$PR_{n1}$  : poids relatif de la ligne 1 et de la colonne  $n$  de MH

Établissement de la matrice normalisée des hiérarchies (MNH)

	Critère			
Critère	1	2	3	4
1	PN11	PN12	PN13	PN14
2	PN21	PN22	PN23	PN24
3	PN31	PN32	PN33	PN34
4	PN41	PN42	PN43	PN44

Où

PN : Poids normalisé

$$PN_{ij} = \frac{PR_{ij}}{\sum_{i=1}^N PR_{ij}} \quad (8)$$

Où

$PN_{ij}$  : Poids normalisé de la matrice normalisée de ligne  $i$ , colonne  $j$

$PR_{ij}$  : Poids normalisé de la matrice des hiérarchies de ligne  $i$ , colonne  $j$

Établissement du vecteur des priorités (VP)

VP
P1
P2
P3
P4

$$P_i = \frac{\sum_{j=1}^N PN_{ij}}{N} \quad (9)$$

Où :

$P_i$  : poids du vecteur de priorité de ligne i

N : nombre de critères

### Vérification de la cohérence

Calcul du vecteur X

Vecteur X
X1
X2
X3
X4

$$X_i = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N PR_{ijk} P_j \quad (10)$$

Calcul du vecteur Y

Vecteur Y
Y1
Y2
Y3
Y4

$$Y_i = \frac{X_i}{P_i} \quad (11)$$

Calcul de moyenne arithmétique des éléments du vecteur Y ( $\lambda_{max}$ )

$$\lambda_{max} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N} \quad (12)$$

Indice de cohérence (IC)

$$IC = \frac{\lambda_{max} - N}{N - 1} \quad (13)$$

Indice aléatoire (IA)

N (critères)	1	2	3	4	5	6	7
IA	0	0,16	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32

Rapport de cohérence (RC)

$$RC = \frac{IC}{IA} \quad (14)$$

SI  $RC \leq 10\%$ , la matrice MH est cohérente

SI  $RC \geq 10\%$ , la matrice MH n'est pas cohérente. Dans un tel cas les poids relatifs doivent être modifiés

## Partie B – Détermination des indices de performance et de la matrice de comparaison

### Indices de performance

Critère économique

$$VANINDEX_j = \frac{VAN_j - MIN(VAN)}{MAX(VAN) - MIN(VAN)} \quad (15)$$

Où :

$VANINDEX_j$  : indice de performance de l'option j de la VAN compris entre 0 et 1

$MAX(VAN)$  : la valeur maximale des valeurs actuelles nettes de toutes les options sur la période d'analyse

$VAN_j$  : la valeur actuelle nette de l'option j sur la période d'analyse

$MIN(VAN)$  : la valeur minimale des valeurs actuelles nettes de toutes les options sur la période d'analyse.

Critère de niveau de service (confort)

$$RN_j = \frac{\sum_{y=1}^Y 5 - \log \frac{IRI_{jy}}{0.343}}{Y} \quad (16)$$

Où :

$RN_j$  : le confort (ride number) de l'option j

y : année d'analyse (y= 1,2,...,Y) ; Y est la durée de l'analyse

$IRI_{jy}$  : indice de rugosité moyen annuel de l'option j

$$RNINDEX_j = \frac{RN_j - MIN(RN)}{MAX(RN) - MIN(RN)} \quad (17)$$

Où :

$RNINDEX_j$  : indice de performance de l'option j

$MAX(RN)$  : valeur maximale des RN de toutes les options

$MIN(RN)$  : valeur minimale des RN de toutes les options

Critère environnement

$$AQI_j = \frac{\sum_i EYRi_{ij} \frac{1}{S_i}}{\sum_i \frac{1}{S_i}} \quad (18)$$

Où :

$AQI_j$  : indice de qualité de l'air de l'option j

$EYRi_{ij}$  : quantité d'émission de type i pour l'année y de l'option j

$S_i$  : concentration limite de l'émission du type i

Les valeurs de défauts des seuils de concentration des émissions polluantes fixés par (European Council Directive, 1999) sont de 99 pour les hydrocarbures, le monoxyde de carbone et le dioxyde de carbone, 40 pour les oxydes d'azote, 125 pour le dioxyde de soufre et 0,5 pour le plomb.

$$AQINDEX_j = \frac{MAX(AQI) - AQI_j}{MAX(AQI) - MIN(AQI)} \quad (19)$$

Où :

$AQINDEX_j$  : indice de performance de l'option j de la pollution atmosphérique

$MAX(AQI)$  : valeur maximale des AQI de toutes les options

$MIN(AQI)$  : valeur minimale des AQI de toutes les options

## Matrice de comparaison (MC)

La matrice de comparaison est constituée avec à partir des vecteurs de comparaison qui ont été établis avec les indices de performance des critères en suivant les étapes de la partie A.

Tronçon	Option	Critères			
		1	2	3	4
A10	1	VC11	VC12	VC13	VC14
A10	2	VC21	VC22	VC23	VC24
A10	3	VC31	VC32	VC33	VC34
A10	4	VC41	VC42	VC43	VC44
A10	5	VC51	VC52	VC53	VC54
A10	6	VC61	VC62	VC63	VC64
A10	7	VC71	VC72	VC73	VC74

## Calcul du vecteur de classement du tronçon A10

C
C1
C2
C3
C4
C5
C6
C7

$$C_i = \sum_{j=1}^N V_{ij} P_j \quad (20)$$

## RÉFÉRENCES

- AASHTO. 1993. *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures*. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 624 p.
- AASHTO, American Association of State Highway and Transportation Officials. 2012. « Pavement Management Guide Chapter three : Inventory Data Collection and Data Integration Issues ».
- Adiguna, Surya, Dewanti et JB Odoki. 2017. « Multi-Year Program under Budget Constraints Using Multi-Criteria Analysis ». *Journal of the Civil Engineering Forum*, vol. 3, n° 2, p. 12.
- Archondo-Callao, Rodrigo 2004. *Roads Economic Decision Model: software user guide and case studies* Washington, DC: Sub-Saharan Africa Transport Policy Program (SSATP), 114 p.
- Autret, Paul 1997. « Étude des routes non revêtues VIZIRET Système de gestion de l'entretien d'un réseau routier ». *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*, vol. 3, n° 22, p. 20.
- AUTRET, Paul, et René REQUIRAND. 1989. *Surface Dressing: Synthesis of international experiences*. France: Permanent International Association of Road Congresses (PIARC), 66 p.
- Belli, Pedro, Jock Anderson, Howard Barnum, John Dixon et Jee-Peng Tan. 1998a. « Handbook on economic analysis of investment operations ». < <http://siteresources.worldbank.org/INTCDD/Resources/HandbookEA.pdf> >. Consulté le 29/01/2017.
- Belli, Pedro, Jock Anderson, Howard Barnum, John Dixon et Jee-Peng Tan. 1998b. *Handbook on economic analysis of investment operations*. Washington, DC: World Bank, 2009 p.
- Bennett, Christopher R., et William D. O. Paterson. 2000. *A Guide to Calibration and Adaptation*. Washington, DC: World Bank, 229 p.
- Beria, Paolo, Ila Maltese et Ilaria Mariotti. 2012. « Multi-criteria versus Cost Benefit Analysis: a comparative perspective in the assessment of sustainable mobility ». *European Transport Research Review*, vol. 4, n° 3, p. 137-152.
- Berthaud, Yves, Patrick Buhan et Schmitt Nicolas (351). 2013. *Aide-mémoire de mécanique des sols*, 3. Paris, France: DUNOD.
- Cafiso, Salvatore, et Alessandro Di Graziano. 2012. « Definition of Homogenous Sections in Road Pavement Measurements ». *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, vol. 53, p. 1069-1079.
- CEBTP. 1984. *Guide de dimensionnement des chaussées pour les pays tropicaux*. Paris, France: Centre Expérimental de Recherches et d'Étude du Bâtiment et des travaux Publics, 147 p.
- Čutura, B., G. Mladenović, B. Mazić et I. Lovrić. 2016. « Application of the HDM-4 Model on Local Road Network: Case Study of the Herzegovina-Neretva Canton in Bosnia and Herzegovina ». *Transportation Research Procedia*, vol. 14, p. 3021-3030.
- Done, S, W G Ford et A C Edwards. 2001. *Appropriate Surfacing for Low-Volume Roads*. Wokingham, United Kingdom: Transport Research Laboratory 40 p.
- Ekionea, Jean-Pierre Booto, Prosper Bernard et Michel Plaisent. 2011. « Consensus par la méthode Delphi sur les concepts clés des capacités organisationnelles spécifiques de la gestion des connaissances ». *Association pour la recherche qualitative*, vol. 29, n° 3, p. 25.
- European Council Directive. 1999. *Limit values for pollutants in ambient air*. Brussels: The Council of the European Union, 100 p.
- Gastaldi, Massimiliano, Riccardo Rossi, Gregorio Gecchele et Luca Della Lucia. 2013. « Annual Average Daily Traffic Estimation from Seasonal Traffic Counts ». *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, vol. 87, p. 279-291.
- Gopalakrishnan, Kasthurirangan, Wynand JvdM Steyn et John Harvey. 2014. *Climate Change, Energy, Sustainability and Pavements*, 2. New York: Springer Heidelberg, 517 p.
- Haas, Ralph, Susan Tighe, Guy Dore et David Hein. 2007. « Mechanistic-empirical pavement design: evolution

- and future challenges ». In *Pavement Preservation: Supporting the Economy*. (Saskatchewan), p. 23. Transportation Association of Canada.
- Haas, Ralph, W. R. Hudson et J. P. Zaniewski. 1994a. « Modern Pavement Management ». In., p. 300. Malibar, FL: Krieger Publishing Company.
- Haas, Ralph, W. Ronald Hudson et John Zaniewski (76). 1994b. *Modern Pavement Management* Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 579 p.
- Henning, Theuns, Peter Kadar et Christopher R Bennett. 2006. *Surfacing Alternatives for Unsealed Rural Roads*. Washington, DC: World Bank, 8 p.
- Huang, Y.H (250). 2004. *Pavement Analysis and Design*, 2. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- IFSTTAR. 2016. *Alizé-Lcpc : Manuel d'utilisation Version 1.5*. France: Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux, 116 p.
- Interactive, Pavement. 2018. « Empirical design ». < <https://www.pavementinteractive.org/reference-desk/design/structural-design/empirical-pavement-design/> >. Consulté le 2018-12-03.
- Kaba, Emmanuel Kossè, et J Gabriel Assaf. 2018. « Nouvel indice de priorité de financement des routes (IPFR) pour la sélection des projets routiers de « haute priorité » dans les pays en développement en utilisant l'analyse en composantes principales ». *Annale de batiment travaux publics (Eska)*, vol. 70, n° 3, p. 23.
- Ken, Gwilliam. 2011. *Africa's Transport Infrastructure : Mainstreaming Maintenance and Management*. 60803. Washinton, D.C: The International Bank for Reconstruction and Development / The World Bank, 576 p.
- Kerali, Henry G.R, J.B Odoki et Eric E Stannard. 2006. *Overview of HDM-4*. World Road Association (PIARC), 58 p.
- Kimbonguila, Adolphe, Nor Edine Abriak et Frédéric Becquart. 2015. « Méthode de dimensionnement des structures de chaussées : quelle(s) adaptabilité(s) pour les matériaux granulaires alternatifs ? ». *HAL*, p. 10.
- Koranteng-Yorke, John Bernard, Gurmél Ghataora et Jennaro Odoki. 2014. « Rational approach for tropical pavement design using life-cycle principles: case study of Ghana ». *International Journal of Pavement Engineering*, vol. 16, n° 8, p. 667-683.
- Kumar, R. Srinivasa (566). 2014. *Pavement evaluation and maintenance management system*. India: Universities Press.
- Loo, Robert. 2002. « The Delphi method: a powerful tool for strategic management ». *Policing: An International Journal of Police Strategies & Management*, vol. 25, n° 4, p. 762-769.
- Mohapatra, Dipti Ranjan. 2015. « An Economic Analysis of Improvement of Road Infrastructure: A Case Study ». *European Academic Research*, vol. 2, n° 11, p. 16.
- Odoki, J.B, et Henry Kerali. 2000a. *Analytical Framework and Model Descriptions : Part D5 - Works Effects* Whashington, DC: World Bank, 20 p.
- Odoki, J.B, et Henry Kerali. 2000b. *Analytical Framework and Model Descriptions : Part G5 - Analyse multicritère* Whashington, DC: World Bank, 20 p.
- Odoki, J.B, et Henry Kerali. 2000c. *Volume 4 : Analytical Framework and Model Descriptions : Part D - Works effects*. Whashington, DC: World Bank, 75 p.
- Odoki, J.B, et Henry Kerali. 2000d. *Volume 4 : Analytical Framework and Model Descriptions : Part F - Social and environmental effects*. Whashington, DC: World Bank, 75 p.
- Perraton, Daniel, et François Olard. 2013. *Note de cours MGC-837 : Les matériaux bitumineux, fabrication et mise en place*. Montréal, QC: École de Technologie Supérieure (ÉTS), 234 p.
- PIARC. 2004. *Economic evaluation methods for road projects in PIARCmember countries*. Paris, France: World Road Association, 85 p.
- PIARC. 2013. *Best practices for the sustainable maintenance of rural roads in developing countries*. France: World Road Association, 47 p.
- SETRA. 1994. *Guide technique de conception et de dimensionnement des structures de chaussée*. France: SETRA/LCPC, 266 p.
- Veuillez sélectionner un type de document autre que « Generic » afin de faire afficher la référence bibliographique.
- Stannard, Eric E, Jo M Dakin et David C Wightman. 2000. *Software User Guide*. United Kingdom: PIARC.
- The World Bank. 2005. *A framework for the economic evaluation of transport projects*. Washington, DC: World Bank, 25 p.
- TRL. 1993a. *Overseas road note 31 : A guide to the structural design of bitumen- surfaced roads in tropical and sub-tropical countries*. London: Transport Research Laboratory, 82 p.
- TRL. 1993b. *Pavement Design, Management, and Performance*. Washington, DC: Transportation Research Record, 125 p.
- TRL. 2000. *Overseas Road Note 3 : A guide to surface dressing in tropical and sub-tropical countries*. Crowthorne, United Kingdom: TRL limited, 46appendix p.
- TRL. 2004. *Overseas Road Note 40 : A guide to axle load surveys and traffic counts for determining traffic loading on pavements*. United Kingdom: Transport Research Laboratory, 76 p.
- TRL. 2005. *Overseas Road Note 5 :A guide to road project appraisal*. United Kingdom: Transport Research Laboratory, 153 p.
- TRL, et ODA. 1993. *Overseas Road Note 31: A guide to the structural design of bitumen-surfaces*. United Kingdom: Overseas Centre
- Transport Reaearch Laboratory, 75 p.
- UEMOA. 2005. *Règlement N°14/2005/CM/UEMOA relatif à l'harmonisation des normes et des procédures du contrôle du gabarit, du poids, et de la charge à l'essieu des véhicules lourds de transport de marchandises dans les États membres de l'Union Économique et Monétaire Ouest Africaine*. Bamako, Mali: Union Économique et Monétaire Ouest Africaine, 19 p.
- UEMOA. 2009. *Règlement N°08/2009/CM/UEMOA portant adoption du statut du réseau routier communautaire de l'UEMOA et de ses modalités de gestion*. Cotonou, Bénin: Union Économique et Monétaire Ouest Africaine, 6 p.

USAID. 2014. *Sector environmental guidelines : Rural roads*. Washington, DC: United States Agency for International Development 44 p.

Wiki TP. 2016. « Calcul d'une structure de chaussée ». < <http://www.wikitp.fr/structure-de-chausseeacuttees> >. Consulté le 2018-12-02.

World Bank. 2005a. « A Framework for the Economic Evaluation of Transport Projects ». *Transport Note* n° TRN-5, p. 25.

World Bank. 2005b. « Risk and Uncertainty Analysis ». *Transport Note*, n° 7, p. 7.

World Bank. 2005c. « Sources of operating costs ». *Transport Note*, n° 14, p. 6.

World Bank. 2005d. « Valuation of time savings ». *Transport Note*, n° 15, p. 13.

World Bank. 2005e. « When and how to use NPV, IRR and Modified IRR ». *Transport Note*, n° 2, p. 9.

# ÉTUDE DES PERFORMANCES DES GRANULATS DE GNEISS DE L'ARCHÉEN DU MAN AVEC AJOUT DE FILLER POUR SUBSTITUER LE BASALTE DE KASILA GROUP DANS LES FORMULATIONS DE BÉTONS BITUMINEUX ET HYDRAULIQUE AU SUD DE LA SIERRA LEONE

## *THE PERFORMANCE TESTING OF ASPHALT AND CONCRETE MIX DESIGN WITH GNEISS AGGREGATES TO REPLACE THE BASALT*

**Ibrahima SOW<sup>1</sup>, Ibrahima Khalil CISSE<sup>2</sup>**

1. Ing Routier doctorant en Géosciences à ED2DS de l'Université de Thiès
2. Laboratoire Mécanique et Hydraulique (LMMH), École polytechnique de Thiès

### **1. INTRODUCTION**

Un bon réseau routier avec de bonnes infrastructures est incontournable pour créer un environnement adéquat aux progrès du plus grand nombre. En Afrique de l'ouest, certaines zones économiquement stratégiques sont encore enclavées du fait du mauvais état des routes.

Dans le cadre de la coopération du Mano River entre le Liberia, la Sierra Leone et la Guinée, il est prévu de relier Monrovia (Liberia) et Conakry (Guinée) via BO (Sud de la Sierra Leone).

Pour le désenclavement du sud de la Sierra Leone, le fond européen de développement a financé le tronçon Bandajuma – Mano river, long de 103 km.

La chaussée, large de 10,2 m, est revêtue par 5 cm de béton bitumineux avec des granulats de basalte.

Pour la réalisation des travaux de bétons bitumineux et hydraulique les granulats de basalte ont longtemps occupé le premier choix préférentiel en termes de qualité.

En effet le basalte présente des critères de performances élevées pour répondre aux exigences techniques de formulation de bétons.

Cependant l'axe Bandajuma – Mano river traverse le gneiss du domaine archéen du Man (qui se trouve au sud de la dorsale de Leo) (Bessoles, 1771 in Boher, 1992). Une source de basalte intrusif est utilisée comme source de granulats pour le projet. Cette intrusion localisée à 4 km au nord de Bandajuma (au village de Bendu) appartient au kasila group (figure 1).

A 50% d'avancement, il devient très cher de transporter les granulats de basalte depuis Bendu. Il est donc nécessaire de trouver des matériaux de substitution pour répondre au besoin du projet de façon efficace.

C'est dans ce cadre que des recherches sont menées sur le gneiss pour une substitution du basalte.

Pour répondre aux objectifs de cette étude nous ferons :

- une synthèse bibliographique sur la géologie de la zone ;
- une formulation empirique de béton bitumineux ;
- une formulation de béton hydraulique.

La synthèse bibliographique fournira une présentation de la géologie locale du sud de la Sierra Leone.

La formulation du béton bitumineux concerne une formulation empirique ou de niveau zéro. En plus des essais Marshall, la sensibilité à l'eau sera évaluée par l'essai Duriez. Par une approche mathématique, des valeurs de modules d'élasticité seront calculées pour apprécier le comportement des bétons bitumineux en lien avec la compacité.

Les matériaux bitumineux sont des matériaux viscoélastiques thermo-susceptibles ayant des propriétés adhésives et cohésives, très utilisés dans la construction routière et ils représentent environ 90% de la consommation mondiale du bitume. Pour les matériaux de chaussées traités au liant bitumineux, le bitume représente en moyenne 5% de sa composition massique, alors que le squelette granulaire représente environ 95%. Grâce à ses propriétés viscoélastiques, de cohésion et d'adhésion, le bitume permet de lier durablement les granulats entre eux et de conférer ainsi à la chaussée une rigidité et une portance suffisante pour supporter les charges liées au trafic et au climat.

La formulation du béton hydraulique avec des granulats de gneiss va nous informer sur son affinité avec le ciment et sur ces performances comparées avec les granulats de basalte.

## 2. MATÉRIAUX UTILISÉS

### 2.1. Pétrographie

La figure 1 présente les huit groupes d'unités géologiques de la Sierra Leone.

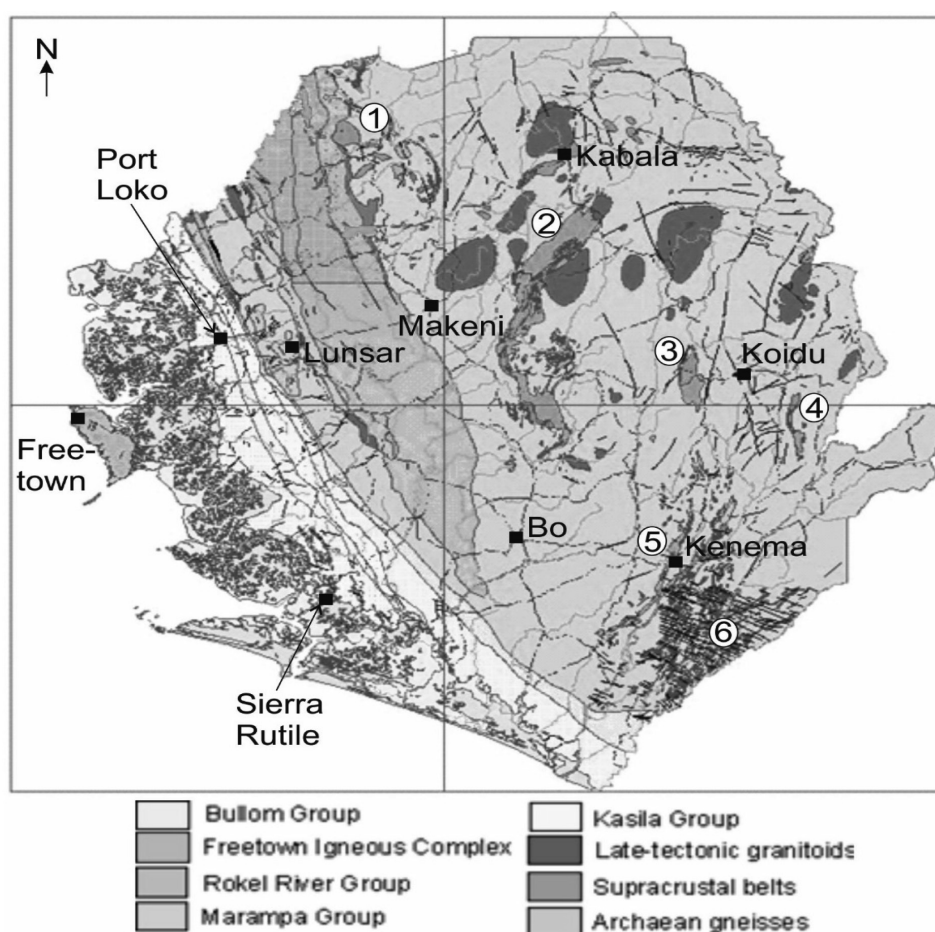


Figure 1 : Carte géologique simplifiée de la Sierra Leone. Cette carte est dérivée de la carte nationale (CGS, 2004), © National Minerals Agency. Les principales lithologies sont indiquées dans la clé. La largeur du pays est de 250 km, du point le plus à l'est au point le plus à l'ouest. Les chiffres indiquent les ceintures supracrustales.

Le « socle » cristallin archéen de la Sierra Leone est constitué de deux groupes de roches acides. Ce sont les gneiss les plus âgés et les granitoïdes les plus jeunes. Dans le Craton Archéen d'Afrique de l'Ouest, il existe au moins trois groupes d'âges différents de gneiss plus âgés avec des âges de cristallisation du zircon U-Pb de 3,5, 3,3–3,1 et 3,0–2,9 Ma. Il existe deux principaux types de granite jeune : le granite à biotite à grain moyen et les granites porphyriques. Les structures de ce domaine sont le résultat de deux déformations paléo protérozoïques majeures : la première résulte d'une tectonique tangentielle (Liégeois *et al.*, 1991 ; Feybesse *et al.*, 1990) à l'origine de structures orientées N-S à NNE-SSW. La seconde correspond à une déformation transcurrente (Lemoine, 1988 ; Ledru, 1991 ; in Feybesse et Milesi, 1994). Elle est soulignée par la mise en place, autour de 2.1 Ma, de grands ensembles de granitoïdes. Le Kasila group qui présente des tissus plans parallèles à l'affleurement nord-sud-sud-ouest, est composé de roches basaltiques ignées, de granulite mafique hautement déformée, d'intrusions métaleucogabbroïques, de granulites et de migmatites méta sédimentaires et de quartzites magnétites à bandes (Williams et Williams, 1976 ; Williams ; 1988). Ils sont séparés par une zone de déformation de cisaillement ductile intense les migmatites et les gneiss granitiques hétérogènes de l'assemblage de Kenema présentent des structures à tendance nord-ouest-est dans la région touchée par l'orogénèse panafricaine.

Dans la zone d'étude (Vaama) on parlera d'orthogneiss car il provient du métamorphisme du granite. Il contient du quartz, du mica, des feldspaths plagioclases et parfois du feldspath alcalin, tous suffisamment gros pour être identifiés à l'œil nu. La foliation, toujours présente, est parfois marquée par l'alternance de petits lits clairs et de fins niveaux plus sombres (on parle alors de litage métamorphique).

## 2.2. Caractéristiques mécaniques des matériaux

Les deux matériaux utilisés dans l'étude sont le basalte et le gneiss. Il s'agit d'évaluer les performances du gneiss par rapport à celles du basalte.

Le béton bitumineux est du BBSG 0/14 avec les classes granulaires suivantes : 0/5, 5/10 et 10/14. La caractérisation va porter sur les essais suivants :

- analyse granulométrique (NF EN 933-1),
- la masse volumique absolue (NF P 18-554),
- la masse volumique apparente (NF P 98-250-1),
- la résistance à l'usure MDE (EN 1097-1),
- la résistance à la fragmentation par choc LA (NF EN 1097-2),
- le coefficient d'aplatissement (NFEN 933-3),
- l'absorption,
- la propreté NF- P18591.

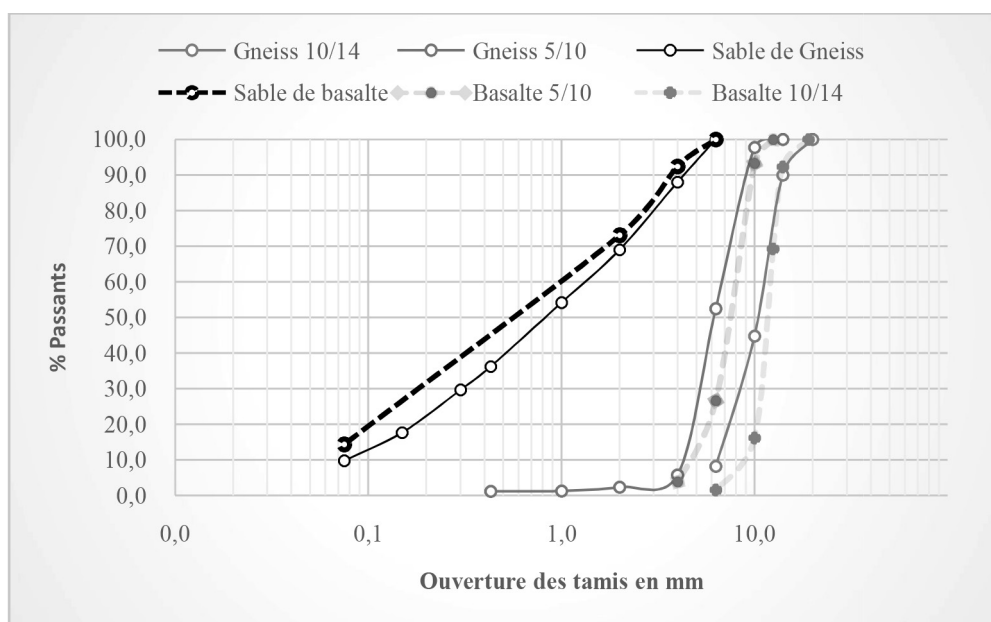


Figure 2 : Courbes granulométriques des échantillons de Basalte et de Gneiss.

A l'examen de la figure 2, on constate que l'analyse granulométrique donne les mêmes allures de courbes. La seule différence notable est que le sable de basalte présente plus d'éléments fins (ouverture 0,075 mm le pourcentage des passants est de 14 tandis que celui du gneiss est de 9,7).

Les valeurs spécifiées dans le cahier des prescriptions techniques sont données dans le tableau I.

Tableau I. Spécifications techniques des granulats.

Micro Deval	Los Angeles	Coefficient d'Aplatissement	Absorption	Propreté	Teneur en sulfures et sulfates	Equivalent de sable
<25	<35	<20	<2,5	<5	<12	>40

Les résultats des essais d'identifications obtenus sont représentés dans le tableau II :

**Tableau II. Résultats des essais des granulats de basalte et du gneiss.**

Matériaux	Coupures granulaires	Masses volumiques apparentes (g/cm³)	Masses Volumiques absolues (g/cm³)	Micro Deval	Los Angeles	Coefficient d'Aplatissement	Absorption	Propreté	Teneur en sulfures et sulfates
Basalte	0/5	1,78	2,93				0,1		1,22
	5/10	1,48	2,97	16		18	0,08	2	
	10/14	1,52	2,98	14	18	8	0,08	0,9	
Gneiss	0/5		2,62				0,19		1.18
	5/10		2,64	23		10	0,504	2,3	
	10/14		2,7	20	29	6	0,324	1	

Les masses volumiques du basalte sont supérieures à celles du gneiss. Si on compare les valeurs du MDE et du LA, il apparaît que le basalte résiste mieux au choc et à l'abrasion.

Ainsi il est plus simple de concasser le gneiss, ce qui justifie que les coefficients d'aplatissements des coupures 5/10 et 10/14 de ce dernier sont inférieurs à ceux du basalte.

Même si le gneiss absorbe plus que le basalte, les deux types de granulats présentent des pourcentages d'absorptions faibles comparés à la limite définie dans le cahier des spécifications techniques.

Les teneurs en sulfates et sulfures (1,22 et 1,18 < 12%) n'affectent en rien l'affinité chimique des cailloux avec le ciment et le bitume.

1. Sélectionner le classement global à utiliser.
2. Déterminer la proportion de chaque taille d'agrégat requise pour produire la classification de conception.
3. Déterminer la densité de la combinaison d'agrégats et du ciment bitumineux.
4. Préparer les éprouvettes avec des teneurs variables en asphalte.
5. Déterminer la densité de chaque échantillon compacté.
6. Effectuer des tests de stabilité sur les échantillons.
7. Calculer le pourcentage de vides et le pourcentage de vides remplis de bitume dans chaque échantillon.
8. Sélectionner le contenu optimal du liant parmi les données obtenues.
9. Évaluer la formulation avec les exigences du cahier de charge.

### 3. FORMULATION DES DEUX TYPES DE BÉTONS BITUMINEUX

Nous avons effectué une formulation empirique (ou de niveau 0). Le test Marshall est largement utilisé pour les tests de routine. Les critères pour la conception de mélange appropriée ont été spécifiés selon les spécifications techniques.

Dans ce procédé, la résistance à la déformation plastique d'un échantillon cylindrique compacté de mélange bitumineux est mesurée lorsque l'échantillon est chargé diamétralement à un taux de déformation de 50 mm par minute. La méthode Marshall présente deux caractéristiques principales : l'analyse densité-vides, les tests de stabilité et de fluage. La stabilité Marshall du mélange est définie comme la charge maximale supportée par l'échantillon à une température d'essai standard de 60 °C. La valeur de débit est la déformation subie par l'éprouvette pendant le chargement jusqu'à la charge maximale. Le débit est mesuré en unités de 0,25 mm. Dans cet essai, on tente d'obtenir une teneur en liant optimale pour le type de mélange d'agrégats utilisé et l'intensité de trafic attendue.

Nous pouvons le résumer en neuf étapes qui sont :

#### 3.1. Composition granulaire : courbes des mélanges

A partir des résultats présentés figure 1, il s'agit d'élaborer un mélange granulaire qui sera dans le fuseau des spécifications techniques.

Les compositions granulaires déterminées sont données dans le tableau III :

**Tableau III. Compositions granulaires du basalte et du gneiss.**

Classes granulaire	Basalte	Gneiss
Classe 0/5	50%	52%
Classe 5/10	25%	14%
Classe 10/14	25%	34%

Les mélanges théoriques et pratiques des deux différents types de granulats s'insèrent bien dans l'enveloppe granulaire.

La courbe théorique du granulat de basalte occupe une position médiane de l'enveloppe tandis que celle du gneiss semble légèrement grossière. Ceci est logique car le sable 0/5 de basalte présente plus d'éléments fins (au tamis 0,075 mm nous avons 14% de passant).

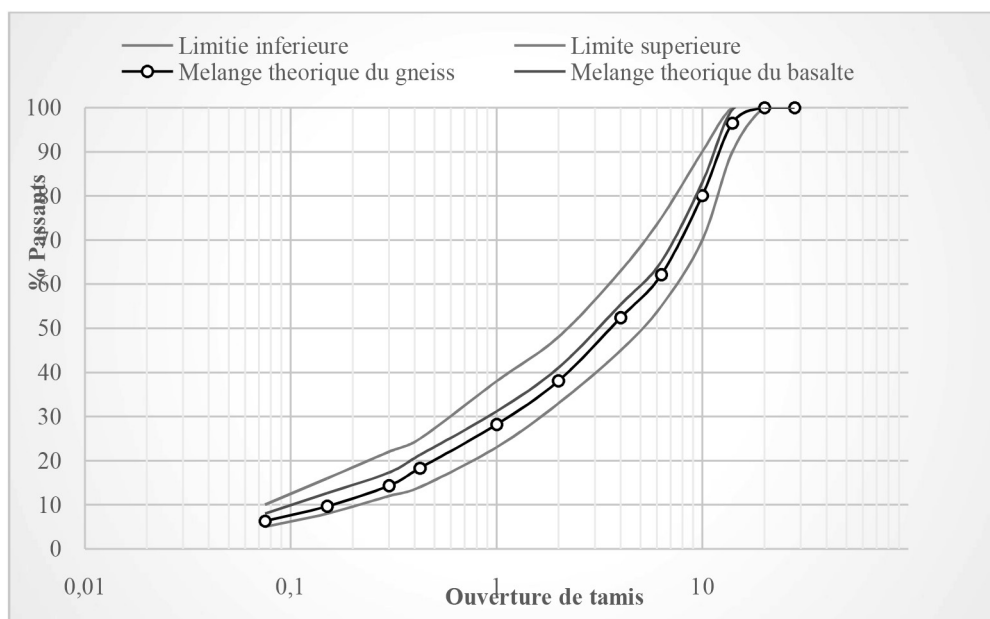


Figure 3 : Mélanges théoriques du basalte et du Gneiss.

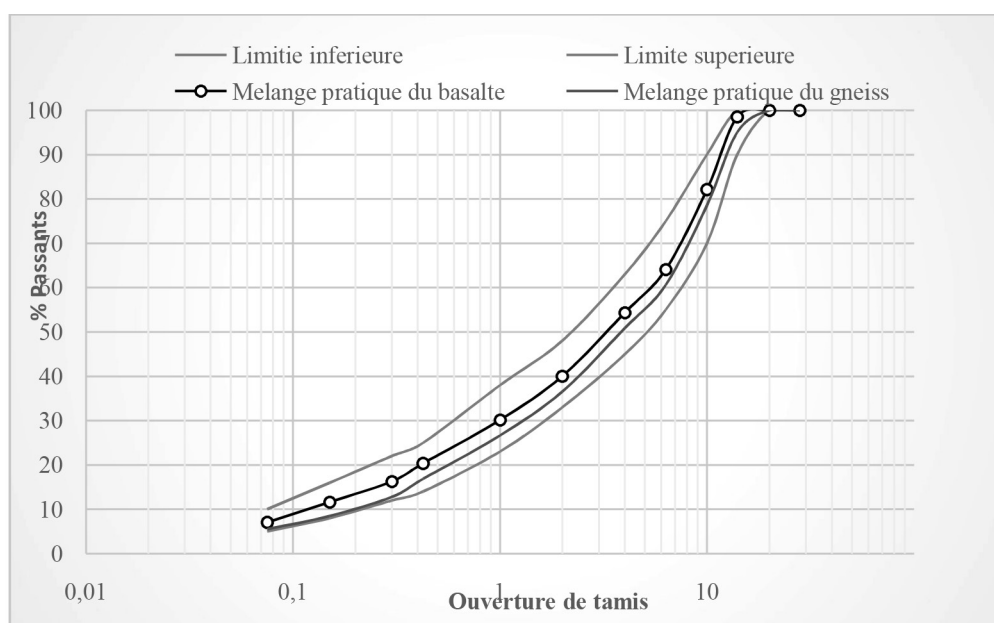


Figure 4 : Mélange pratique du gneiss.

### 3.2. Caractéristiques du bitume

Le bitume 50/70 est utilisé. Cependant, les liants hydrocarbonés ont des propriétés techniques très capricieuses qui doivent être soigneusement contrôlée afin d'assurer de bonnes performances. Les propriétés du bitume dépendent presque toujours de leur température.

Les essais effectués pour caractériser le liant sont : la pénétrabilité à l'aiguille (NF EN 1426), la détermination du point de ramollissement (NFEN 1427), l'essai de vieillissement (NF EN 12607-1), le point clair et la densité relative.

Tableau IV : Résultats obtenus sur le bitume.

Normes	Essais	Valeurs mesurées	Spécifications
NF EN 1426	Pénétration	60	50 - 70
NF EN 1427	Ramollissement	49,6 °C	46 - 54
NF EN 12607-1	Résistance au durcissement RTFOT	Variation de masse%	±0,5
		Pénétration restante (1/10 mm)	≥50

### 3.3. Détermination de la teneur optimale en liant

#### 3.3.1. Procédure expérimentale

Dans un cylindre de 102 mm de diamètre et de 64 mm de hauteur (des corrections peuvent être apportées pour différentes hauteurs d'échantillon), la quantité de bitume et 1 200 g de gâchée reconstituée à partir de 3 classes granulaires dont les pourcentages varient en fonction de l'enrobé désiré sont coulés. Pour une composition donnée du granulat, l'étude a porté sur 3 teneurs en bitume différentes. Pour chaque teneur donnée, 5 éprouvettes ont été confectionnées (3 pour la stabilité et le fluage ; 2 pour la densité apparente du mélange par pesée hydrostatique).

Le mélange est porté à 140 °C avant d'être versé dans le moule Marshall puis compacté à raison de 50 coups d'une masse glissante de 4 536 g et une chute libre de 457,2 mm.

La durée de compactage (damage et manutention) ne doit pas excéder 3 minutes, afin d'éviter tout risque de refroidissement. Après un nombre spécifié de coups, l'échantillon est retourné et la procédure répétée.

Le moule est ensuite placé pendant 15 minutes sous un jet d'eau froide, maintenu de telle façon que l'enrobé ne soit pas mouillé.

Après 5 heures à température ambiante, l'éprouvette est démontée en exerçant une légère pression sur le piston extracteur placé au contact de l'enrobé avant d'être immergée dans un bain hydrostatique réglé à 60 °C pendant 30 minutes.

Les éprouvettes sont enfin écrasées à la presse Marshall pour déterminer la stabilité et le fluage.



Figure 5 : Echantillon de gneiss compacté.

#### 3.3.2. Présentation des résultats de l'essai Marshall

Après les pesés hydrostatiques et les écrasement à la presse Marshall, les résultats sont donnés dans le tableau V :

Tableau V : Résultats de l'essai Marshall.

Bitume/ Caractéristiques		4	4,5	5	5,5	6	6,5	SPECIFICATIONS TECHNIQUES
Stabilités (kg)	Gneiss	1 490	1 525	1 550	1 540	1 400	-	>1 000 kg
	Gneiss+2% filler		1 625	1 712	1 821	1 762	-	
	Gneiss+2% filler+2% ciment	-	1 242	1 418	962	955	-	
	Basalte		1 520	1 700	2 100	2 000	1 715	
Fluage (mm)	Gneiss	2	2,4	2,7	3	3,45	-	2 - 4
	Gneiss+2% filler	-	2,06	2,5	2,6	2,7	-	
	Gneiss+2% filler+2% ciment	-	1,97	2,25	2,5	2,85	-	
	Basalte	-	2	2,4	2,7	3	3,45	
MVA (g/cm3)	Gneiss	2,36	2,375	2,379	2,381	2,332		
	Gneiss+2% filler		2,302	2,335	2,345	2,281		
	Gneiss+2% filler+2% ciment		2,29	2,344	2,345	2,3		
	Basalte		2,574	2,604	2,601	2,545	2,603	

MVR (g/cm <sup>3</sup> )	Gneiss	2,501	2,486	2,482	2,476	2,469		
	Gneiss+ 2% filler		2,48	2,461	2,45	2,391		
	Gneiss+2% filler+2% ciment		2,48	2,45	2,45	2,451		
	Basalte		2,721	2,701	2,674	2,661	2,643	
Compacité	Gneiss	94%	96%	96%	96%	94%		> 93%
	Gneiss+ 2% filler		93%	95%	96%	95%		
	Gneiss+2% filler+2% ciment		92%	96%	96%	94%		
	Basalte		95%	96%	97%	96%	98%	
Vides	Gneiss	5,21%	5,1%	4,1%	3,4%	3,0%		3 - 8
	Gneiss+ 2% filler		7,7%	7,1%	6,1%	5,2%		
	Gneiss+2% filler+2% ciment		7,7%	7,0%	6,5%	5,3%		
	Basalte		8,0%	6,0%	5,0%	3,0%	2,6%	
VAM (%)	Gneiss	15	15,5	16,2	16,8	17		>15
	Gneiss+2% filler		17,84	18,35	18,46	18,55		
	Gneiss+2% filler+2% ciment		17,83	18,28	18,8	18,82		
	Basalte		17,8	17,9	18,4	18,6	19,1	
VCB (%)	Gneiss	62	67	77	79	80		65 - 75
	Gneiss+2% filler		56,68	61,19	67,18	72,14		
	Gneiss+2% filler+2% ciment		56,74	61,47	65,68	71,93		
	Basalte		62	67	77	79	80	

L'essai Duriez a été réalisé sur les quatres types d'échantillons. Cela consiste à déterminer la stabilité d'un mélange (granulats et bitume dont la teneur optimale est définie par l'essai Marshall) qui est soumis à une pression. Il s'agit de déterminer, pour un compactage donné, la résistance à la compression d'une éprouvette de béton bitumineux de masse et de section connus. Il permet également de définir la tenue à l'eau du béton bitumineux par le rapport des résistances à la compression avec ou sans immersion de l'éprouvette. Les éprouvettes à confectionner sont au nombre de sept. Une éprouvette permet de déterminer la densité apparente par pesée hydrostatique. Les autres éprouvettes sont conservées à 18 °C :

- trois éprouvettes sont immergées dans l'eau à 18 °C pendant 7 jours ;
- trois éprouvettes sont conservées dans l'air à 18 °C pendant 7 jours.

Les résultats de l'essai Duriez sont présentés dans le tableau VI.

**Tableau VI : Résultats de l'essai Duriez sur les quatres types de formulations.**

Formulations	Matériaux	Résistance après 7 jours d'immersion a 18 degrés Celsius r(MPa)	Résistance après 7 jours a l'air a 18 degrés Celsius R(MPa)	Rapport r/R
F1	Gneiss	4,9	5,81	0,84
F2	Gneiss+ 2% filler	5,00	5,90	0,85
F3	Gneiss+2% filler+ 2% ciment	5,80	7,00	0,83
F4	Basalte	5,3	6,70	0,79

Le rapport  $r/R$  est supérieur à 0,75 pour les quatre types de formulation, nous en concluons donc qu'on a une bonne résistance à l'eau des échantillons.

### 3.3.3. Calcul du module de rigidité lors d'un essai de traction indirecte

L'étude théorique se base sur la théorie de l'élasticité pour le calcul de l'état de contrainte et déformation décrite notamment par (Frocht, 1948). L'essai de traction indirecte peut être modélisé ainsi :

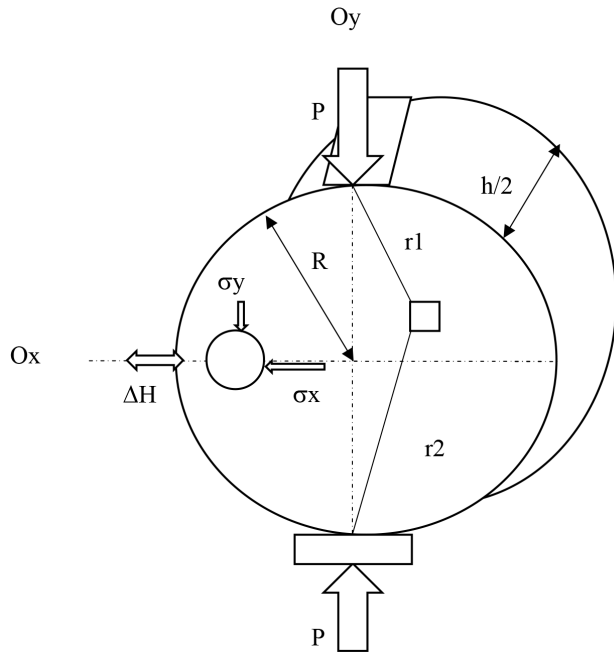


Figure 6 : Schéma de l'essai de traction indirecte (compression diamétrale).

$P$  : charge appliquée

$d$  : diamètre de l'éprouvette

$h$  : hauteur de l'éprouvette ( $Oz$ )

$R$  : rayon de l'éprouvette

$\Delta H$  : déplacement selon  $Ox$

Nous pouvons établir les relations géométriques suivantes en tout point de l'échantillon :

$$r_1^2 = x^2 + (R - y)^2$$

$$r_2^2 = x^2 + (R + y)^2$$

En effectuant l'hypothèse que les forces  $P$  sont appliquées selon le même plan diamétral, que le matériau est homogène isotrope et que la réponse est élastique-linéaire, les valeurs de contraintes sont exprimées en tout point du plan de sollicitation selon les développements de (Assef-Vaziri, Pigois *et al.*, 1984) qui reprend les travaux de Kennedy (1945) :

$$\sigma_x = \frac{-2P}{\pi h} \left( \frac{(R-y)x^2}{r_1^4} + \frac{(R+y)x^2}{r_2^4} \right) - \left( \frac{1}{d} \right) \quad \text{eq.1}$$

$$\sigma_y = \frac{-2P}{\pi h} \left( \frac{(R-y)3}{r_1^4} + \frac{(R+y)3}{r_2^4} \right) - \left( \frac{1}{d} \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{-2P}{\pi h} \left( \frac{(R-y)2x}{r_1^4} + \frac{(R+y)2x}{r_2^4} \right) \quad \text{eq.2}$$

L'essai de traction indirecte consiste à mesurer les déformations perpendiculairement à l'application de la force qui se fait selon  $Oy$ . On peut observer qu'en tout point  $s_x$  est positif et  $s_y$  est négatif (compression). Les contraintes sur l'axe  $Ox$  sont minimales (nulles) en bordure de l'échantillon ( $x=\pm d/2$ ). Les contraintes maximales sont quant à elles au centre de l'éprouvette, lorsque  $x=y=0$ . L'état de contrainte est alors le suivant :

$$\sigma_x = \frac{-2P}{\pi h d} \quad \text{eq.3}$$

$$\sigma_y = \frac{-6P}{\pi h d} \quad \text{eq.4}$$

De même, les contraintes dans le plan ( $oy$ ) peuvent être calculées selon une procédure identique. La contrainte  $s_x$  est alors une traction uniforme égale à  $2P/phd$ .

En considérant que les contraintes et déformations satisfont à la loi d'élasticité, nous pouvons calculer la déformation  $\epsilon_x$  en un point de l'axe  $Ox$  par la loi de Hooke (cas bi axial).

$$\epsilon_x = \frac{1}{E_x} (\sigma_x - (\nu \sigma_y)) \quad \text{eq.5}$$

En intégrant les équations 3 et 4 dans la formule et  $\epsilon_x$  (eq 5), le déplacement  $\Delta H$  peut s'exprimer :

$$\Delta H = \int_{-d/2}^{d/2} \epsilon_x dx = \left( \frac{P}{h E_x} \right) \left( \frac{4}{\pi} + \nu - 1 \right) \quad \text{eq.6}$$

Par simplification de l'équation 6 la valeur du module est :

$$E_x = \frac{P(\nu + 0,27)}{\Delta H \cdot h} \quad \text{eq.7}$$

Le calcul du module d'élasticité se fait en utilisant une valeur approchée du coefficient de poisson (Di Benedetto et Corte 2004).

Dans notre étude la valeur du coefficient de poisson retenu est de 0,35.

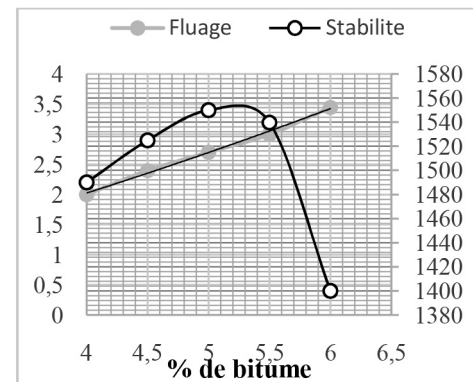


Figure 7 : Variation de la stabilité et du fluage en fonction de la teneur en bitume (granulat de Gneiss).

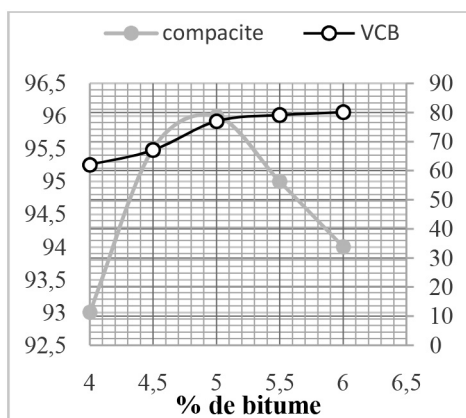


Figure 8 : Variation de la compacité et du VCB en fonction de la teneur en bitume (granulat de Gneiss).

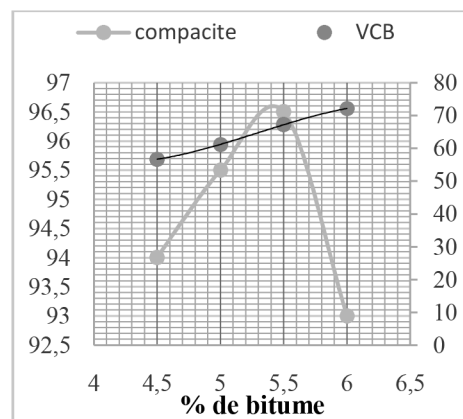


Figure 12 : Variation de la compacité et du VCB en fonction de la teneur en bitume (Gneiss+2% filler).

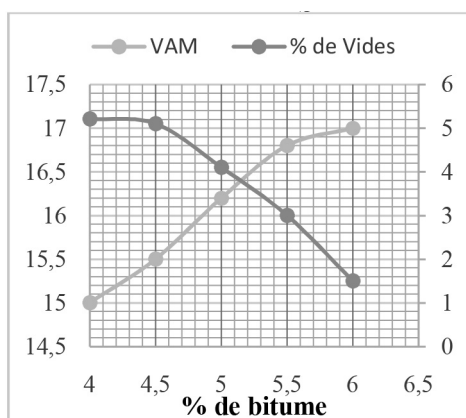


Figure 9 : Variation des VAM et des vides en fonction de la teneur en bitume (granulat de gneiss).

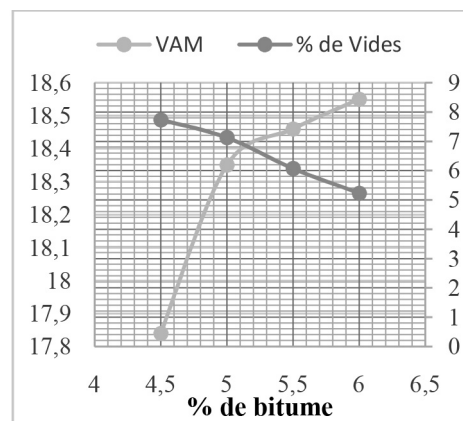


Figure 13 : Variation des VAM et des vides en fonction de la teneur en bitume (Gneiss+2% filler).

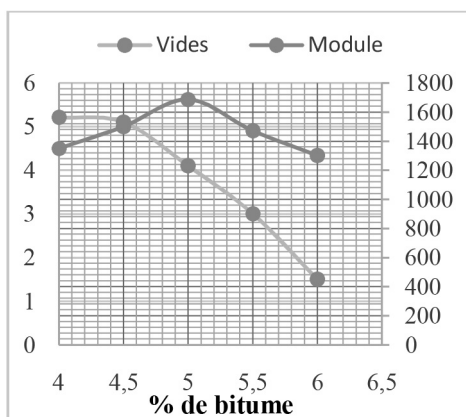


Figure 10 : Variation des vides et des modules en fonction de la teneur en bitume (granulat de Gneiss).

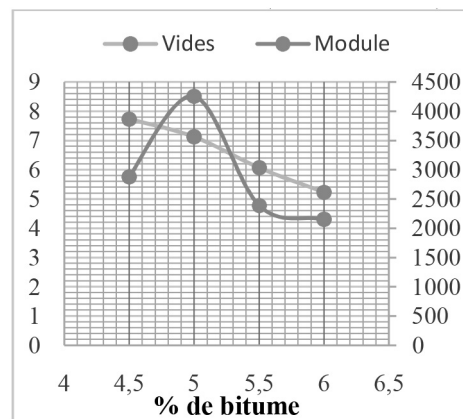


Figure 14 : Variation des vides et des modules en fonction de la teneur en bitume (Gneiss+2% filler).

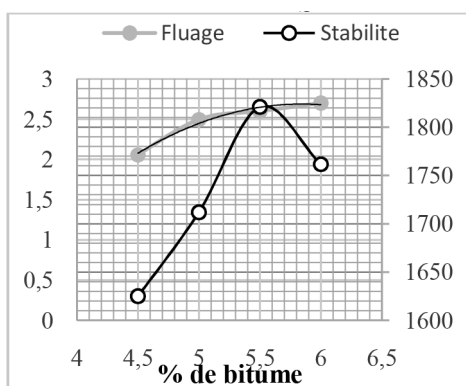


Figure 11 : Variation de la stabilité et du fluage en fonction de la teneur en bitume (Gneiss+2% filler).

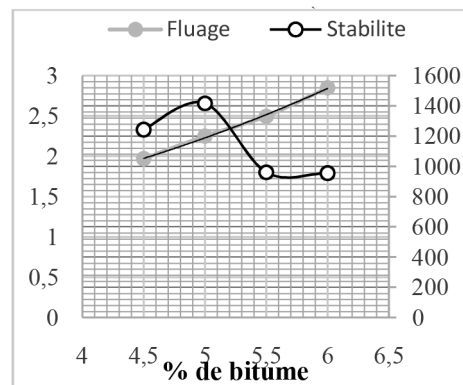


Figure 15 : Variation de la stabilité et du fluage en fonction de la teneur en bitume (Gneiss+filler+ciment).

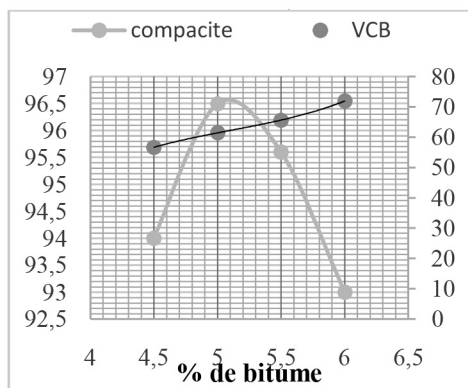


Figure 16 : Variation de la compacité et du VCB en fonction de la teneur en bitume (Gneiss+filler+ciment).

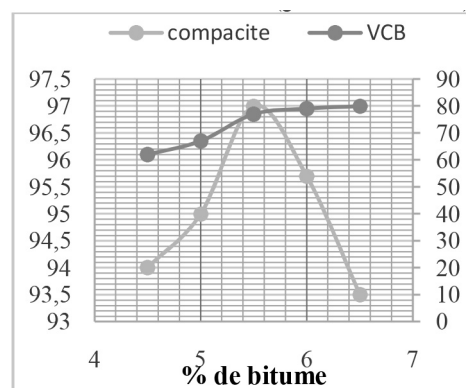


Figure 20 : Variation de la compacité et du VCB en fonction de la teneur en bitume (granulat de basalte).

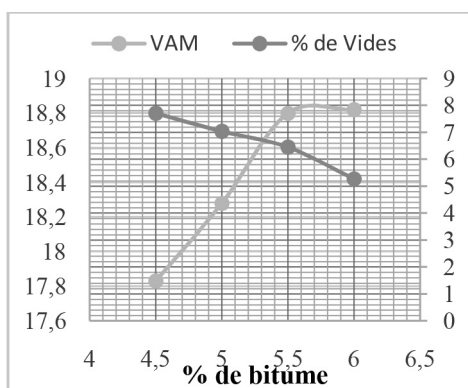


Figure 17 : Variation des VAM et des vides en fonction de la teneur en bitume (Gneiss+filler+ciment).

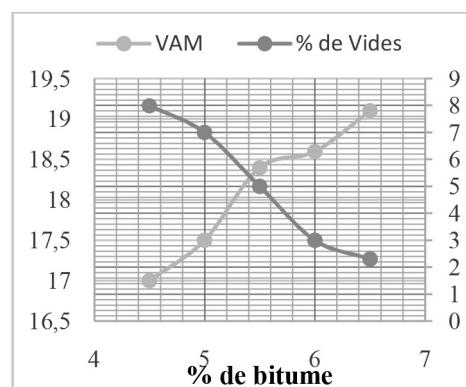


Figure 21 : Variation des VAM et des vides en fonction de la teneur en bitume (granulat de basalte).

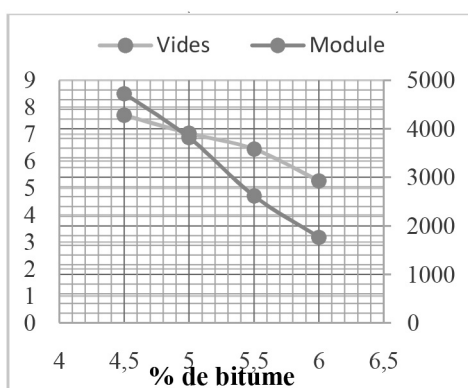


Figure 18 : Variation des vides et des modules en fonction de la teneur en bitume (granulat de Gneiss).

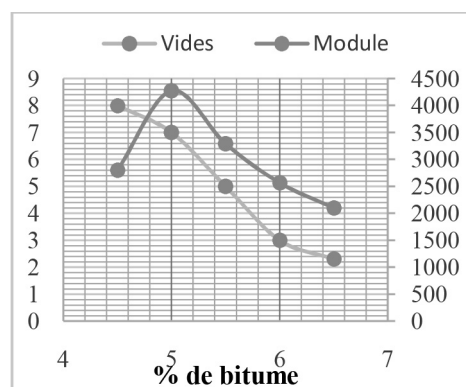


Figure 22 : Variation des vides et des modules en fonction de la teneur en bitume (granulat de basalte).

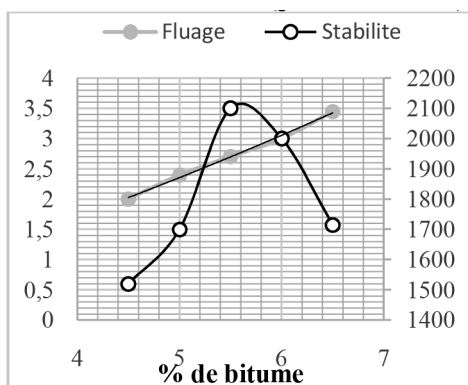


Figure 19 : Variation de la stabilité et du fluage en fonction de la teneur en bitume (granulat de basalte).

#### a) Formulation avec du granulats de gneiss (F1)

L'observation des figures 7, 8, 9 et 10 montre que :

- le fluage est supérieur à 2 mm à partir de 4,5% de teneur en bitume,
  - une compacité maximale à 5% de teneur en bitume et une valeur de VCB > 65,
  - le pourcentage des vides est supérieur à 4 ce qui le rend très proche de la valeur médiane de 5,5%,
  - le module atteint une valeur maximale à 5% de teneur en bitume.
- A partir de ces observations, la valeur 4,75%  $\pm$  0,25 est retenue comme teneur optimale en bitume.

#### b) Formulation type gneiss+ 2% de filler (F2)

L'analyse des figures 11, 12, 13 et 14 montre des valeurs optimales, des paramètres commentés ci-dessus, entre 5,0 et 5,5% de

teneur en bitume. A 5,5% de bitume le pourcentage de vide et les modules connaissent une régression linéaire presque identique. La teneur optimale en bitume retenue est de 5,25%  $\pm$  0,25.

#### c) Formulation type gneiss+2% filler+2% ciment (F3)

Les figures 15, 16, 17 et 18 montre : qu'entre 4,8 et 5,4% en teneur de bitume, nous avons les valeurs de fluage, stabilité, de compacité, de VCB et de pourcentage des vides qui répondent bien aux spécifications techniques du projet.

La valeur de teneur optimale en bitume choisie est de 5,1%  $\pm$  0,3.

#### d) Formulation avec du granulats de basalte (F4)

La formulation avec du granulats de basalte montre ces meilleures performances dans la plage 5-6% de teneur en liant.

La valeur optimale de teneur en liant choisie est de 5,5%  $\pm$  0,5. Les résultats de ces formules sont récapitulés dans le tableau VII.

Tableau VII : Valeurs des caractéristiques selon la teneur optimale en bitume par type de formule.

Formulations	Matériaux	% bitume	Stabilité (kg)	Fluage (mm)	VCB%	Vides%	Compacité%	Module MPA
F1	Gneiss	4,75	1 500	2,5	73	4,4	95,6	1 600
F2	Gneiss+2% filler	5,25	1 775	2,60	66,00	6,50	93,50	3 750
F3	Gneiss+2% filler+2% ciment	5,10	1 200	2,25	65,00	7,00	93,00	4 000
F4	Basalte	5,5	2 100	2,7	70	5	95	3 500
SPECIFICATIONS		> 4%	>1 000 kg	2 - 4	65 - 75	3 - 8	>93%	>1 300 MPa

Les formules F1 et F2 répondent aux spécifications techniques du projet.

La formule F3 est dans le même sillage mais présente des valeurs très limites : la stabilité est de 1 200 kg, le pourcentage des vides 7% très proche de la limite 8. Le module est de 4 000 MPa, la couche se rigidifie alors que la compacité est de 93%. Ce phénomène va entraîner une perte de compacité précoce sous l'effet du trafic.

Les formulations F2 et F4 présentent plus de similitudes dans leurs performances.

matériaux nécessaires à la confection d'un mètre cube de béton (eau E, ciment C, sable S, gravillon g et gravier G en kg/m<sup>3</sup>). Les paramètres principaux devant être définis sont : la maniabilité et la résistance du béton, la nature du ciment et le type de granulats.

La maniabilité est caractérisée, entre autres, par la valeur de l'affaissement au cône d'Abrams (Aff.). Elle est choisie en fonction du type d'ouvrage à réaliser, du mode de réalisation et des moyens de vibration disponibles sur chantier.

Deux types de formulations sont étudiées avec deux types de granulats : le basalte et le gneiss.

## 4. FORMULATION DE BÉTON HYDRAULIQUE

Nous avons utilisé la méthode DREUX-GORISSE. Elle a pour de déterminer en fonction des critères de maniabilité et de résistance définis par le cahier des charges, la nature et les quantités de

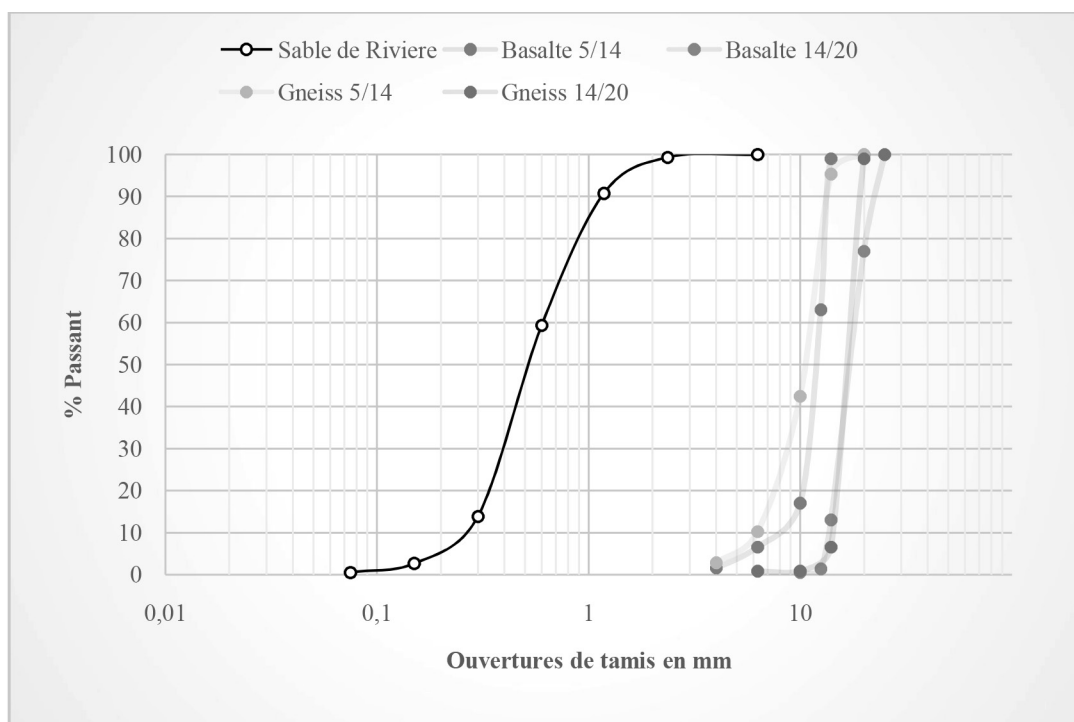


Figure 23 : Courbes granulométriques des agrégats du béton.

Les résultats des essais d'identifications sont consignés dans le tableau VIII.

Tableau VIII : Résultats des essais d'identification du sable, des granulats de de basalte et du gneiss.

Matériaux	Classes	Masse volumique absolue (g/cm <sup>3</sup> )	Masse volumique apparente (g/cm <sup>3</sup> )	Aplatissement (%)	Module de finesse	Equivalent de sable (%)
Gneiss	5/14	2,801	1,510	9,50	-	-
	14/20	2,903	1,520	4,40	-	-
Basalte	5/14	2,883	1,547	5,50	-	-
	14/20	2,949	1,588	5,00	-	-
Sable de rivière	Sable de rivière	3,028	1,670	-	3,05	81,00

#### a) Béton pour les ponceaux, les dalots, les dalots et les caniveaux

Les spécifications sont : béton Plastique 50 mm ≤ A ≤ 90 mm et Rc<sub>28</sub> = 30 MPa

La résistance nominale du béton visée sera 30x1,15 = 34,5 MPa avec un affaissement de 70 mm. Pour 1m<sup>3</sup> de béton nous avons fait une composition résumée dans le tableau IX :

Tableau IX : Composition pour 1m<sup>3</sup> de béton des deux types de graviers.

Matériaux	Ciment (kg)	Eau (litres)	Sable (kg)	gravier 5/14 (kg)	Gravier 14/20 (kg)
Gneiss	350	177	896	442	759
Basalte	350	178	744	440,00	859

L'essai de gâchage se fait dans les conditions de vibration normale en trois couches. Neuf échantillons sont démoulés après 24 h et immergés ; trois seront écrasés à sept jours (Rc<sub>7</sub>) et six à 28 jours (Rc<sub>28</sub>).

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau X.

Tableau X : Valeurs de résistance obtenues Rc<sub>7</sub> et Rc<sub>28</sub>.

Matériaux	Résistance Rc <sub>7</sub> (MPa)	Résistance Rc <sub>28</sub> (MPa)	Affaissement ( mm)
Gneiss	30	40	75
Basalte	34	45	80
SPECIFICATIONS		>34,5 MPa	50<A<90

Nous remarquons qu'à 28 jours les deux formulations ont des résultats supérieurs à 34,5 MPa.

Ainsi nous pouvons bien utiliser les granulats de gneiss en substitution du basalte pour le béton hydraulique tout en respectant les spécifications du cahier de charge.

La formulation avec les granulats de basalte présente un léger avantage en termes de performance du moment où à sept jours nous avons atteint 100% de la résistance visée.

#### b) Béton pour les ponts mixtes

Les spécifications sont : béton Plastique  $70 \text{ mm} \leq A \leq 150 \text{ mm}$  et  $R_{c_{28}} = 35 \text{ MPa}$ .

La résistance nominale du béton visée sera  $35 \times 1,15 = 40,25 \text{ MPa}$  avec un affaissement de 70 mm. De plus il est spécifié dans le cahier de charge que pour les tabliers nous devons avoir 80% de la résistance visée à 28 jours.

Après 24 h la résistance visée est  $R_{c_1} = 40,25 \times 0,8 = 32,2 \text{ MPa}$ . Pour réussir ce challenge nous avons choisi d'utiliser un adjuvant mixte pour doper le béton. L'adjuvant est composé essentiellement de naphthalène  $C_{10}H_8$ , le super fluide Thermoplaste. Pour les mêmes compositions du tableau VIII nous avons ajouté 2,3% d'adjuvant et augmenté le ciment de 350 kg à 400 kg. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau XI.

Tableau XI : Valeurs de résistance obtenues  $R_{c_1}$ ,  $R_{c_7}$ ,  $R_{c_{28}}$

Matériaux	Matériaux	Résistance $R_{c_1}$ (MPa) 24h	Résistance $R_{c_7}$ (MPa)	Résistance $R_{c_{28}}$ (MPa)	Affaissement ( mm)
Gneiss	Gneiss	34	52	57	12
Basalte	Basalte	35	57	64	14
	SPECIFICATIONS	>32		>40,25 MPa	70<A<150

En effet avec un dosage de 350 kg de ciment et 2,3% d'adjuvant la résistance à 24 h n'est pas atteinte. Pour la même quantité d'adjuvant, nous avons augmenté le ciment à 400 kg /m<sup>3</sup> et les  $R_{c_1}$  des deux types de granulats sont supérieurs à 32 MPa soient 80% de la  $R_{c_{28}}$ .

## 5. CONCLUSION

L'objectif de cette étude expérimentale est d'évaluer les caractères substitutionnels du basalte du kasila group et du gneiss de l'archéen du Man. Les essais géotechniques normalisés ont été effectués aux laboratoires de SLRA (Sierra Leone Road Authority), de la compagnie sahélienne d'Entreprise et de Unixs (The Universal Construction, Chemicals, Commodities, Consulting & Services).

Le mélange bitumineux préparé avec des granulats de gneiss présente de bonnes caractéristiques qui répondent aux exigences techniques. Mais les caractéristiques du béton bitumineux avec les granulats de basalte sont bien meilleures. L'idée d'ajouter 2% de filler gneissique dans la formulation F1 est bien justifiée par l'augmentation des caractéristiques Marshall et Duriez que montre la formulation F2. Les performances de cette formulation présentent beaucoup de similitudes avec celles de F4. En augmentant 2% de ciment à la formulation F2 nous obtenons un mélange F3 qui perd en stabilité (chute jusqu'à 1 200 kg) et en fluage. Le ciment se comporte comme un excès de filler qui agit négativement sur les performances.

L'étude montre également qu'avec un ajout de 2% filler sur le mélange F1 nous avons une teneur optimale en liant de 5,25%. La pertinence d'ajouter 2% de filler dans le mélange F1 se justifie car le mélange F2 se rapproche du mélange F4 (les caractéristiques Marshall et Duriez sont presque identiques) : ce qui nous permet d'utiliser le gneiss à la place du basalte pour continuer de produire du béton bitumineux sans plus-value de transport.

Le béton hydraulique formulé par la méthode Dreux-Gorisse avec un dosage en ciment de 350 kg 42,5 R donne une résistance à la compression simple à 28 jours de 40 MPa avec les granulats de gneiss et 45 MPa avec les granulats de basalte. Ces valeurs sont supérieures au minimum de 35 MPa exigé. Un dosage en ciment de 400 kg 42,5 R avec ajout d'adjuvant de deuxième génération Super Fluide® Thermoplaste 120 nous a permis de lever la contrainte d'avoir 80% de  $R_{c_{28}}$  à 24 heures. Les résultats de compression simple obtenus à 24 h sont respectivement de 34 et 35 MPa. Ces valeurs sont supérieures à la valeur visée de 32 MPa à 24 h.

Avec ces résultats, l'étude confirme que le gneiss peut être utilisé en substitution du basalte pour terminer les 50% des travaux restants du projet de construction de l'axe Bandajuma – Mano River.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- The Asphalt Institute, Superpave Mix Design (SP-2), 2001, 128 pp.
- Christensen, D. W., and R. F. Bonaquist, NCHRP Report 567: Volumetric Requirements for Superpave Mix Design, Final Report for NCHRP Projects 9-25 and 9-31, Washington, D C, Transportation Research Board, 2006, 46 pp.
- Grimaux J.-P., Hiernaux R. (1977). Utilisation de l'ornièreur type LPC. Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Décembre Spécial V, pp 165-172.
- Laboratoire Central des ponts et Chaussées – LCPC. (2007). Manuel LCPC Formulation du béton bitumineux, 201p.
- NF EN 1097-1. (2011). Essais pour déterminer les caractéristiques mécaniques et physiques des granulats - Partie 1 : détermination de la résistance à l'usure (micro-Deval).
- NF EN 1097-2. (2010). Essais pour déterminer les caractéristiques mécaniques et physiques de granulats - Partie 2 :

- méthodes pour la détermination de la résistance à la fragmentation.
- NF EN 1097-6. (2014). Essais pour déterminer les caractéristiques mécaniques et physiques des granulats - Partie 6 : détermination de la masse volumique réelle et du coefficient d'absorption d'eau.
- NF EN 12607-1. (2014). Bitumes et liants bitumineux - Détermination de la résistance au durcissement sous l'effet de la chaleur et de l'air - Partie 1 : Méthode RTFOT.
- NF EN 12697-6. (2012). Mélanges bitumineux - Méthodes d'essai pour mélange hydrocarboné à chaud - Partie 6 : détermination de la masse volumique apparente des éprouvettes bitumineuses.
- NF EN 1426. (2007). Bitumes et liants bitumineux - Détermination de la pénétrabilité à l'aiguille.
- NF EN 1427 (2007). Bitumes et liants bitumineux - Détermination du point de ramollissement - Méthode Bille et Anneau.
- NF EN 15326+A1. (2009). Bitumes et liants bitumineux - Mesure de la masse volumique et de la densité - Méthode du pycnomètre à bouchon capillaire.
- NF EN 933-1 (2012). Essais pour déterminer les caractéristiques géométriques des granulats - Partie 1 : détermination de la granularité - Analyse granulométrique par tamisage.
- NF P18-591. (1990). Granulats - Détermination de la propreté superficielle.
- NF P98-250-5. (1993). Essais relatifs aux chaussées - Préparation des mélanges hydrocarbonés - Partie 5 : mesure en laboratoire de la masse volumique apparente d'un corps d'épreuve au banc gamma-densimétrique.
- Union des syndicats de l'industrie routière française – USIRF. (2001). Les enrobés bitumineux Tome 1, RGRA, 229 p.
- Bonaquist, R., D. W. Christensen, and W. Stump, NCHRP Report 513: Simple Performance Tester for Superpave-Mix Design: First Article Development and Evaluation, Washington, DC, Transportation Research Board, 2003, 54 pp.
- Bonaquist, R., NCHRP Report 629: Ruggedness Testing of the Dynamic Modulus and Flow Number Tests with the Simple Performance Tester, Washington, D.C.: Transportation Research Board, 2008, 39 pp.
- Lemoine 1988, page 201-213 : Le groupe kasila archéen de la Sierra Leone occidentale : géologie et relations avec le terrane de granite et de roches vertes adjacent.

## PRESENTATION

Les **XVI<sup>ème</sup> Journées Nationales Génie Côtier – Génie Civil** ont pour objet :

- d'actualiser les connaissances dans le domaine du génie côtier et du génie civil associé ;
- de permettre des échanges d'idées entre spécialistes des domaines concernés ;
- de favoriser la confrontation d'analyses et d'expériences entre chercheurs et entrepreneurs ;
- de mettre en relation donneurs d'ordre, entreprises et chercheurs ;
- de présenter des techniques et des matériels nouveaux, ainsi que la documentation disponible auprès des stands d'exposition ;
- de diffuser l'information sur les activités pédagogiques, de recherche et de formation et sur les réseaux concernant le génie côtier et le génie civil (récentes habilitations 2019-2020).

## THEMES

- 1- **HYDRODYNAMIQUE CÔTIÈRE** : Vagues, vents, cyclones, marées, courants, (modélisations et approches statistiques).
- 2- **DYNAMIQUE SÉDIMENTAIRE** : Transport littoral, apports des bassins versants, bilans sédimentaires, ensassements, érosion, évolution morphodynamique, modélisations.
- 3- **INSTRUMENTATION, MESURES, IMAGERIE ET TÉLÉDETECTION** : Techniques de mesures et de modélisation physique ; évaluation des paramètres hydrodynamiques, sédimentaires, géotechniques et rhéologiques ; référencement hydrographique et bathymétrie ; catalogue sédimentaire.
- 4- **OUVRAGES PORTUAIRES, OFFSHORE ET DE PLAISANCE** : Conception, réalisation, maintenance et rénovation d'ouvrages ou d'aménagements ; ports à sec, fluviaux et offshore ; marinas ; corrosion chimique et bactérienne ; éco-conception, génie écologique appliqué à l'éco-conception des aménagements littoraux et maritimes.
- 5- **ÉNERGIES et RESSOURCES MARINES** : Prospectives, ouvrages et impacts environnementaux (éoliennes, hydroliennes, énergies des vagues, ressources minérales offshore).
- 6- **GESTION DURABLE DES ZONES LITTORALES ET ESTUARIENNES** : Aménagement et économie du littoral, impacts environnementaux ; indicateurs de qualité ; partage de l'espace ; granulats marins ; valorisation des sédiments ; aires marines protégées.
- 7- **RISQUES CÔTIERS** : érosion, submersion marine, inondations côtières, tsunamis, adaptation au changement climatique, gestion des risques.

Conférences invitées sur les thématiques proposées durant ces journées : Pr. Allenbach (Université de Nounéa, Nouvelle-Calédonie), Pr. Barthelemy (INP Grenoble, France), Pr G. Iglesias (University College, Cork, Ireland).

conjointement avec :

- la société **ACRI**, prix scientifique "Emergence Pierre GUÉVEL",
- le **CEREMA-EMF**, Centre d'Etudes et d'Expertise sur les Risques, l'Environnement, la Mobilité et l'Aménagement,

en partenariat avec :

- la section française de l'association **AIPCNI**,
- la **Chambre de Commerce et de l'Industrie du Havre**,
- le **Conseil Départemental de la Seine-Maritime**,
- la société **CREOCEAN**,
- le **Grand Port Maritime du Havre**,
- **Le Havre Seine Métropole**,
- **INSA Rouen-Normandie**,
- **Le Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC)**,
- la société **LA VISION France**,
- la **Région Normandie**,
- la société **ENVISAN**,
- la **Société Hydrotechnique de France (SHF)**,
- la société **TENCATE** Asie et Europe,
- et la **Ville du Havre**.



## APPEL À COMMUNICATIONS

La langue officielle est le français ; la deuxième langue acceptée est l'anglais.

Les communications, impérativement originales, seront sélectionnées au préalable par le comité scientifique restreint et le président du comité de lecture (résumés), puis par le comité de lecture sous le contrôle du comité scientifique (acceptation de l'article, corrections et choix de la présentation orale ou poster).

Les communications se dérouleront, soit sous forme d'exposé oral d'une durée de 20 minutes au maximum discussion incluse, soit sous forme d'affiche après présentation de 5 minutes.

Les communications non présentées oralement ou sous forme d'affiches ne seront pas publiées, l'inscription de l'orateur est obligatoire.

Les auteurs sont invités à indiquer leur préférence pour une présentation orale ou sous forme d'affiche.

## ENREGISTREMENT DU RÉSUMÉ

L'enregistrement du résumé devra être effectué en ligne sur le site :

<https://site.paralia.fr/jngcgc-2020.html>

Le résumé ne devra pas excéder une page A4, dans un cadre 18x25,7cm, frappe simple interligne. Il doit contenir : le thème en en-tête de page, le titre, le(s) nom(s) de l' ou (des) auteur(s), ainsi que le texte.

## SOUSSION DE LA COMMUNICATION

Les communications **de 8 pages** sont à soumettre impérativement pour le **1<sup>er</sup> mars 2020** à l'adresse électronique suivante : **redaction@paralia.fr**. Pour la rédaction de celles-ci, il est demandé de suivre les instructions aux auteurs de la revue Paralia disponible en ligne sur le site <https://site.paralia.fr/>

Les réponses sur l'évaluation des communications par les experts des comités scientifique et de lecture seront communiquées au plus tard pour le **15 avril 2020**.

Les auteurs doivent renvoyer la version définitive des manuscrits acceptés pour le **1<sup>er</sup> mai 2020**, dernier délai.

## SECRETARIAT SCIENTIFIQUE XV<sup>ème</sup> JOURNEES NATIONALES GENIE COTIER – GENIE CIVIL

Comité de Rédaction des XV<sup>ème</sup> JNGCGC, Martin SANCHEZ, Tél : 00 33 (0)2 51 12 55 51, Courriel : redaction@paralia.fr

## STANDS D'EXPOSITION

Réservation dès à présent, selon le nombre de places disponibles, auprès du comité d'organisation, M. AHFIR Nasre-Dine, Université Le Havre Normandie, par mail : nasre-dine.ahfir@univ-lehavre.fr, soit auprès du secrétariat scientifique des JNGCGC par mail : redaction@paralia.fr

## DATES IMPORTANTES À RETENIR :

- Date limite d'envoi des résumés : 1<sup>er</sup> février 2020.
- Acceptation des résumés : du 1<sup>er</sup> novembre 2019 au 1<sup>er</sup> février 2020.
- Date limite d'envoi des communications : 1<sup>er</sup> mars 2020.
- Envoi du bulletin n° 2 et début des inscriptions : 1<sup>er</sup> mars 2020.
- Acceptation des articles : 15 mars 2020.
- Envoi des articles corrigés : 15 avril 2020
- Envoi du bulletin n° 3 et programme préliminaire : 15 avril 2020.

## LIEU DU COLLOQUE

## Carré des Docks, Quai de la Réunion, LE HAVRE

380 Euros avant le 15 avril 2020, (tarif 2006 inchangé), 450 Euros à partir du 15 avril 2020.

Demi-tarif étudiant non communicant : jusqu'au Master ou équivalent.

Les **fiches d'inscription individuelle** et pour un **stand d'exposition** sont en **pages 5 et 6 à suivre**.

## COMITE SCIENTIFIQUE

**Président :** MARIN François, Université Le Havre Normandie, France, et les Membres :

ALLENBACH Michel	Université Nantua	KOVARIK Jean-Bernard	IFSTTAR Paris
BARDEY Philippe	ACRI Aix-Marseille	JARNO Amelle	Université Le Havre
BARUSSEAU Jean Paul	Université Perpignan	LEVACHER Daniel	Cam
BELOGREY Michel	Poitou	PANTET Anne	Le Havre
BENOIT Michel	ECM	REY Vincent	Toulon
BOUCIS Jean	Bug. Conseil	SANCHEZ Martin	Nantes
CONIL Pierre	Expert	SERGEANT Philippe	CEREMA Compègne
GROVEL Alain	CFL	TABI Said	Université Le Havre

## COMITE DE LECTURE

**Présidents :** RIVOALEN Elie, INSA Rouen Normandie et LEVACHER Daniel, Université de Caen Normandie, France, et les Membres :

ADIE Stéphane	ISA-ITP Anglet	FATTAL Paul	Université Nantes	MICHALETTE Hervé	Université Grenoble
SI Rafik	ECAM-EPMI	FRAUNIE Philippe	Toulon	MORDANE Samira	Casablanca
THONY Edward	AMU Aix-Marseille	GARNIER Roland	Université Caennaise	MULLERAN Catherine	Concordia U. Montréal
ULLA SANCHEZ Agu	UPC Barcelone	GAUBES Pierre	Aix-en-Provence	OUARANE Abdelhafi	Compègne
DUJIN Fabrice	IPREM Expert	GOLAY Frédéric	Toulon	OUARANE Abdelhafi	Brannschweig Lyon
FRET Gérard	Ecologie	GOUDERANCHE Lucie	Rhône-Alpes	PAQUET André	Bordeaux
LAY Yann	BRGM Montpellier	GRILLI T. Stephan	Conseil	PARROT Jean-Paul	Orléans
LOUIN Yann	Université Nantes	GROSDEMANDE Didier	Université Nantes	PEDEROS Rodrigo	Toulon
UTZER Agnès	Université Grenoble	GRUNNET Nicolas	CEITEC Lisbonne	PEDRINI Céline	Brest
XTHIER Christine	EDF Châtena	GUILLON Jean-Jacques	CFL Nantes	PERRET Gild	Le Havre
REN Hervé	Université La Rochelle	HAMM Luc	ESIX Cherbourg	PIAZZOLA Jacques	Toulon
SELLI Stéphane	IRSTEA Lincosant	HERVET Arnaud	SOGREAH Grenoble	PIET Olivier	Compègne
NETON Natalie	Université Bordeaux	HERVET Jean-Michel	ULCO Dunkerque	PIREAU-GUILLOU Lucia	Brest
NETON Philippe	Université Bordeaux	HERVET Jean-Michel	ULCO Dunkerque	PIREAU-GUILLOU Lucia	Brest
ANGER Hubert	IRPFI	HUSSEL François	Pôle Mer Toulon	PONS Frédéric	Le Havre
ENON Florent	Université La Rochelle	HUSSEL Bernard	INSA Toulouse	PONS Frédéric	Aix-en-Provence
ENON Isabelle	Dollares	IDER Deborah	BRGM Orléans	RADAKOVITCH Olivier	Aix-Marseille
ERRE Christophe	IRSTEA Lyon	JARRY Nicolas	BRGM Orléans	RADAKOVITCH Olivier	Dunkerque
MENEN Benoit	IPREM Expert	KAZI AOUAL Raïda	ENP Orléans	RAZAKAMANANTSOA A	Nantes
VOCCA Florence	Université Bordeaux	KEMVOLA Yvan	Open Ocean	ROCHER Andrieu	CEREMA Brest
KHAN Baghdad	Université Perpignan	KIMMOON Olivier	ECM Marseille	ROUSSET Jean-Marc	SNS Paris
KADALI Mohamed	CEREMA Casablanca	KOUASSI Kouamou L.	Université Aix-Marseille	ROUSSET Jean-Marc	SNS Paris
APALAN Georges	Université Grenoble	L'HER Joel	ECM Aix-Marseille	ROUSSET Jean-Marc	SNS Paris
AUCHAT Julien	Université La Rochelle	LAFAY Zoubier	ECL Lille	SABATIER François	CEREMA Saint-Brieuc
AZALY Bertrand	ATMIS Saint-Jule	LANG Virginie	IPRSEA Lyon	SAURIAU Pierre-Guy	Université La Rochelle
NEROS Jesus	Université Las Palmas	LANG Michel	IPRSEA Lyon	SCHERRER Paul	Université Le Havre
ENIE Bruno	Université Nantes	LEBUNETEL Julie	INSA Rennes	SENGHAI Nadia	Bordeaux
MARD Christophe	SAIPM SA	LEBUNETEL Julie	Ingersop Nantes	SENGHAI Nadia	Dunkerque
YVIN Jean-Claude	Université Caen	LE GUERN Cécile	BRGM Nantes	SILVA JACINTO Ricardo	Brest
YV Fabrice	INSA Toulouse	LE HIR Pierre	IFREMER Brest	SOTTOLICHO Aldo	Orléans
JOULET Cécile	LAVISION	LE LAN Célia	SAFEGE Brest	SOUZ Damien	Toulon
ANOE Yann	DIC Paris	LEME Roman	SBM Monaco	SUANEZ Serge	UBO Brest
ANOE Yann	CFL Nantes	LEME Roman	SBM Monaco	THAUVIN Benoît	CEREMA Saint-Brieuc
MAIRE Stéphanie	SHOM Brest	LEVEQUE Françoise	M2C Caen	THERRY Jérôme	EDF Morlaix-Lang
IRAN MAIGRE Inni	INSA Lyon	LIQUOR Pascal	IPRSEA Nantes	THIAU Olivier	IMFT Cherbourg
DU Jale	CEREMA Brest	LIQUOR Pascal	IPRSEA Nantes	TOUBOU Julien	IMFT Cherbourg
BOIS Vincent	Université Brest	LONG Bernard	INRS Nantes	TOUBOU Julien	IMFT Cherbourg
JUE Olivier	Université Caen	MAANAN Mohamed	ACRI Nantes	TRAMAL Céline	BRSTEA Toulon
MAS Franck	IPREM Expert	MANGIN Antoine	ACRI Nantes	TRAMAL Céline	BRSTEA Toulon
CEBERIA Miren	UPC Barcelone	MARCIER Richard	Principia Nantes	TROALEN Jean-Pierre	CEREMA Aix-en-Provence
		MEDJI Samia	DHI Nantes	VASSILEVA Eric	Expert Nancy
				VESTED Hans Jacob	DHI Le Havre
				VIDAL Cesar	Université Coppenhague
					Santander

## COMITE D'ORGANISATION

**Président :** MARIN François, Université Le Havre Normandie, France.

**Membres :** AHFIR Nasre-Dine, BENAMAR Ahmed, FRANKLIN Hervé, JARNO Amelle, LEGUEN Carole, OUAHBI Tariq, PANTET Anne, PERRET Gaëlle, PINON Grégory, TABI Said (Université Le Havre Normandie, France), IMANZADEH Saber, RIVOALEN Elie (INSA Rouen Normandie) et le Centre Français du Littoral, CFL – Paralia, Nantes, France.



**XVI<sup>ème</sup> JOURNÉES NATIONALES  
GÉNIE CÔTIER - GÉNIE CIVIL**  
9 juin au 11 juin 2020 au HAVRE

BULLETIN D'INSCRIPTION  
(A remplir en lettres majuscules)

**STAND D'EXPOSITION**

NOM DE L'ENTREPRISE, SOCIÉTÉ, ENTITÉ ADMINISTRATIVE

ENTREPRISE :  
ADRESSE :

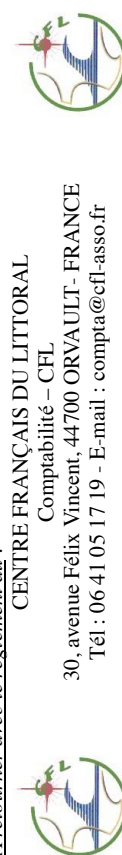
Téléphone :  
REPRÉSENTANT : NOM  
FONCTION :  
E-mail : PRÉNOM :

STAND : Louera un stand de 4m<sup>2</sup> au prix de 1000 Euros HT – stand de base, avec une participation du représentant<sup>1</sup> aux journées, si différent du premier jour, fournir le  
Nom du représentant<sup>2</sup> 2<sup>ème</sup> jour :  
Nom du représentant<sup>2</sup> 3<sup>ème</sup> jour :

STAND : Louera un stand > 4m<sup>2</sup> (contacter le comité d'organisation)

Participera aux journées (Communication ou poster) : OUI NON  
Rempli le : / / 2019-2020  
**Réservation :** selon le nombre de places disponibles, auprès de M. AHFIR Nasre-Dine, membre du comité d'organisation, chargé de la réservation et de l'organisation des stands, Université Le Havre Normandie, par mail : nasre-dine.ahfir@univ-lehavre.fr  
ou auprès du secrétariat scientifique des JNGCGC, par mail : redaction@paralia.fr  
ou du président du comité scientifique, par mail : francois.marin@univ-lehavre.fr

A retourner avec le règlement au :



RIB 20041 01011 0437051P032 65  
IBAN : FR 42 2004 1010 1104 3705 1P03 265 BIC : PSSTFRPPNTE  
N° TVA intracommunautaire

<sup>1</sup> Responsable du stand de l'entreprise aux JNGCGC2020.  
<sup>2</sup> Si cette personne est communicante (oral ou poster) lors des JNGCGC2020, elle devra s'acquitter aussi du montant de l'inscription aux journées



**XVI<sup>ème</sup> JOURNÉES NATIONALES  
GÉNIE CÔTIER - GÉNIE CIVIL**  
9 juin au 11 juin 2020 au HAVRE

BULLETIN D'INSCRIPTION  
(A remplir en lettres majuscules)

**NOM DU PARTICIPANT, FONCTION, AFFILIATION**

NOM :  
Prénom :  
Fonction :  
Adresse de facturation :  
Courriel :

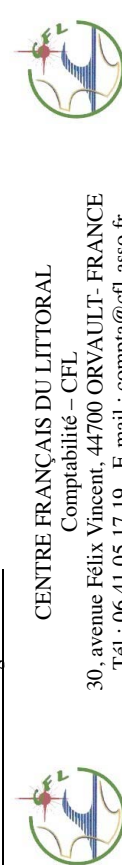
Je souhaite participer aux journées :

380 €TTC (inscription avant le 15 avril 2020) ☐ oui  
450 €TTC (inscription après le 15 avril 2020) ☐ oui  
Demi-tarif\* : 190 €TTC (inscription avant le 15 avril 2020) ☐ oui  
Demi-tarif\* : 225 €TTC (inscription après le 15 avril 2020) ☐ oui  
\*validité : étudiant non doctorant non communicant (joindre une copie de la carte de scolarité).

Je présente une communication relative au thème n° :

Date : 2019-2020  
Signature

A retourner avec le règlement au :



RIB 20041 01011 0437051P032 65  
IBAN : FR 42 2004 1010 1104 3705 1P03 265 BIC : PSSTFRPPNTE  
N° TVA intracommunautaire : FR 87 392 341