

ÉTUDE AU SÉISME D'UN RÉSERVOIR SURÉLEVÉ EN BÉTON ARMÉ

SEISMIC ANALYSIS OF A CONCRETE ELEVATED WATER TANK

Hocine HAMMOUM, Karima BOUZELHA, Naceur Eddine HANNACHI

Département de génie civil, Université Mouloud Mammeri, 15000 Tizi Ouzou, Algérie

CONTEXTE DE L'ÉTUDE

Dans notre précédent article paru aux Annales du BTP (N° 2-3, avril-juin 2010), nous nous sommes intéressés à l'analyse des réservoirs posés au sol de forme circulaire, en se basant sur le modèle d'Housner lequel propose une modélisation de l'effet hydrodynamique, et en prenant en compte l'action sismique représentée par un spectre de réponse proposé par le Règlement Parasismique Algérien (RPA). Nous avions mis en évidence que la négligence du phénomène hydrodynamique sous-estimait considérablement les contraintes de traction au niveau de la paroi des réservoirs posés au sol. En effet, contrairement à ce qui est énoncé dans le RPA, la prise en compte de l'effet hydrodynamique dans les calculs des réservoirs est nécessaire, quelque soit leur capacité de stockage.

La présente étude, que nous soumettons ici, consacrée aux réservoirs circulaires surélevés en béton armé, s'inscrit dans la continuité des travaux entrepris précédemment. Elle présente une méthodologie pratique de mise aux normes parasismiques des réservoirs surélevés de forme circulaire, au stade de leur conception en bureau d'études. L'approche proposée s'articule principalement sur la prise en compte de deux points essentiels, soit d'une part l'effet hydrodynamique (trop souvent négligé par les ingénieurs praticiens), et d'autre part l'action sismique traduite par un spectre de réponse fourni par le règlement parasismique Algérien.

Le travail que nous présentons dans cette contribution, à l'instar de nos précédents articles publiés dans les *Annales du BTP*, s'inscrit clairement dans un environnement pratique de la profession de l'ingénieur civil, par le fait qu'elle a un caractère applicatif. Le lecteur trouvera même un calcul pratique qui illustre bien la méthode de calcul exposée.

1. INTRODUCTION

Les réservoirs surélevés sont considérés comme des structures lourdes dont la plus grande portion du poids est concentrée dans la partie supérieure à une hauteur donnée. Plusieurs travaux de recherche portant sur leur comportement dynamique ont fait l'objet de plusieurs publications, dans le but d'améliorer leur conception et leur résistance vis-à-vis de fortes excitations sismiques.

Les premiers travaux publiés dans ce domaine ont été menés par Hoskin et Jacobsen (1934) [14] qui, en se basant sur le travail de Westergaard (1933) [29] mené sur les barrages poids rectangulaires rigides, conduisirent des études théoriques et expérimentales pour évaluer les pressions hydrodynamiques développées dans les réservoirs rectangulaires soumis à une excitation sismique. Ruge (1938) [26], fut l'un des pionniers dans les recherches menées sur les réservoirs surélevés, en étudiant expérimentalement les effets d'un séisme sur cette catégorie

précise de réservoirs, ce qui a permis de mettre en évidence le couplage entre le fluide et le système réservoir-support élevé. Par la suite, Jacobsen (1949) [18] et Jacobsen et Ayre (1951) [19] étudièrent, de manière expérimentale et analytique, la réponse dynamique de réservoirs cylindriques rigides. Werner et Sundquist (1949) [28] étendirent les conclusions des travaux de Jacobsen aux réservoirs de forme rectangulaires, semi-circulaires, triangulaires et sphériques. Graham et Rodriguez (1952) [7] fournirent une analyse détaillée des pressions hydrodynamiques convectives, liées au ballotement du fluide, et impulsives dans les réservoirs rectangulaires. Vers la fin des années 1950 et le début des années 1960, les travaux de Housner (1957, 1963) [15,16] permettront de formuler la méthode analytique simplifiée, selon laquelle les réservoirs sont remplacés par un système équivalent à deux degrés de liberté, en concentrant la masse de l'ouvrage en deux points (impulsive et convective). Cette méthode, encore employée de nos jours par les ingénieurs de la pratique, a largement répondu à la problématique de la réponse sismique des réservoirs de stockage de liquides. Plus tard dans les années 1970, Epstein (1976) [5] en se basant sur le modèle d'Housner, a développé des formules et des courbes de dimensionnement dans le but d'estimer les moments de flexion et de renversement dans les réservoirs rectangulaires et cylindriques soumis à une excitation sismique. Hunt et Priestley (1978) [17] proposeront une nouvelle méthodologie de calcul des réservoirs (cylindrique et rectangulaire), en tenant compte à la fois des phénomènes d'impulsion et d'oscillation.

À partir des années 1980, Haroun (1980, 1983, 1984, 1985, 1988) [9-13] publia une série de travaux en collaboration avec Housner portant sur le comportement dynamique des réservoirs cylindriques et rectangulaires, et notamment sur l'effet du liquide sur la paroi de la structure, en tenant compte de la déformabilité de cette dernière. Le modèle développé prend en compte certaines insuffisances des précédents modèles trop compliqués pour être employés en ingénierie, en phase de conception ou trop simple pour donner des résultats précis. Davidovici et Haddadi (1981) [2] présentent et comparent quelques méthodes mises au point par les auteurs sus mentionnés, telles que la méthode de Jacobsen et Ayre avec celle de Hunt et Priestley appliquées aux réservoirs cylindriques, puis la méthode de Graham et Rodriguez avec celle de Hunt et Priestley établies aux réservoirs rectangulaires.

Park et al. (1990) [24] fournirent une méthode numérique robuste basée sur la méthode des éléments de frontière et fini, la première est utilisée pour calculer les pressions hydrodynamiques tenant compte du ballotement, tandis que la deuxième est utilisée pour évaluer la réponse de la structure.

Liavaoglu et al. (2006, 2007, 2008) [21-23] et Sezen et al. (2008) [27] ont mené plusieurs travaux qui ont porté sur la l'interaction liquide-structure-sol, en considérant l'effet de l'encastrement et le type de sol sur le comportement sismique de réservoir. Ces travaux sont effectués sur différents types et taille d'ouvrages (support et cuve), et ont conclu que les déplacements de la partie supérieure du réservoir sont affectés sensiblement par l'encastrement dans le cas des sols meubles, mais qu'ils sont plus faibles dans le cas des sols fermes.

Les travaux de Hammoum et al. (2010) [8] se sont intéressés à l'analyse de réservoirs posés au sol de forme circulaire, en se basant sur le modèle d'Housner, et proposent une modélisation de l'effet hydrodynamique, en prenant en compte l'action

sismique représentée par un spectre de réponse proposé par le Règlement Parasismique Algérien (RPA). Ils mettent en évidence que la négligence du phénomène hydrodynamique sous-estimerait considérablement les contraintes de traction au niveau de la paroi des réservoirs posés au sol. En effet, contrairement à ce qui est énoncé dans le RPA, la prise en compte de l'effet hydrodynamique dans les calculs des réservoirs est nécessaire, quelque soit leur capacité de stockage. La présente étude, consacrée aux réservoirs circulaires surélevés en béton armé, s'inscrit dans la continuité des travaux entrepris précédemment. La méthodologie de calcul exposée en section 2 a un caractère applicatif lié à un environnement pratique de la profession de l'ingénieur civil. Un exemple de calcul pratique présenté en section 3 permet d'illustrer la méthode de calcul exposée.

2. MÉTHODE DE CALCUL

Il est vain de prétendre prémunir un ouvrage contre les effets des séismes par le seul emploi des calculs dits parasismiques. L'expérience a montré que les ouvrages dont la conception a été saine et les règles correctement appliquées ont une probabilité assez élevée de supporter convenablement les secousses destructrices d'intensité modérées. Le choix de la méthode de calcul et la modélisation de la structure doivent avoir pour objectif de reproduire au mieux le comportement réel de la structure. D'après le RPA, le calcul des forces sismiques peut être mené suivant trois méthodes : la méthode statique équivalente, la méthode d'analyse par accélérogrammes, et la méthode dynamique d'analyse modale spectrale que nous développerons plus loin dans cette section.

Conformément au RPA [3], lors du dimensionnement parasismique d'un château d'eau d'une capacité plus ou moins importante, il est nécessaire d'étudier l'effet hydrodynamique de l'eau sur la structure lorsque la capacité est supérieure ou égale à 1500 m^3 en zone de moyenne (zone II) et forte (zone III) sismicité. L'évaluation des forces hydrodynamiques étant une étape cruciale dans la démarche, nous nous appuyons sur la méthode analytique de Housner afin d'estimer la réponse d'un liquide dans des réservoirs rigides, excités par une action sismique.

2.1. Effet hydrodynamique

Dans le cas d'un château d'eau, nous ne pouvons pas considérer la cuve comme étant rigidement liée au sol et subissant par conséquent la même valeur de l'accélération maximale que le sol, comme cela est le cas pour un réservoir posé au sol [8]. En effet, lorsque la cuve est au sommet d'un support pouvant être une tour ou pilotis, nous devons considérer sa flexibilité. Le calcul approché par la méthode de Housner consiste à décomposer l'action du liquide en deux actions, une action passive provoquant des actions d'impulsion et la seconde action active provoquant des actions d'oscillation [2]. Ainsi la modélisation de l'ensemble du château d'eau est représentée par son équivalent mécanique et son modèle mathématique présentés en Figure 1.

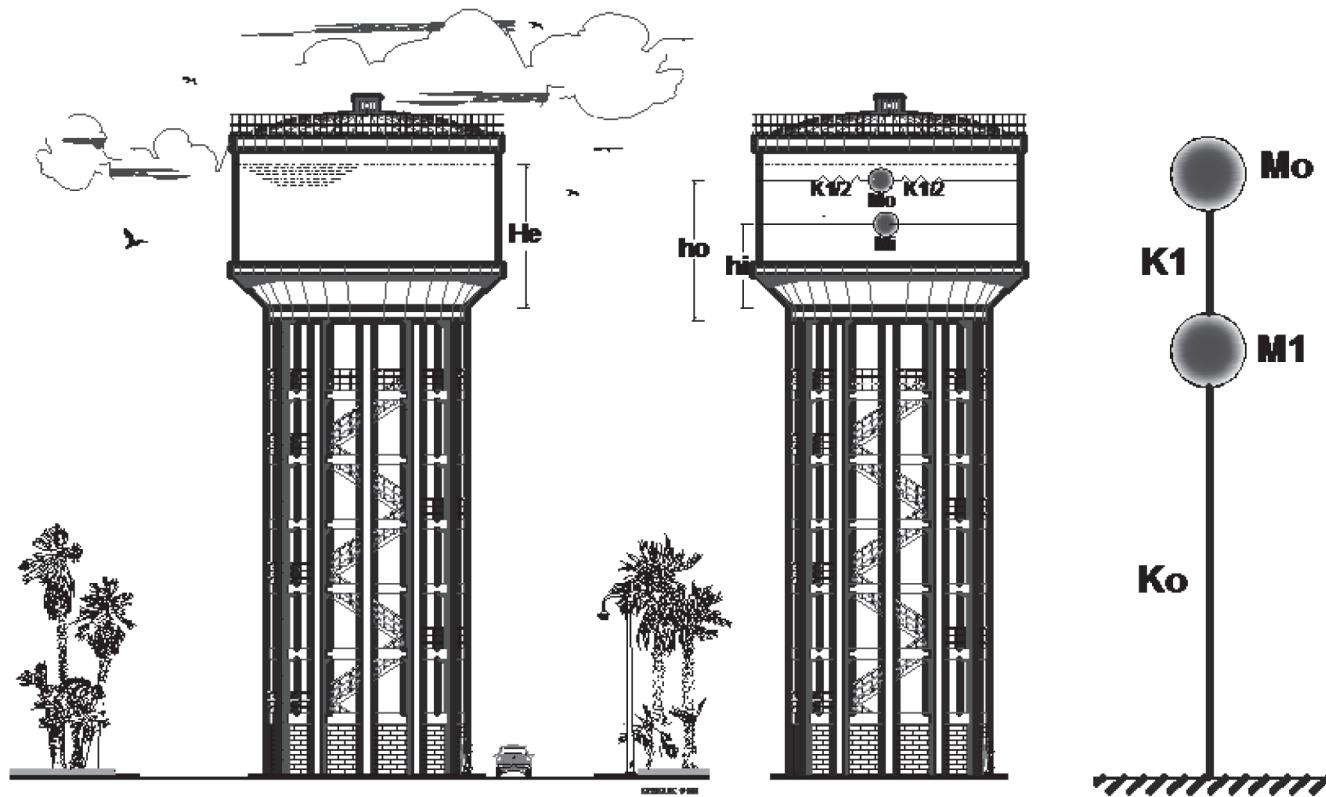


Figure 1 : Château d'eau, son système mécanique équivalent et le modèle mathématique

Les efforts d'impulsion proviennent de ce qu'une partie de la masse du liquide, dite masse passive M_i , réagit par inertie à la translation des parois du réservoir. Son système mécanique équivalent est obtenu en considérant la masse M_i , liée rigidement au réservoir à une hauteur h_i telle qu'elle exerce sur les parois, les mêmes efforts horizontaux que la masse d'eau équivalente.

Quant aux efforts d'oscillations, ils proviennent de ce que l'autre partie de la masse du liquide, dite masse active M_0 , se met en mouvement d'oscillation sous l'action du séisme. Son équivalent mécanique s'obtient en considérant la masse M_0 retenue par des ressorts de raideurs K_0 à un niveau h_0 , dont les oscillations horizontales exercent les mêmes efforts vibratoires que la masse active du liquide.

En résumé, la masse totale de l'eau M_e peut être décomposée en une masse passive M_i et une masse active M_0 reliées rigidement d'une part et par l'intermédiaire d'un ressort de constante de rapport K_1 d'autre part.

Dans le modèle mathématique adopté pour le château d'eau (Figure 1) la masse M_0 est reliée à la structure par une tige de même raideur K_1 formant un couplage direct avec M_1 , tandis que M_1 est reliée au sol par une tige représentant le support de la structure et de constante de rappel K_0 . Le système est donc à deux degrés de liberté.

2.2. Évaluation des masses M_0 et M_1 , ainsi que leur point d'application

La masse M_1 est composée de la masse inerte (passive) du liquide M_i , de la masse de la cuve vide M_c et enfin d'une partie

de la masse totale du support M_t . Elle est donnée par la formule suivante :

$$M_1 = M_i + M_c + \beta \cdot M_t \quad (1)$$

Le coefficient β est pris égal à $\beta = \frac{33}{140}$ selon Rayleigh à en juger par la relation de la période proposée dans le PS69 révisé 92 [4], comme nous le verrons plus loin dans l'équation (12). Il est bon de signaler que ce coefficient est pris égal à $\beta = \frac{2}{3}$ selon les recommandations de l'American Concrete Institute (ACI) [21] et que (Priestley et al., 1986) [25] recommandent de prendre $\beta = 1$.

La masse inerte (passive) M_i est donnée par la formule suivante :

$$M_i = M_e \cdot \frac{\operatorname{th}\left(\frac{R}{H_e} \sqrt{3}\right)}{\frac{R}{H_e} \sqrt{3}} \quad (2)$$

avec :

M_e : masse de l'eau dans la cuve,

R : rayon intérieur de la cuve,

H_e : hauteur d'eau dans la cuve.

La masse oscillante (active) M_0 est donnée par la formule suivante :

$$M_0 = M_e \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{H_e} \operatorname{th}\left(1,84 \cdot \frac{H_e}{R}\right) \quad (3)$$

Le niveau d'application h_i des pressions d'impulsion induites par la masse M_i par rapport au fond de la cuve est donné par la relation suivante :

$$h_i = \frac{3}{8} \cdot H_e \quad (4)$$

Le niveau d'application h_0 des pressions d'oscillation induites par la masse M_0 par rapport au fond de la cuve est donné par la relation suivante :

$$h_0 = H_e \cdot \left(1 - \frac{1}{\alpha \cdot \text{th}(\alpha)} + \frac{1}{\alpha \cdot \text{sh}(\alpha)} \right) \quad (5)$$

avec :

$$\alpha = \frac{H_e}{R} \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} \quad (6)$$

2.3. Évaluation des raideurs K_0 et K_1

La raideur K_1 de la masse oscillante M_0 est donnée par :

$$K_1 = M_0 \cdot \omega^2 \quad (7)$$

La pulsation fondamentale de vibration ω_0 du liquide dans la cuve est donnée par :

$$\omega_0^2 = \frac{g}{R} \sqrt{\frac{27}{8}} \cdot \text{th} \left(\sqrt{\frac{27}{8}} \cdot \frac{H_e}{R} \right) \quad (8)$$

La raideur K_0 est donnée par la relation suivante :

$$K_0 = M_{\text{tot}} \cdot \omega^2 \quad (9)$$

M_{tot} désigne la masse concentrée au dessus du support représentant la masse de la cuve vide augmentée de la masse de l'eau qu'elle contient.

$$M_{\text{tot}} = M_e + M_c \quad (10)$$

La pulsation fondamentale de vibration ω de la structure peut être estimée à partir de la valeur de la période fondamentale de la structure, donnée soit par des relations empiriques, soit par des méthodes analytiques ou encore par des méthodes numériques. Notons que les relations empiriques proposées par le règlement parasismique Algérien ne sont applicables qu'aux bâtiments. Dans le cas d'un réservoir surélevé, considéré d'une manière réaliste comme un pendule inverse (ie. 50% ou plus de sa masse est concentrée dans le tiers supérieur de la structure), la période fondamentale du premier mode de vibration de la structure est déterminée par la méthode de Rayleigh [4]. Cette dernière assimile le réservoir surélevé à une console verticale dont la masse concentrée est posée sur un support de masse non négligeable, de section transversale et d'inertie constante. Le réservoir est ainsi modélisé mécaniquement comme une seule masse posée sur un support (Voir Figure 2). La période est alors donnée par :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{P \cdot I^3}{3 \cdot g \cdot EI}} \quad (11)$$

avec :

I: moment d'inertie de la section transversale du support,
E: module d'élasticité du béton composant le support,

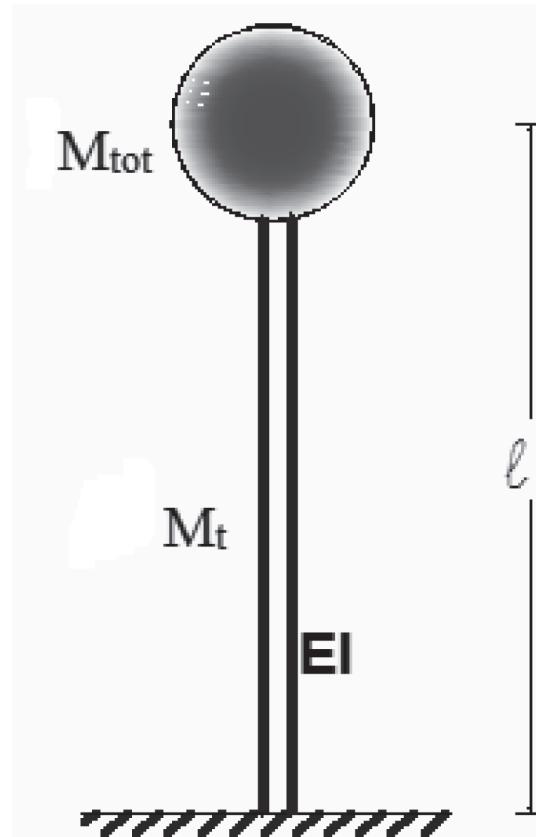


Figure 2 : Réservoir modélisé mécaniquement en une seule masse concentrée sur un support

l: hauteur du centre de gravité de la masse concentrée par rapport à l'encastrement du support.

Le poids P' est défini par :

$$P' = \left(M_{\text{tot}} + \frac{33}{140} \cdot M_t \right) \cdot g \quad (12)$$

La relation donnant la période suppose implicitement, qu'il s'agit d'oscillations planes non couplées avec d'autres modes d'oscillations. C'est-à-dire qu'il s'agit d'oscillations dans lesquelles les diverses masses composant la structure se déplacent parallèlement à un même plan, sans exciter de ce fait les oscillations perpendiculaires à ce plan. Cette condition est satisfaite par les structures présentant un plan de symétrie vertical, comme c'est le cas des réservoirs circulaires. En plus des caractéristiques géométriques de l'ouvrage (dimensions du réservoir), cette dernière relation (11) fait appel à la rigidité flexionnelle (EI) et à la répartition uniforme du poids du support de la cuve. Ce sont là deux paramètres absents dans les relations empiriques proposées dans le RPA.

A partir de la relation (11), nous déduisons :

$$\omega^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} = \frac{3 \cdot g \cdot EI}{P' \cdot l^3} \quad (13)$$

Tenant compte des relations (9) et (12), Il vient que :

$$K_0 = \left(\frac{M_{\text{tot}}}{M_{\text{tot}} + \frac{33}{140} \cdot M_t} \right) \cdot \frac{3 \cdot EI}{l^3} \quad (14)$$

2.4. Évaluation des pulsations propres

Le système est à deux degrés de liberté et l'équation générale d'équilibre peut être formulée comme suit :

$$\{f_i(t)\} + \{f_a(t)\} + \{f_e(t)\} = \{f(t)\} \quad (15)$$

Nous désignons par $\{f(t)\}$ le vecteur des forces extérieures.

Le vecteur des forces d'inertie $\{f_i(t)\}$ s'écrit :

$$\{f_i(t)\} = [M].\{\ddot{X}(t)\} \quad (16)$$

Le vecteur des forces d'amortissement $\{f_a(t)\}$ s'écrit :

$$\{f_a(t)\} = [C].\{\dot{X}(t)\} \quad (17)$$

Le vecteur des forces élastiques $\{f_e(t)\}$ s'écrit :

$$\{f_e(t)\} = [K].\{X(t)\} \quad (18)$$

Le système est non amorti, l'amortissement est supposé nul, par conséquent $\{f_a(t)\} = \{0\}$.

Le système est à oscillation libre (ie. sans chargement extérieur), par conséquent $\{f(t)\} = \{0\}$.

Dans notre cas, nous nous limiterons uniquement à la détermination des modes propres de vibration, et nous n'aurons à considérer que les matrices $[M]$ et $[K]$.

L'équation du mouvement s'écrit alors sous forme matricielle:

$$[M].\{\ddot{X}(t)\} + [K].\{X(t)\} = \{0\} \quad (19)$$

Nous supposerons aussi que le mouvement est de type harmonique, c'est-à-dire décrit sous la forme :

$$\{X(t)\} = \{a\} \cdot \sin(\omega t + \phi) \quad (20)$$

Il vient alors que :

$$\{\ddot{X}(t)\} = \frac{d^2}{dx^2} \{X(t)\} = -\{a\} \cdot \omega^2 \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 \cdot \{X(t)\} \quad (21)$$

L'équation se réécrit comme suit :

$$-[M] \cdot \omega^2 \cdot \{X(t)\} + [K] \cdot \{X(t)\} = \{0\} \quad (22)$$

Ou encore comme suit :

$$[K] - \omega^2 \cdot [M] \cdot \{X(t)\} = \{0\} \quad (23)$$

La solution évidente de l'équation (23) est la solution triviale $\{X(t)\} = \{0\}$. Cette solution correspond à la position initiale non déformée du réservoir. Etant donné que le réservoir oscille, donc se déforme à un instants t donné, il devra avoir un vecteur déplacement $\{X(t)\} \neq \{0\}$.

Alors, pour que ce système d'équations admette une solution non nulle, il faudrait que son déterminant soit nul. C'est-à-dire :

$$[K] - \omega^2 \cdot [M] = 0 \quad (24)$$

[K] et [M] sont des matrices carrées de dimensions (2×2) , s'écrivant comme suit :

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 \\ -K_1 & K_1 + K_0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Et

$$[M] = \begin{bmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & M_1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

L'équation (24) peut se mettre sous la forme :

$$\begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix} - \omega^2 \cdot \begin{bmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & M_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (27)$$

Ou encore :

$$\begin{bmatrix} K_{00} - \omega^2 \cdot M_0 & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} - \omega^2 \cdot M_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (28)$$

Le déterminant sera :

$$(K_{00} - \omega^2 \cdot M_0) \cdot (K_{11} - \omega^2 \cdot M_1) - K_{01} \cdot K_{10} = 0 \quad (29)$$

La résolution de cette dernière équation, nous donne les pulsations de vibration des deux modes principaux, qui sont :

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{K_{00}}{M_0} + \frac{K_{11}}{M_1} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{K_{00}}{M_0} + \frac{K_{11}}{M_1} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{K_{01} \cdot K_{10}}{M_0 \cdot M_1} \right)} \right] \quad (30)$$

Le système présente autant de degrés de liberté que de modes propres. Connaissant les pulsations ω_1 et ω_2 des deux modes propres de vibrations, nous pouvons déduire les périodes correspondantes, comme suit :

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \text{ et } T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \quad (31)$$

2.5. Les modes propres

La détermination des modes propres de vibration (vecteurs propres), consiste à l'évaluation du vecteur $\{a\}_1 = \begin{bmatrix} a_{01} \\ a_{11} \end{bmatrix}$ du

premier mode de vibration correspondant à la pulsation ω_1 ; et du vecteur $\{a\}_2 = \begin{bmatrix} a_{02} \\ a_{12} \end{bmatrix}$ du second mode de vibration corres-

pondant à la pulsation ω_2 .

Ceci revient à résoudre, pour le mode « i », l'équation suivante:

$$[K] - \omega_i^2 \cdot [M] \cdot \{a\}_i = \{0\} \quad (32)$$

Ou encore sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} K_{00} - \omega_i^2 \cdot M_0 & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} - \omega_i^2 \cdot M_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Qui s'écrit aussi sous la forme :

$$\begin{cases} (K_{00} - \omega_i^2 M_0) a_{0i} + K_{01} a_{1i} = 0 \\ K_{10} a_{0i} + (K_{11} - \omega_i^2 M_1) a_{1i} = 0 \end{cases} \quad (34)$$

Si nous résolvons le système comme étant un système classique de Cramer, nous obtenons la solution suivante : $a_{0i} = a_{1i} = 0$. Or, comme tout mode propre correspond à une position déformée, la solution doit être différente de zéro. Pour cela, nous donnons une valeur arbitraire à a_{0i} (généralement unitaire, $a_{0i} = 1$), et à partir de l'équation (34) nous déduisons a_{1i} :

$$a_{1i} = -\frac{K_{00} - \omega_i^2 M_0}{K_{01}} \cdot a_{0i} \quad (35)$$

2.6. Évaluation de la force sismique par la méthode dynamique d'analyse modale spectrale

Le règlement parasismique Algérien permet sous certaines conditions le calcul de la structure par la méthode pseudo dynamique qui consiste à considérer la structure comme étant soumise à un effort tranchant qui est fonction de plusieurs paramètres. Dans cette méthode les masses sont supposées concentrées au niveau des nœuds principaux et seuls les déplacements horizontaux des nœuds sont pris en compte. La force sismique latérale pour un niveau « k » et pour un mode « i » est donnée par la formule suivante :

$$F_{ki} = \frac{S_{ai}}{g} \cdot \gamma_i \cdot M_k \cdot a_{ki} \quad (36)$$

Avec :

i : indice désignant le numéro du mode propre.

k : indice désignant le numéro de la masse.

S_{ai} : Accélération du sol au mode « i ».

M_k : Masse du niveau « k ».

a_{ki} : L'amplitude de la masse « k » au mode « i ».

γ_i : Coefficient de distribution modal (mode i) qui est donné par la formule suivante [3] :

$$\gamma_i = \frac{\sum_{k=1}^2 M_k \cdot a_{ki}}{\sum_{k=1}^2 M_k \cdot a_{ki}^2} \quad (37)$$

La résultante de la force sismique de calcul appliquée à chaque masse M_k est obtenue par la combinaison quadratique des valeurs des forces modales comme suit [3] :

$$F_k = \sqrt{\sum_{i=1}^2 F_{ki}^2} \quad (38)$$

2.7. Calcul de l'accélération S_a

L'accélération S_a imposée au réservoir, compte tenu de son interaction avec le sol, est une donnée du code de calcul en fonction de la zone sismique et d'autres paramètres. Elle représente une fraction de l'accélération de la pesanteur. Le règlement parasismique Algérien propose, pour sa détermination, les relations suivantes :

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1.25 A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(2.5 \eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2.5 \eta (1.25 A) \left(\frac{Q}{R} \right) & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2.5 \eta (1.25 A) \left(\frac{Q}{R} \right) \left(\frac{T_2}{T} \right)^{2/3} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5 \eta (1.25 A) \left(\frac{T_2}{3} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{T} \right)^{5/3} \left(\frac{Q}{R} \right) & T > 3.0s \end{cases} \quad (39)$$

Où A désigne le coefficient d'accélération de zone, fonction de la zone sismique et du groupe d'usage de l'ouvrage. Le RPA classe les châteaux d'eau et réservoirs de grande et moyenne importance comme étant des ouvrages de groupe 1B, c'est à dire des ouvrages publics d'intérêt national ou ayant une importance socio-culturelle et économique certaine [3].

η est un facteur de correction d'amortissement, lequel est fonction du pourcentage d'amortissement critique dont la valeur dépend du matériau constitutif, du type de la structure et de l'importance des remplissages.

R représente le coefficient de comportement global de la structure. Sa valeur unique est donnée en fonction du système de contreventement. Le système de contreventement retenu pour un château d'eau est le système à pendule inverse. Le RPA propose pour valeur du coefficient de comportement global de la structure, R= 2.

Q est le facteur de qualité de la structure.

T_1, T_2 sont des périodes caractéristiques associées à la catégorie du sol du site d'implantation.

Le lecteur intéressé par plus de détails sur le choix des différents coefficients cités plus haut peut consulter la référence [3].

2.8. Les déplacements horizontaux des masses

Les déplacements horizontaux des masses M_0 et M_1 , correspondant à chaque mode « i » de vibration sont donnés par les équations suivantes :

$$X_{0i} = \gamma_i \cdot \frac{S_{ai}}{\omega_i^2} \quad (40)$$

Et

$$X_{1i} = X_{0i} \cdot \frac{a_{1i}}{a_{0i}} \quad (41)$$

2.9. Les déplacements verticaux des vagues

L'Eurocode 8 dans sa partie 4 [1], consacrée aux réservoirs énonce que sous l'effet de l'action sismique, le réservoir peut subir des dommages au niveau de la coupole dus à l'effet de vague ou le débordement du liquide lorsque le réservoir n'a pas de couverture rigide. Il y'a lieu de s'assurer que la capacité du système peut être restaurée jusqu'à un niveau de fonctionnement prédéfini, après les opérations de contrôle des dommages de ses composants et que réservoir conserve son étanchéité aux fuites du contenu.

Ainsi, pour les réservoirs cylindriques, la hauteur maximale des vagues, après oscillation correspondant à chaque mode « i », est donnée par la relation suivante [2]:

$$d_{\max,i} = \frac{0.408 R}{\left(\frac{g}{\omega_i \cdot \theta_{oi}} - 1 \right) \operatorname{th} \left(1.84 \frac{H_e}{R} \right)} \quad (42)$$

Où θ_{oi} dépend de l'amplitude de vibration, donc du mode « i » :

$$\theta_{oi} = 1.53 \left(\frac{X_{oi} - X_{li}}{R} \right) \cdot \operatorname{th} \left(1.84 \frac{H_e}{R} \right) \quad (43)$$

Nous pouvons déduire le déplacement maximal correspondant à l'ensemble des deux modes de vibration, par la somme quadratique suivante:

$$d_{\max} = \sqrt{d_{\max,1}^2 + d_{\max,2}^2} \quad (44)$$

Toujours, selon l'Eurocode 8 [1], la contribution prédominante pour la hauteur de l'onde de ballottement est assurée par le premier mode fondamental, et l'expression du pic du bord peut être évaluée comme suit :

$$d_{\max,i} = 0.84 \frac{S_{ai}}{g} R \quad (45)$$

2.10. État limite ultime de stabilité

Sous l'effet de l'action sismique à l'état limite ultime, la stabilité d'ensemble du réservoir vis-à-vis de l'effondrement doit être satisfait. La stabilité d'ensemble se rapportant à un comportement de corps rigide peut être perdue par glissement ou par renversement. Le moment de renversement qui peut être causé par l'action sismique doit être calculé par rapport au niveau de contact sol-fondation. Le moment stabilisant sera calculé en prenant en compte le poids total équivalent au poids de la structure, au poids des fondations et éventuellement au poids du remblai sur les fondations.

A cet effet, le coefficient de sécurité au renversement F_r , doit satisfaire l'inégalité suivante :

$$F_r = \frac{M_s}{M_r} \geq 1.50 \quad (46)$$

Où, M_s et M_r sont respectivement, le moment stabilisant et le moment renversant, lequel est donné par :

$$M_r = F_0 \cdot H_0 + F_1 \cdot H_1 \quad (47)$$

La stabilité au glissement sous la fondation du réservoir est vérifiée en tenant compte de l'application à la résistance ultime au glissement d'un coefficient de sécurité de 1,2. La résistance au glissement est calculée en admettant que la rupture se produit dans le sol et non pas à l'interface fondation - sol. Selon le Fascicule 74 [6], pour les fondations des réservoirs surélevés, sous les combinaisons à l'état limite ultime, l'inégalité suivante est à vérifier :

$$F_0 + F_1 \leq \frac{N_u \cdot \operatorname{tg} \varphi}{1.2} + \frac{c \cdot A}{1.5} \quad (48)$$

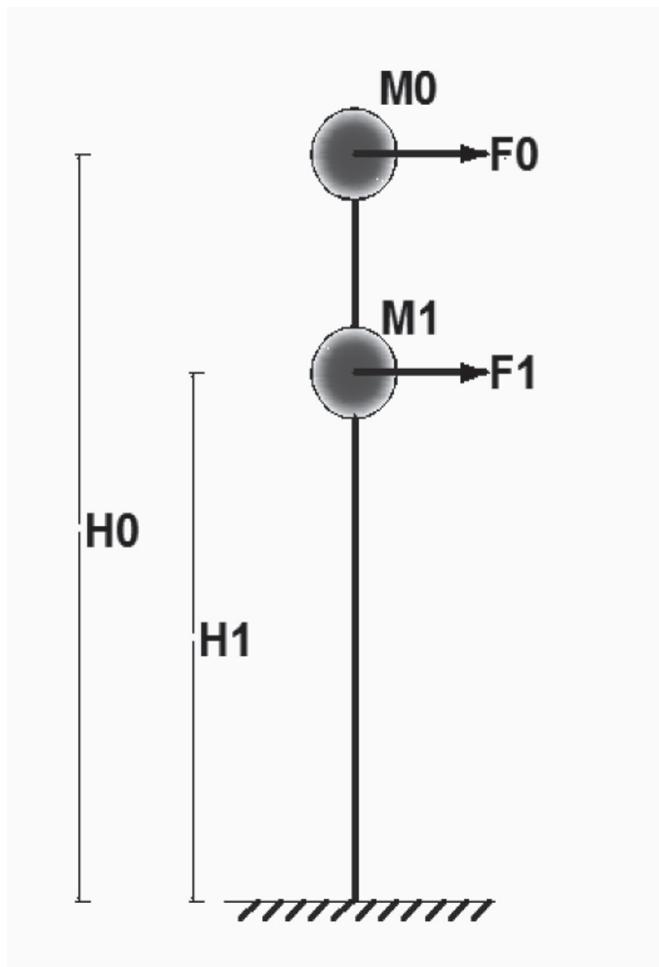


Figure 3 : Les forces sismiques appliquées sur les masses

N_u est la composante verticale des sollicitations en considérant le poids total du réservoir, le poids des fondations et éventuellement le poids du remblai sur les fondations. C et φ sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement interne du sol de fondation. Quant à A , il désigne l'aire de la partie de la fondation au contact du sol.

2.11. Vérification des contraintes dans la tour du support

Le support en fût est soumis à un effort normal vertical N (représentant le poids de la cuve vide de stockage augmentée du poids de l'eau qu'elle contient ainsi que le poids de la tour du support) et à un moment de flexion dû aux forces sismiques horizontales (F_0 et F_1). Le fût est alors sollicité en flexion composée (M , N). Il se développe, sur les fibres extrêmes du fût, des contraintes normales de compression et de traction, qui peuvent être estimées par la relation suivante.

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{M}{I} \cdot v \quad (49)$$

La section de la tour de support (fût) a une forme d'un anneau, et sa section horizontale sera donnée par :

$$\Omega = \frac{\pi}{4} \cdot (D_{\text{ext}}^2 - D_{\text{int}}^2) \quad (50)$$

D_{int} et D_{ext} désignent respectivement le diamètre intérieur et extérieur du fût du support du réservoir.

Le moment d'inertie de la tour de support (fût) par rapport à un axe du réservoir passant par le centre de gravité du réservoir sera donné par :

$$I = \frac{\pi}{64} \cdot (D_{ext}^4 - D_{int}^4) \quad (51)$$

v désigne la distance de la fibre la plus tendue du fût par rapport à un axe passant par le centre de gravité du réservoir.

Selon le Fascicule 74 [6], les contraintes de traction du béton dans les sections entièrement tendues calculées vis-à-vis de l'état limite de service et en section homogénéisée, ne peuvent excéder la valeur de :

$$\sigma_t = 1,10 \cdot \theta \cdot f_{c28} \quad (52)$$

Où :

$\theta = 1$, dans le cas de la traction simple

$\theta = 1 + \frac{2 \cdot e_0}{3 \cdot h_0}$, dans le cas de la flexion plane composée, la force

de traction extérieure ayant une excentricité e_0 inférieure à l'épaisseur h_0 de la paroi ;

$\theta = \frac{5}{3}$, dans les autres cas

Sous combinaison à l'état limite de service, la contrainte de compression du béton est limitée à la plus petite des valeurs suivantes :

$$\sigma_c = \min \left\{ \frac{h_o + 0,55}{3} \cdot f_{c28} ; \frac{130 \cdot h_o}{D_{int}} \cdot f_{c28}^{1/3} ; 0,60 \cdot f_{c28} \right\} \quad (53)$$

Où h_o désigne l'épaisseur de la paroi de la tour du support (fût).

3. APPLICATION PRATIQUE

Comme application pratique pour illustrer la méthode de calcul exposée en section 2, nous analysons un château d'eau de capacité 200 m³ posé sur un support en tour (Figure 4), implanté dans la commune de Tadmait, Tizi Ouzou, Algérie. Il s'agit d'une commune classée zone IIa, de moyenne sismicité, par le règlement parasismique Algérien. Les caractéristiques géométriques du réservoir sont résumées dans le tableau 1.

Diamètre intérieur de la cuve du réservoir	8,20	m
Hauteur d'eau moyenne dans la cuve He	4,95	m
Hauteur du support du réservoir (fût)	14,50	m
Diamètre intérieur de la tour (fût)	5,00	m
Diamètre extérieur de la tour (fût)	5,40	m
Epaisseur de la tour (fût)	0,20	m
Volume réel du réservoir	200,497	m ³

Tableau 1 : Caractéristiques géométriques du réservoir surélevé de capacité 200 m³

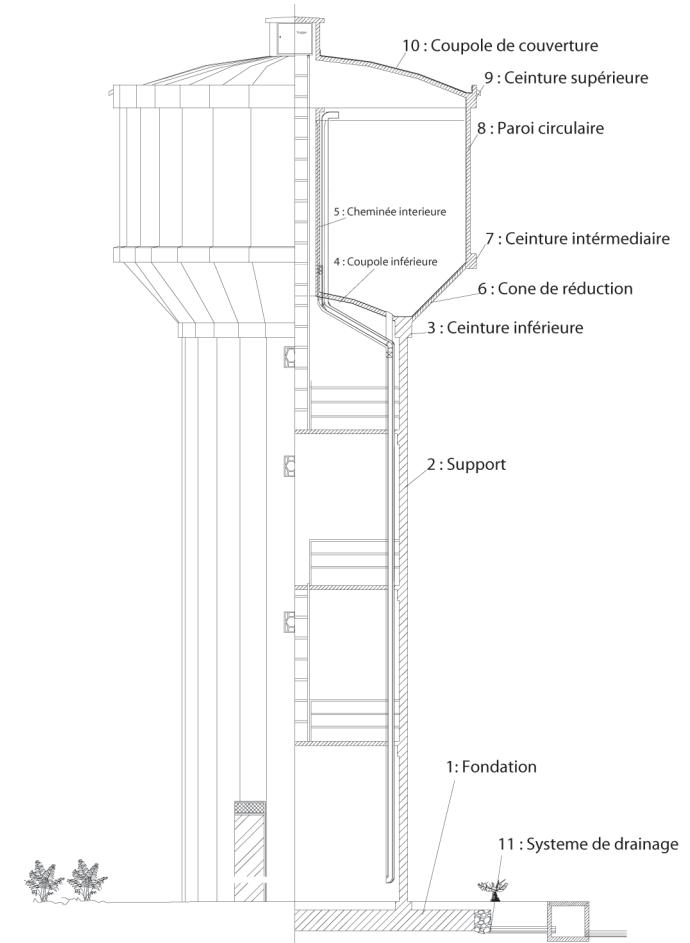


Figure 4 : Vue et coupe du réservoir surélevé de capacité 200 m³

Les masses des différents éléments résistants du réservoir, présentés dans la figure 4, sont évaluées en déterminant leur volume et en considérant que la masse volumique du béton armé est égale à 2,5 t/m³. Les résultats sont consignés dans le tableau 2.

Les masses M_e , M_c , M_{tot} , M_i , M_1 et M_0 sont évaluées par les relations exposées en section 2, et les résultats sont consignés dans le tableau 3.

Les raideurs K_1 et K_0 sont évaluées respectivement par les relations (7) et (9). Les résultats sont consignés dans le tableau 4. Les pulsations ω_1 et ω_2 des deux modes propres de vibrations et les périodes correspondantes, sont données par les relations (30) et (31). Les résultats sont consignés dans le tableau 5.

Le rapport de l'accélération sismique est évalué à partir de la relation (39). Le tableau 6, résume les valeurs des différents paramètres utilisés pour construire le spectre de réponse donné en Figure 5.

Masse réelle de l'eau de la cuve M_e	200,497	Tonnes
Masse de la cuve vide M_c	76,532	Tonnes
Masse totale M_{tot}	277,030	Tonnes
Masse du support (tour) M_1	118,378	Tonnes
Masse inerte M_i	124,747	Tonnes
Masse M_1	229,183	Tonnes
Masse oscillante M_0	51,582	Tonnes

Tableau 3 : Evaluation des différentes masses

N°	Désignation de l'élément résistant	Masse (Kg)
1	Masse de la coupole	13 831,70
2	Masse du lanterneau d'aération	1 483,65
3	Masse de la ceinture supérieure	5 807,04
4	Masse de l'acrotère	2 026,33
5	Masse de la cuve cylindrique	22 815,82
6	Masse de la ceinture intermédiaire	5 807,04
7	Masse du tronc de cône	7 147,12
8	Masse de la coupole inférieure	4 804,20
9	Masse de la cheminée	4 645,63
10	Masse de la ceinture inférieure	8 164,00
11	Masse de la tour de support en voile (fût)	118 378,00
12	Masse du radier	123 150,43
13	Masse de l'enduit ordinaire extérieur	6 481,68
14	Masse de l'enduit ordinaire intérieur	1 784,34
15	Masse de l'enduit étanche intérieur	1 784,34
16	Masse de l'enduit de finition extérieur	6 481,68
17	Masse de l'enduit de la chape de ciment sur tronc de cône et coupole inférieure	522,34
18	Masse de l'étanchéité multicouche sur coupole de couverture	3 430,26

Tableau 2 : Masses des différents éléments résistants du réservoir

Pulsation fondamentale de vibration de l'eau dans la cuve w_o^2	4,29	(rd/s) ²
La raideur K_1	221,428	KN/m
Moment d'inertie « I » de la section du support (en forme d'anneau)	11,06	m^4
Module élastique du béton du support E	32 164 195,120	KN/m ²
La période fondamentale T	0,19	s
La raideur K_0	318 019,425	KN/m

Tableau 4 : Évaluation des raideurs K_0 et K_1

Les modes propres	w_i^2 (rd/s) ²	w_i (rd/s)	T _i (s)
Mode 1	4,29	2,07	3,03
Mode 2	1 388,59	37,26	0,17

Tableau 5 : Evaluation des pulsations et périodes propres

Coefficient d'accélération de zone A =	0,20	Zone de moyenne sismicité, niveau IIa
Pourcentage d'amortissement	10,00	Contreventement en voile de béton armé
Coefficient comportement structure R =	2,00	Structure en pendule inverse
Période caractéristique T ₁ =	0,15	Sol meuble de type S ₃
Période caractéristique T ₂ =	0,50	Sol meuble de type S ₃
Facteur de qualité Q =	1,00	Tous les facteurs sont observés
Facteur de correction d'amortissement =	0,76	Supérieur à 0,7

Tableau 6 : Paramètres utilisés dans le spectre de réponse

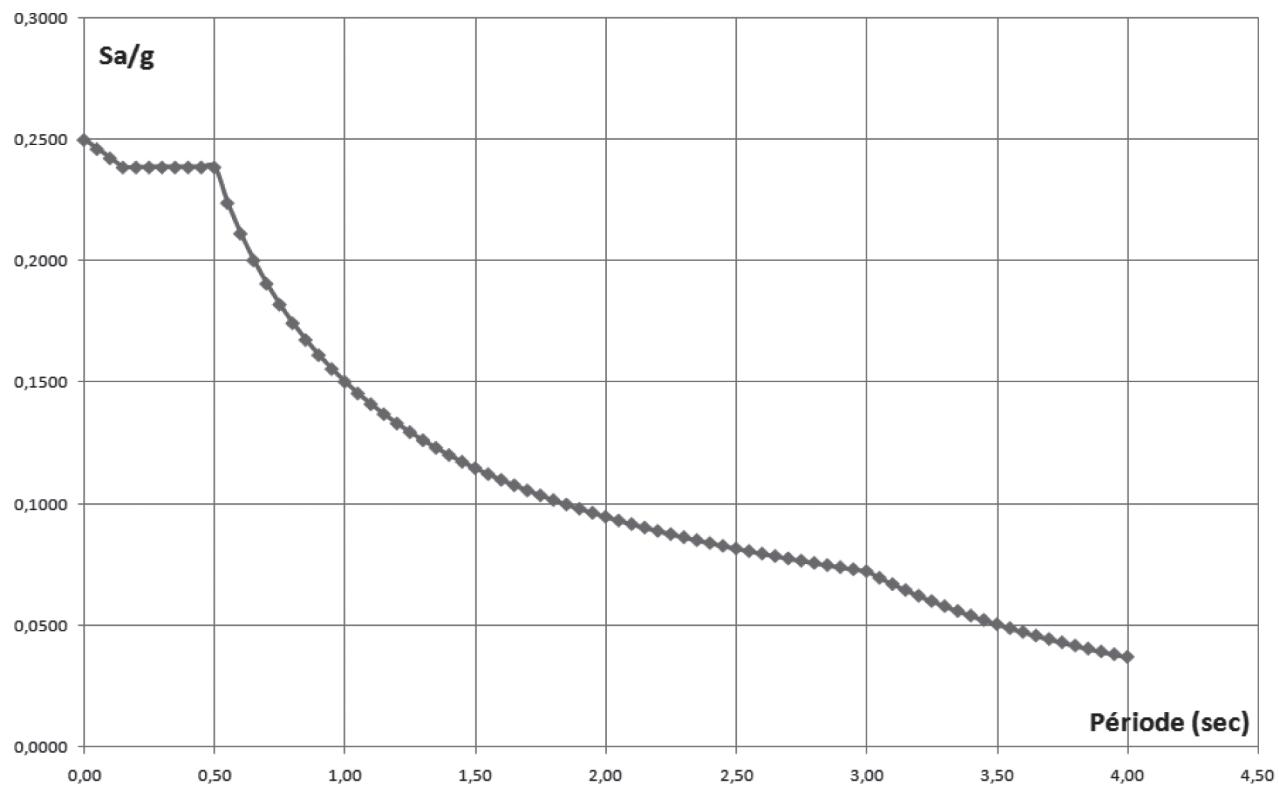


Figure 5 : Spectre de réponse

Connaissant la période de chaque mode propre, nous pouvons déduire l'accélération maximale pour chaque mode à partir du spectre de réponse de la figure 5. La détermination des modes propres de vibration (vecteurs propres), consiste à l'évaluation des amplitudes de chaque masse et pour chaque mode de vibration par la relation (35). Les résultats sont consignés dans le tableau 7.

La force sismique latérale appliquée pour chaque masse « k » et pour un mode « i » est donnée par la relation (36) en fonction du coefficient de distribution γ_i , qui lui est donné par la relation (37). Les résultats sont consignés dans le tableau 8. Lors de l'analyse des sollicitations dynamiques, nous constatons que la contribution du second mode de vibration est plus importante que celle du premier mode pour l'évaluation de la sollicitation résultante maximale.

Les flèches (Figure 6) dues aux masses M_1 et M_0 au mode « i » sont données par les relations (40) et (41). Les résultats sont consignés dans le tableau 9. L'analyse des flèches révèle que le déplacement maximal en tête d'ouvrage se produit au premier mode de vibration.

La hauteur maximale des vagues (Figure 7), après oscillation correspondant à chaque mode « i », ainsi que la hauteur maximale du pic de l'onde de ballottement correspondant à

Les modes propres	T_i (s)	S_{ai}/g	a_{0i}	a_{1i}
Mode 1	3,03	0,072284	1,00	0,0007
Mode 2	0,17	0,239000	1,00	- 322,47

Tableau 7 : Évaluation des vecteurs propres

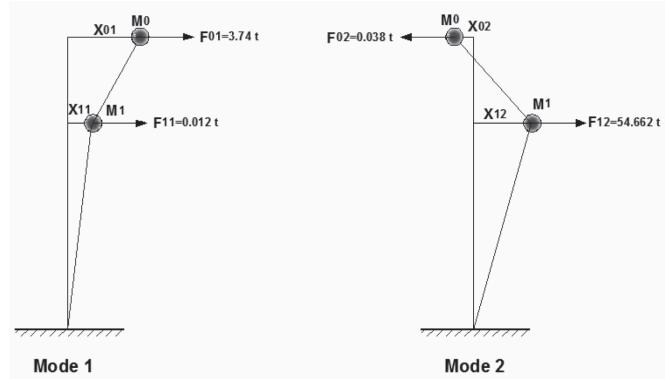


Figure 6 : Flèches des masses M_0 et M_1 pour chaque mode de vibration

Le mode « i »	Le coef. γ_i	F_{0i}	F_{1i}	
Mode 1	1,00	3 740,10	11,60	Kg
Mode 2	- 0,00309885	- 38,15	54 662,25	Kg
Sollicitation maximale résultante		3 740,29	54 662,25	Kg
Point d'application		19,75	17,56	m

Tableau 8 : Evaluation des forces sismiques latérales

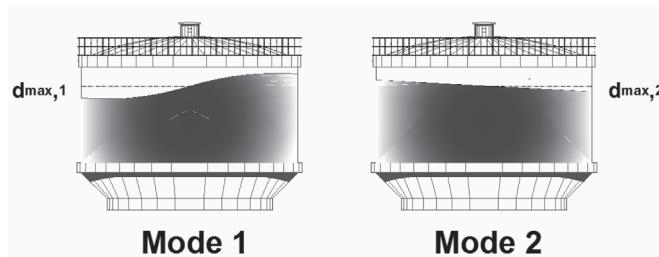


Figure 7 : Hauteur maximale des vagues dans la cuve pour chaque mode de vibration

Les modes propres	X_{0i} (m)	X_{1i} (m)
Mode 1	0,165815	0,000116
Mode 2	- 0,000005	0,001685

Tableau 9 : Évaluation des flèches des masses M_1 et M_0 aux modes 1 et 2

Les modes propres	θ_i	$d_{max,i}$ (m)	d_{max} (m)
Mode 1	0,0604	0,094	0,096
Mode 2	- 0,0006	- 0,016	

Tableau 10 : Évaluation de la hauteur maximale des vagues

l'ensemble des deux modes de vibration, sont donnés par les relations (42), (43) et (44). Les résultats sont consignés dans le tableau 10. Nous remarquons que la contribution du second mode de vibration, pour la détermination de la hauteur maximale du pic de l'onde de ballottement est négligeable devant celle du premier mode.

Pour la stabilité au renversement du réservoir, nous devons vérifier l'inégalité donnée par la relation (46). Les calculs numériques consignés dans le tableau 11, montrent que la stabilité au renversement du réservoir face au séisme est assurée. La résistance au glissement est calculée sous les combinaisons à l'état limite ultime, en utilisant l'inégalité (48). Les calculs

Masse du réservoir lorsqu'il est plein	539,043	tonnes
Rayon extérieur du radier de fondation du château d'eau	5,60	m
Moment stabilisant	29 612 870,83	Nm
Moment de renversement	10 138 846,26	Nm
Coefficient de sécurité	2,92	

Tableau 11 : Évaluation de la stabilité au renversement

F_0 , résultante maximale de la force sismique sur la masse M_0	36 692,27	N
F_1 , résultante maximale de la force sismique sur la masse M_1	536 236,66	N
Force vertical ultime N_u	7 433 849,13	N
Angle de frottement interne du sol de fondation	20,00	°
Cohésion de frottement interne du sol de fondation	5 000,00	N/m ²
Diamètre du radier général du château d'eau	11,20	m
Surface du radier général du château d'eau	98,52	m ²
Résultante de la force horizontale	572 928,93	N
Résultante de la force verticale	2 583 150,99	N

Tableau 12 : Évaluation de la stabilité au glissement

numériques consignés dans le tableau 12, montrent que la stabilité au glissement du réservoir face au séisme est assurée. Les contraintes normales de compression et de traction qui se développent sur les fibres extrêmes du fût sont estimées par les relations (49 à 53). Les calculs numériques consignés dans le tableau 13, montrent que les contraintes admissibles en compression et en traction ne sont pas dépassées.

Poids du réservoir plein à la base de la tour $N =$	4 079 906,91	N
Moment total de flexion du à l'action sismique $M =$	9 737 796,01	Nm
Moment d'inertie de la tour par rapport à l'axe horizontal $I =$	11,06	m ⁴
Distance de l'axe du réservoir jusqu'à la fibre extrême du support $v =$	2,70	m
Surface horizontale totale de la tour de support $\Omega =$	3,27	m ²
Contrainte normale de compression sur la fibre supérieure	3,63	Mpa
Contrainte limite admissible de compression	6,25	Mpa
Contrainte normale de traction sur la fibre inférieure	1,13	Mpa
Contrainte limite admissible de traction	3,85	Mpa

Tableau 13 : Analyse des contraintes dans le fût sous sollicitation sismique

4. CONCLUSION

Sur un exemple réel, cette étude simule l'excitation sismique par l'intermédiaire de l'analyse modale spectrale telle qu'exposée par le RPA, en introduisant l'effet hydrodynamique tel qu'exposé dans le modèle d'Housner. Nous montrons que la démarche de résolution proposée n'est pas complexe d'utilisation, et s'accorde aisément d'une programmation avec Matlab ou tout simplement sur un classeur Excel.

L'analyse des contraintes a mis en évidence l'apparition de contraintes de traction verticales à la base du support de l'ordre de 1,27 Mpa. Ces contraintes auraient été plus importantes si la capacité du réservoir avait été plus grande ou si le réservoir avait été implanté en zone de forte sismicité. Ces contraintes auraient été occultées si l'on n'avait pas considéré l'effet hydrodynamique étant donné que le mode est important. Selon les travaux de Blume et Boyce, l'effet hydrodynamique peut majorer l'effort tranchant à la base du réservoir de façon importante (d'une valeur supérieure à environ 20 %). Dans cet article, nous avons montré que la négligence du phénomène hydrodynamique sous estimaient considérablement les contraintes de traction normales verticales agissant dans le support. Contrairement à ce qui est énoncé dans le RPA, la prise en compte de l'effet hydrodynamique dans les calculs des réservoirs, quelque soit leur capacité de stockage et la zone sismique, n'est pas un non sens.

5. RÉFÉRENCES

- [1] CEN, Conception et dimensionnement des structures pour la résistance aux séismes, Eurocode 8, Partie 4 : Silos, réservoirs et canalisation, Bruxelles, 1998.
- [2] Davidovici V, Haddadi A. Calcul pratique de réservoirs en zone sismique. Annales de l'ITBTP, 1982; Vol. N° 409.
- [3] DTR B-C 2-48, Règles parasismiques algériennes (RPA 99 - addenda 2003), CGS, Alger, juin 2003.
- [4] D.T.U., Règles parasismiques 1969 révisées 1982 et annexes, Eyrolles, Paris, 1984.
- [5] Epstein H.I. Seismic design of life liquid storage tanks. Journal of the Structural Division, 1976; 102: 1659-1673.
- [6] Fascicule 74, texte officiel, Construction des réservoirs en béton - cahier des clauses techniques générales, Ministère de l'équipement des transports et du logement, Paris, mars 1998.
- [7] Graham E.W., Rodriguez M. Characteristics of Fuel Motion Which Affect Airplane Dynamics. Journal of Applied Mechanics, 1952 ; vol. 19.
- [8] Hammou H, Bouzelha K, Hannachi N.E. Analyse hydrodynamique d'un réservoir circulaire en béton armé, posé au sol. Annales du BTP, 2010; 2-3: 13-22.
- [9] Haroun M.A. Dynamic analyses of liquid storage tanks. EERL 80-04, Earthquake Engineering ResearchLaboratory, California Institute of Technology. 1980.
- [10] Haroun M.A. Vibration studies and Tests of liquid storage tanks. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1983; 11: 19-206.
- [11] Haroun M.A. Stress analysis of rectangular walls under seismically induced hydrodynamic loads. Bull. Seismological Soc. Of Am., 1984 ; 74 : 1031-1041.
- [12] Haroun M.A. Response of tanks to vertical Seismic Excitations. Earthquake Engineering and Structural Dynamic, 1985 ; 13 : 583-589.
- [13] Haroun M.A. Badawi H.S. Seismic behaviour of unanchored ground-based cylindrical tanks. Proceeding of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-Kyoto, JAPAN, 1988 ; vol. VI.
- [14] Hoskin L.M., Jacobsen L.S. Water Pressure in a tank caused by a simulated earthquakes. Bulletin Seism. Soc. America, 1934 ; 24 : 1-32.
- [15] Housner G.W. Dynamic pressures on accelerated fluid containers. Bulletin of the Seismological Society of America, 1957 ; 47 : 15-35.
- [16] Housner G.W. The dynamic behavior of water tanks. Bulletin of the seismological society of America, 1963; 53: 381-387.
- [17] Hunt B, Priestley M.J.N. Seismic response of elevated water reservoirs. Bulletin of the New Zealand national society for earthquake engineering, 1978; 15(2), 68-76.
- [18] Jacobsen L.S., Impulsive hydrodynamics of fluid inside a cylindrical tank and of fluid sur-rounding a cylindrical pier. Bulletin of the Seismological Society of America, 1949, 39 (3), 189-204.
- [19] Jacobsen L.S., Ayre R.S. Hydrodynamic experiments with rigid cylindrical tanks subjected to transient motions. Bulletin of the Seismological Society of America, 1951, 41(4), 313-346.
- [20] Jaiswal O.R. et al, Review of seismic codes on liquid-containing tanks, Earthquake spectra, volume 23, N° 1, February 2007.
- [21] Livaoglu R, Dogangun A. Simplified seismic analysis procedures for elevated tanks considering fluid-structure-soil interaction. Journal of Fluids and Structures, 2006; 22(3): 421-439
- [22] Livaoglu R, Dogangun A. Effect of foundation embedment on seismic behaviour of elevated tanks considering fluid-structure-soil interaction. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2007, 27(9): 855-863.
- [23] Livaoglu R. Investigation of seismic behaviour of fluid-rectangular tank-soil/foundation systems in frequency domain. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2008; 28(2): 132-146.
- [24] Park J.H, Koh H.M, Kim J. Fluid-structure interaction analysis by coupled boundary element finite element method in time domain. 7th Int. Conf. On Boundary Element Technol. Computational Mechanics Publ. Southampton, England, 1990; 89-92.
- [25] Priestley M.J.N., Davidson B.J., Honey G.D., Hopkins D.C., Martin R.J., Ramsey G., Vessey J.V., Wood J.H., 1986. Seismic Design of Storage Tanks. Recommendation of a study group the New Zealand Society for Earthquake Engineering, New Zealand.
- [26] Ruge A.C. Earthquake Resistance of Elevated Water Towers. Transaction, American Society of Civil Engineering, 1938; 30: 889-938.

- [27] Sezen H, Livaoglu R, Dogangun A. Dynamic analysis and seismic performance evaluation of above-ground liquid-containing tanks. *Engineering Structures*, 2008; 30: 794-803.
- [28] Werner P.W., Sundquist K.J. On hydrodynamic earthquake effects. *Transactions of American Geophysical Union*, 1949; 30: 636-657.
- [29] Westergaard H.M. Water Pressures on Dams During Earthquakes. *Transaction, American Society of Civil Engineering*, 1933; 98: 418-472.