



Partie 1 – Évaluation non destructive des matériaux

INVERSION DES COURBES DE DISPERSION DES ONDES DE SURFACE D'UN MILIEU HÉTÉROGÈNE

INVERSION OF THE SURFACE WAVE DISPERSION CURVES OF HETEROGENEOUS MEDIA

**V. MÉTAIS^{(a)*}, O. ABRAHAM^(a), G. PLANTIER^(b,c), M. CHEKROUN^(c), A. LE DUFF^(b,c),
L. LE MARREC^(d), O. DURAND^(a)**

a. LUNAM Université, IFSTTAR, Route de Bouaye, CS4, 44344 Bouguenais cedex

b. Groupe ESEO, 10 boulevard Jeanneteau, CS 90717, 49107 Angers, cedex 2

c. LUNAM Université, LAUM CNRS Université du Maine, Avenue O. Messiaen, 72085 Le Mans, France

d. Institut de Recherche Mathématique de Rennes, UMR CNRS 6625, 263 avenue du Général Leclerc,
35042 Rennes, France

* auteur correspondant : vincent.metais@ifsttar.fr

RÉSUMÉ

Le diagnostic des structures et l'évaluation de la durée de vie résiduelle des ouvrages est une problématique importante pour le génie civil. Parmi les nombreuses techniques d'auscultation non destructives ultrasonores les ondes de surface sont particulièrement adaptées à la détermination des propriétés mécaniques du béton d'enrobage (les 3 à 5 premiers centimètres) en fonction de la profondeur. Il convient à cette échelle de s'interroger sur l'influence de l'hétérogénéité du matériau sur les résultats. Dans cet article, nous calculons les courbes de dispersion des vitesses de phase des ondes de surface du champ cohérent en tenant compte du phénomène de diffusion multiple dans une matrice élastique avec des inclusions circulaires élastiques. Pour la concentration d'hétérogénéités la plus élevée (12%) nous quantifions ensuite l'impact de la diffusion multiple sur les résultats de l'inversion des courbes de dispersion réalisée avec un algorithme global qui utilise en problème direct un milieu élastique homogène linéaire et isotrope. La vitesse de phase des ondes de surface cohé-

rentes dépendant de la fréquence, l'inversion fournit alors des solutions non constantes en fonction de la profondeur. Les vitesses des ondes de cisaillement du milieu élastique homogène isotrope inversée présente des variations en fonction de la profondeur de plus de 70m/s.

ABSTRACT

The diagnosis of structures and the evaluation of their residual life is an important issue for civil engineering. Among non destructive ultrasonic techniques surface waves are specially suited to determine the mechanical properties of cover concrete as a function of depth. In this paper, we compute the phase velocity dispersion curves of the coherent surface waves taking into account multiple scattering in an elastic matrix with elastic circular inclusions. For the highest concentration of heterogeneities (12%) we quantify the impact of multiple scattering on the results of the inversion of the dispersion curves with a global neighbourhood algorithm which considers a linear



homogeneous and isotropic elastic medium. As the surface waves phase velocity is not constant with frequency, the inversion provides solutions made of homogeneous layers. The variations of the shear waves velocity of the homogeneous and isotropic elastic inverted medium are greater than 70 m/s.

Mots-clés : béton, inversion, homogénéisation, vitesse de phase, ondes de surface.

1. INTRODUCTION

La première couche de béton, appelée béton d'enrobage, qui protège les armatures d'acier de la corrosion, est en contact direct avec le milieu extérieur. Elle est donc particulièrement soumise aux dégradations. Or la détermination des caractéristiques mécaniques des premiers centimètres de béton est complexe car la profondeur d'investigation souhaitée est de l'ordre de grandeur de la taille des hétérogénéités du milieu (granulats). Parmi les méthodes de contrôle non destructif, l'étude des ondes mécaniques a un fort potentiel pour déterminer les propriétés mécaniques de structures [1,2,3] telles que les modules de compression et de cisaillement en petites déformations, la porosité, les micro et macro fissurations, etc. Dans le cas d'un matériau homogène variant avec la profondeur (couche ou gradient de propriétés), la dispersion des ondes de surface permet de remonter à ces variations par inversion [3]. Or la diffusion due aux hétérogénéités ajoute également de la dispersion qui génère des erreurs lors de l'inversion. Il est donc intéressant de quantifier les erreurs liées à l'inversion des courbes de dispersion des ondes de surface du champ cohérent en tenant compte du phénomène de diffusion multiple. Dans un premier temps nous étudierons l'homogénéisation de la diffusion multiple dans le cas d'inclusions élastiques dans une matrice élastique. Puis nous inverserons les courbes de dispersion des vitesses de phase des ondes de surface du milieu homogénéisé à l'aide d'un algorithme des plus proches voisins.

2. HOMOGÉNÉISATION DE LA DIFFUSION MULTIPLE DES ONDES MÉCANIQUES PAR DES INCLUSIONS ÉLASTIQUES DANS UNE MATRICE ÉLASTIQUE

2.1. Principe et définition du modèle d'homogénéisation

La méthode d'homogénéisation *Independent Scattering Approximation* (ISA) [4] permet de décrire l'influence de

la diffusion multiple causée par les hétérogénéités sur la propagation des ondes dans un milieu infini. Ce modèle repose sur l'évaluation du champ cohérent qui décrit la propagation des ondes de volume dans un milieu homogène effectif, obtenu après une moyenne sur un très grand nombre de réalisations du désordre. Bien que les limites de ce modèle ne soient pas clairement établies, celui-ci est théoriquement valable dans un milieu de concentration faible en diffuseurs (milieu dilué) et où le contraste entre les diffuseurs et la matrice est faible.

Dans l'article [5], une étude numérique porte sur des propriétés de matériaux, en particulier sur des contrastes de matrice-inclusions identiques à la présente étude de mortier-granulats. L'étude montre que le modèle de diffusion multiple de Waterman-Truell (WT) [6] donne des résultats similaires au modèle ISA. Ces modèles sont valides jusqu'à 12 % de concentration en inclusions dans la configuration matrice-inclusions. Au delà, les écarts entre la modélisation numérique et les modèles d'homogénéisation théorique ISA et WT sont importants. De plus, les auteurs ont montré que le modèle de Conoir-Norris [7] d'ordre supérieur est valide jusqu'à des densités en inclusions de 25 %. Cependant nous nous intéressons dans cet article aux effets des variations relatives de vitesse et d'atténuation induites par la diffusion multiple. Les résultats numériques de [5] montrent que pour des concentrations plus élevées (plus proche de celles du béton réel), ces variations relatives restent du même ordre de grandeur qu'à 12 %.

Afin de rester sur un modèle d'homogénéisation simple pour une inversion, les nombres d'ondes effectifs des ondes P et S pour caractériser le milieu effectif sont calculés à l'aide du modèle ISA pour une concentration en inclusions de 12 %. Puis, à partir des propriétés du milieu effectif, on détermine les propriétés (vitesse et atténuation) des ondes de Rayleigh effectives.

2.2. Résultats de l'homogénéisation

Les propriétés du mortier et des granulats utilisées pour les simulations analytiques sont issues de [8] et sont présentées dans le tableau 1. Le diamètre des inclusions est fixé à 1cm. La figure 1 représente, pour plusieurs concentrations d'inclusions, les courbes de dispersion des vitesses de phase des ondes S, P et des ondes de surface du milieu effectif.

D'après la figure 1, la vitesse de phase des ondes S, P effectives et des ondes de surface effectives augmentent avec la concentration. De plus, la dispersion des ondes de surface devient plus importante lorsque la concentration en inclusions augmente. Pour les ondes de surface on observe une variation de vitesse de 0,17 % (*resp.* 0,52 %) pour une concentration en inclusions de 5 % (*resp.* 12 %). Pour étudier l'influence de l'hétérogénéité du matériau sur les résultats de l'inversion des courbes de dispersion des vitesses de phase des ondes de surface, la courbe dont la dispersion est la plus importante, soit une concentration en inclusions de 12 %, est inversée.



Matériaux	Vitesse des ondes P (m.s ⁻¹)	Vitesse des ondes S (m.s ⁻¹)	Densité (kg.m ⁻³)
Mortier	3950	2250	2050
Granulats	4300	2475	2610

Tableau 1 : Propriétés du mortier et des granulats utilisées dans les simulations analytiques d'après [8]

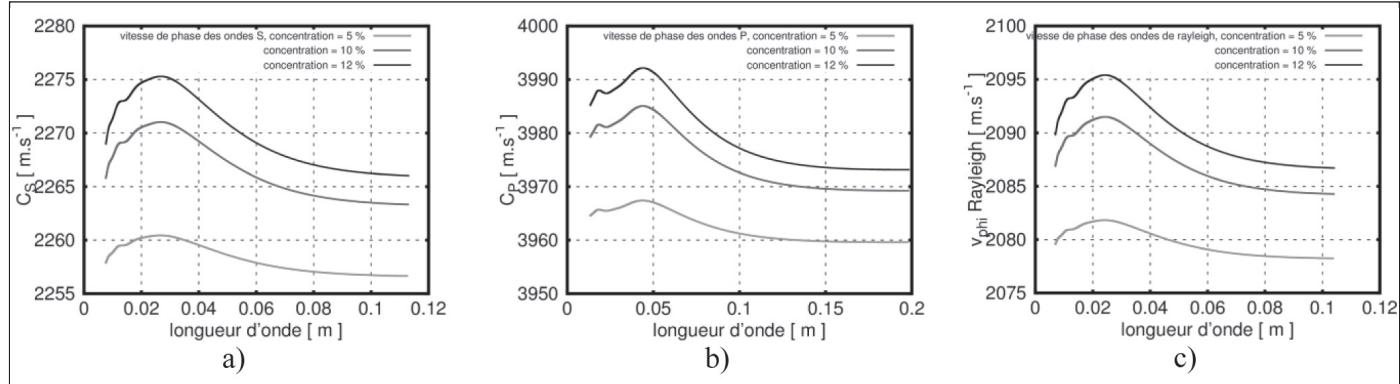


Figure 1 : Courbes de dispersion du milieu effectif , a) des ondes S, b) des ondes P, c) des ondes de surface

3. INVERSION DU MODÈLE D'HOMOGENÉISATION

3.1. Algorithme de proches voisins pour l'inversion des ondes de surface

Les techniques d'optimisation globale proposent une représentation de l'espace des modèles possibles avec une estimation de la probabilité d'existence. Ces méthodes prennent donc en compte la non-unicité du problème ainsi que sa non-linéarité. Elles utilisent une approche de Monte Carlo et se distinguent entre elles par l'algorithme qui fait converger le choix des vecteurs de paramètres minimisant l'écart entre la courbe de dispersion calculée et celle mesurée. L'algorithme des plus proches voisins a été utilisé par Wathelet [9] comme méthode d'échantillonnage pour l'inversion des courbes de dispersion à des échelles sismologiques. Les principales inconnues (paramètres) lors de l'inversion des courbes de dispersion des ondes de surface sont : la vitesse des ondes S, celle des ondes P, la densité et l'épaisseur des couches du milieu étudié.

Cet algorithme génère pseudo-aléatoirement un certain nombre de vecteurs de paramètres représentant différents modèles du milieu, et il calcule les courbes de dispersion qui leurs sont associées. On suppose que la densité de probabilité est uniforme sur cet espace de paramètres (les limites étant imposées par l'information *a priori*). L'algorithme compare l'écart entre les courbes de dispersion et la courbe de dispersion mesurée, par le calcul d'un coefficient appelé *misfit* :

$$misfit = \sqrt{\sum_{i=0}^{n_F} \frac{(v_{\varphi di} - v_{\varphi ci})^2}{\sigma_i^2 n_F}} \quad (1)$$

avec $v_{\varphi di}$ la vitesse de phase des ondes de surface à la fréquence f_i à inverser (les données), $v_{\varphi ci}$ la vitesse de phase des ondes de surface calculée à la fréquence f_i , σ_i l'incertitude des données à la fréquence considérée (l'incertitude

est ici égale à 1 pour toutes les fréquences, $\sigma_i = 1$), n_F le nombre d'échantillons fréquentiels. Le principal intérêt de cet algorithme itératif est la prise en compte des calculs effectués avec les vecteurs de paramètres pour rechercher de meilleurs modèles en divisant l'espace des paramètres en géométrie de Voronoï, qui permet une investigation plus fine de cet espace. L'algorithme exploite donc l'information contenue dans les modèles précédemment évalués pour adapter son échantillonnage de l'espace des paramètres.

3.2. Information *a priori*

L'information *a priori* contraint les solutions en définissant un nombre de couches, un intervalle de vitesses des ondes de compression et de cisaillement, un intervalle du coefficient de poisson et de la densité pour chaque couche. Dans cette étude nous faisons varier le nombre de couches de l'information *a priori* entre 2 et 4. Le tableau 2 représente l'information *a priori* utilisée dans le cas de N couches en fonction de la plus grande longueur d'onde λ_{max} . La discrépance en profondeur est identique pour tous les paramètres et est pilotée par l'inversion de Vs.

3.3. Résultats de l'inversion du modèle d'homogénéisation

Nous inversons la courbe de dispersion de la vitesse de phase effective des ondes de surface dont le diamètre des inclusions est de 1 cm avec une concentration de 12 % et dont les propriétés de la matrice et des inclusions sont définies dans le tableau 1. L'inversion prend en compte la courbe de dispersion des ondes de surface avec un échantillonnage constant en longueur d'onde. L'algorithme d'inversion génère à la première itération 10000 vecteurs de paramètres puis 250 pour chacune des 50 itérations de l'algorithme au cours desquelles les 50 cellules qui ont le plus faible *misfit* sont conservées.



<i>N° couche</i>	<i>Épaisseur de la couche (cm)</i>	<i>Vitesse V_p (m.s⁻¹)</i>	<i>Coefficient de Poisson</i>	<i>Vitesse V_s (m.s⁻¹)</i>	<i>Densité (kg.m⁻³)</i>
1	Comprise entre 0 et $\lambda_{\max}/(2N)$	uniforme entre 200 et 5000	uniforme entre 0,15 et 0,3	uniforme entre 150 et 3500	Fixe à 2118
i	Comprise entre $\lambda_{\max}(i-1)/(2N)$ et $\lambda_{\max}i/(2N)$	uniforme entre 200 et 5000	uniforme entre 0,15 et 0,3	uniforme entre 150 et 3500	Fixe à 2118
N	∞	uniforme entre 200 et 5000	uniforme entre 0,15 et 0,3	uniforme entre 150 et 3500	Fixe à 2118

Tableau 2 : Information a priori utilisées

3.3.1. Information a priori supposant un milieu à 2 couches

La figure 2 représente les courbes de dispersion des 16 modèles issus de l'inversion dont le *misfit* est inférieur à 0,001 ainsi que les profils de vitesses des ondes P et S.

3.3.2. Information a priori supposant un milieu à 3 couches

La figure 4 représente les courbes de dispersion des 8464 modèles issus de l'inversion dont le *misfit* est inférieur à 0,001.

3.3.3. Information a priori supposant un milieu à 4 couches

La figure 6 représente les courbes de dispersion des 3135 modèles issus de l'inversion dont le *misfit* est inférieur à 0,001.

3.4. Discussion

L'inversion prenant en compte une information *a priori* de 2 couches fournit des modèles dont les courbes de dispersion ajustent le moins bien la courbe de dispersion du milieu effectif. En effet, il n'y a que 16 modèles dont le *misfit* est inférieur à 0,001. Dans le cas d'une information *a priori* à 3 couches (milieu à partir duquel des misfits inférieurs à 0,001 sont obtenus), on constate que la variation de la moyenne des vitesses entre la couche 2 et la couche 3 des ondes S est de -25 m.s⁻¹, passant de 2299 m.s⁻¹ à 2274 m.s⁻¹, une diminu-

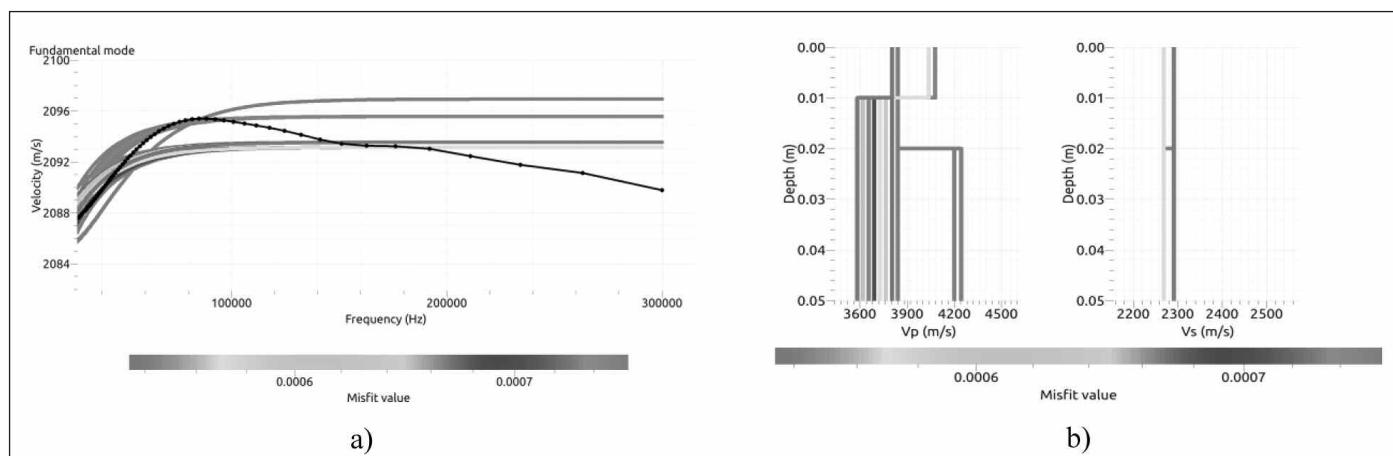


Figure 2 : Milieu à deux couches, a) Courbes de dispersion des modèles issus de l'inversion (en couleur) du milieu effectif (en noir), b) profils des vitesses des ondes P et S

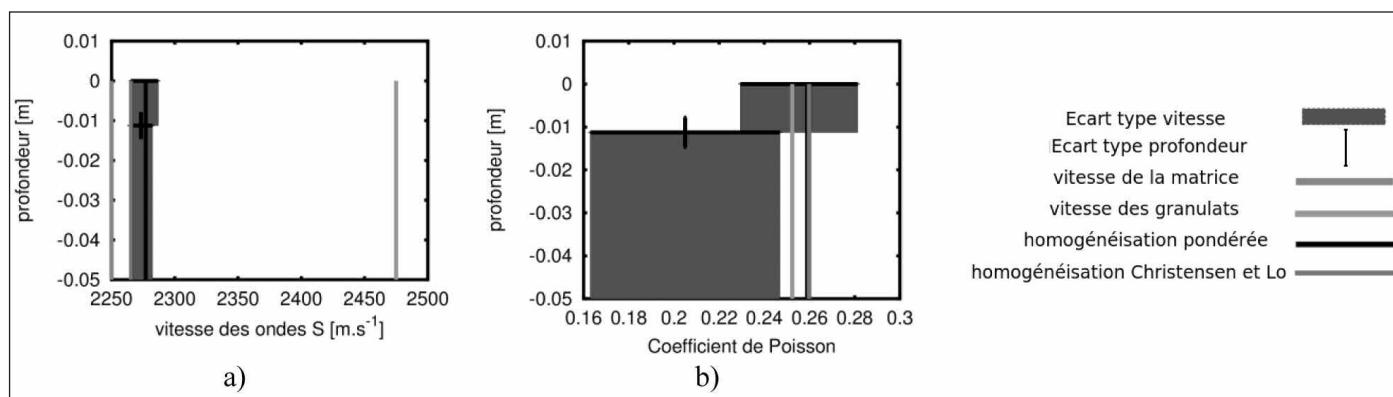


Figure 3 : Milieu à deux couches, a) Profil des vitesses des ondes S, b) Profil du coefficient de Poisson

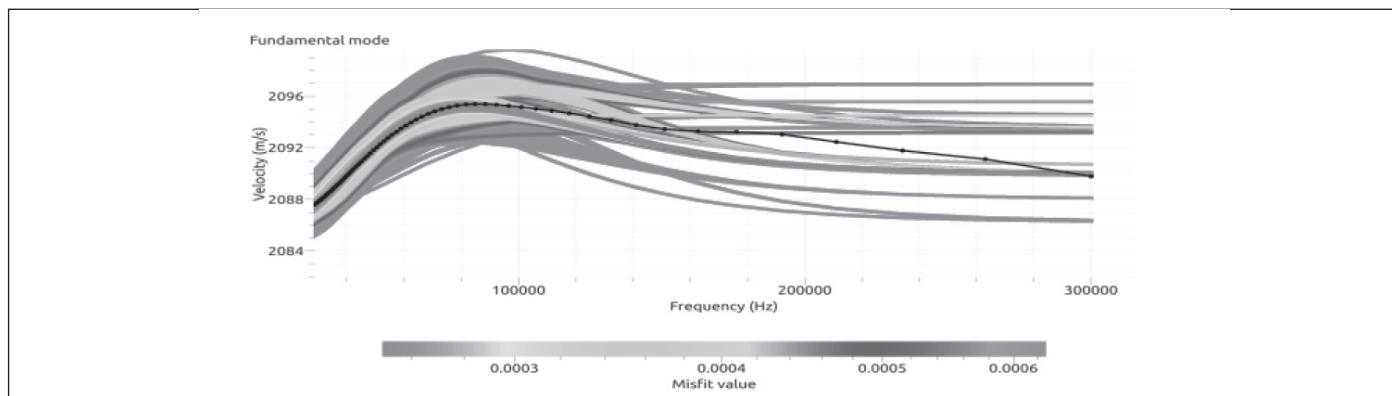


Figure 4 : Milieu à trois couches, courbes de dispersion des modèles issus de l'inversion (en couleur) du milieu effectif (en noir)

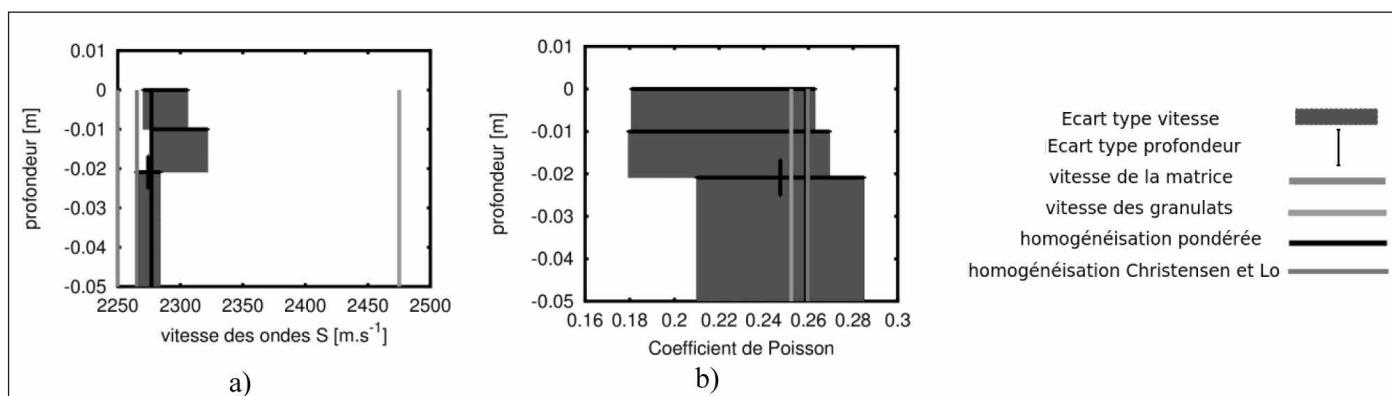


Figure 5 : Milieu à trois couches, a) Profil des vitesses des ondes S, b) Profil du coefficient de Poisson

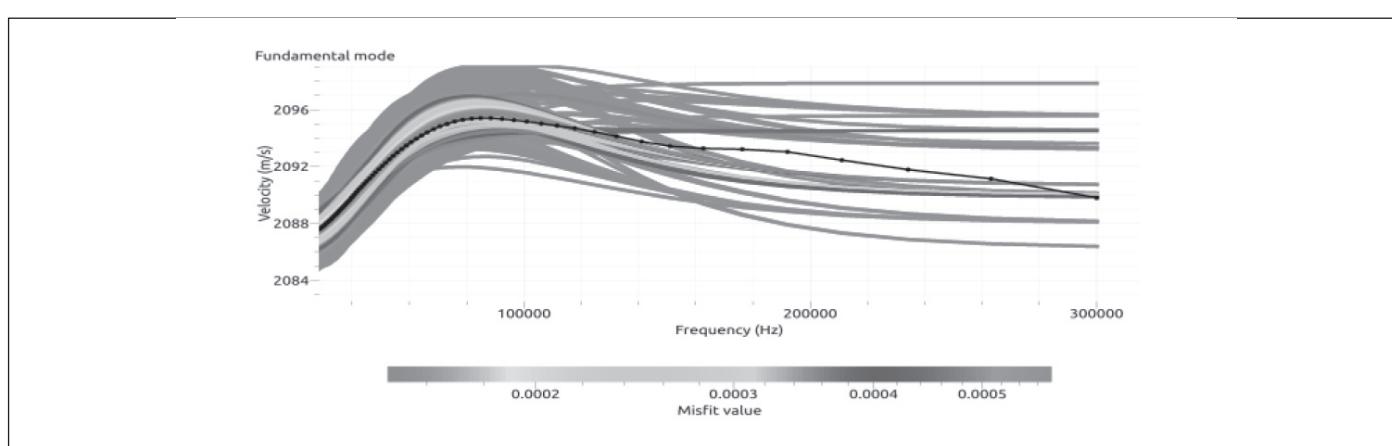


Figure 6 : Milieu à quatre couches, courbes de dispersion des modèles issus de l'inversion (en couleur) du milieu effectif (en noir)

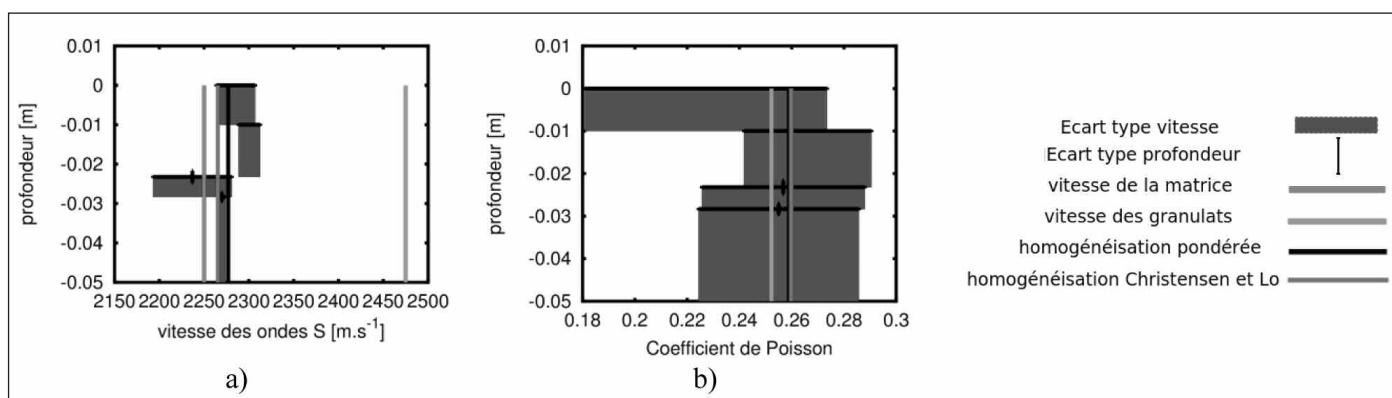


Figure 7 : Milieu à quatre couches, a) Profil des vitesses des ondes S, b) Profil du coefficient de Poisson



tion de 1,1 %. Dans le cas d'une information *a priori* à 4 couches, la variation de la moyenne des vitesses des ondes S entre la couche 2 et la couche 3 est de 63 m.s^{-1} , passant de 2300 m.s^{-1} à 2237 m.s^{-1} , soit une diminution de 2,8 %. La variation des vitesses des ondes S entre la couche 3 et 4 est de 33 m.s^{-1} , passant de 2237 m.s^{-1} à 2270 m.s^{-1} , soit une augmentation de 1,4 %. L'inversion coïncide en profondeur avec l'homogénéisation de Christensen et Lo [10] qui donne, pour des longueurs d'onde grandes devant la taille des inclusions, les vitesses des ondes de cisaillement suivantes :

$$C_S = \sqrt{\frac{\mu^*}{\rho}} \quad \text{avec} \quad \frac{\mu^*}{\mu_M} = 1 + \frac{C}{\frac{\mu_M}{\mu_i - \mu_M} + \frac{K_M + \frac{7}{3}\mu_M}{2K_M + \frac{8}{3}\mu_M}}$$

$$\text{et} \quad K^* = K_M + \frac{C(K_i - K_M)}{1 + \frac{(1-C)(K_i - K_M)}{K_M + \frac{4}{3}\mu_M}} \quad (2)$$

Avec c la concentration en inclusions, μ_M le module de cisaillement de la matrice et μ_i des inclusions, K_M module d'incompressibilité de la matrice et K_i des inclusions. Chammas *et al.* [11] ont par ailleurs montré que pour des longueurs d'ondes supérieures à 7,5 fois le rayon des inclusions, les ondes de surface permettent de remonter à C_S . On remarque que l'homogénéisation pondérée (moyenne entre la vitesse des inclusions et de la matrice pondérée par la concentration) coïncide avec les profils de vitesse des ondes S de la première couche. La moyenne pondérée de la vitesse de phase des ondes de cisaillement, est une bonne approximation à hautes fréquences, résultat cohérent avec Chekroun *et al.* [5]. L'inversion des courbes de dispersion des ondes de surface d'un milieu hétérogène peut engendrer des variations de vitesse des ondes de cisaillement très importantes (63 m.s^{-1}) pour des profondeurs comprises entre le rayon et 2 fois le diamètre des inclusions comparées aux variations de la vitesse de phase (20 m.s^{-1}). Les modèles obtenus sont très sensibles au nombre de couches de l'information *a priori* : il n'existe pas de solution multicouche homogène isotrope à ce problème, il convient donc de procéder avec circonspection à l'inversion des courbes de dispersion issues des modèles d'homogénéisation pour quantifier un niveau de bruit sur les résultats.

4. CONCLUSION

L'objectif de l'étude était d'inverser les courbes de dispersion des ondes de surface du champ cohérent en tenant compte du phénomène de diffusion multiple dans une matrice élastique avec des inclusions circulaires élastiques afin de déterminer l'influence de l'hétérogénéité sur les

résultats de l'inversion. Nous avons effectué l'inversion à l'aide d'un algorithme des plus proches voisins et montré que les profils de vitesses de cisaillement peuvent varier très fortement en fonction du nombre de couches donné dans l'information *a priori*. Pour la suite, il est primordial de mettre en perspective ces résultats en considérant le bruit de mesure, et la précision sur les gradients de porosité attendue (résolution en profondeur et précision des vitesses) pour les modèles d'estimation de la durée de vie résiduelle des structures.

RÉFÉRENCES

- [1] O. Abraham, B. Piwakowski, G. Villain, and O. Durand. Non-contact, automated surface wave measurements for the mechanical characterisation of concrete. *Construction and Building Materials*, Volume 37, décembre 2012, Pages 904–915.
- [2] F. Benmeddour, G. Villain, O. Abraham, and M. Choinska. Development of an ultrasonic experimental device to characterise concrete for structural repair. *Construction and Building Materials*, Volume 37, décembre 2012, Pages 934–942.
- [3] L. Lu, M. Chekroun, O. Abraham, V. Maupin, and G. Villain. Mechanical properties estimation of functionally graded materials using surface waves recorded with a laser interferometer. *NDT&E International*, Volume 44, 2011, Pages 169–177.
- [4] A. Lagendijk and B.A. Van Tiggelen. Resonant multiple scattering of light. *Physics Report*, Volume 270, 1996, Pages 143–215.
- [5] M. Chekroun, L. Le Marrec, B. Lombard, and J. Piraux. Time-domain numerical simulations of multiple scattering to extract elastic effective wavenumbers. *Wave in Random and Complex Media*, Volume 22, 2012, Pages 398–422.
- [6] P.C. Waterman and R. Truell. Multiple scattering of waves. *Journal of Mathematical Physics*, Volume 4, 1961, Pages 512–537.
- [7] J.M. Conoir and A. Norris. Effective wavenumbers and reflection coefficients for an elastic medium containing random configurations of cylindrical scatterers. *Wave Motion*, Volume 47, 2010, Pages 183–197.
- [8] F. Schubert, B. Koehler. Numerical time-domain simulation of diffusive ultrasound in concrete. *Ultrasonics*, Volume 42, 2004, Pages 781–786.
- [9] M. Wathelet. An improved neighborhood algorithm : Parameter conditions and dynamic scaling. *Geophysical Research Letters*, Volume 35, Mai 2008.
- [10] R. M. Christensen and K. H. Lo. Solution for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. *J. Mech. Phys. Solids*, Volume 27, 1979, Pages 315–330.
- [11] R. Chammas, O. Abraham, P. Cote, H. A. Pedersen and J. F. Semblat. Characterization of heterogeneous soils using surface waves: homogenization and numerical modeling. *International Journal of Geomechanics*, Volume 3, 2003, Pages 55–63.