



MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE L'INTERACTION ENTRE LES BARRES EN PRFV ET LE BÉTON PENDANT LE PROCESSUS D'HYDRATATION

NUMERICAL SIMULATION OF THE INTERACTION BETWEEN EARLY AGE CONCRETE AND GFRP REBARS

Ahlem SDIRI⁽¹⁾, Slim KAMMOUN^{(1),(2)}, Atef DAOUD^{(1),(3)}

⁽¹⁾ Université de Tunis El Manar, École Nationale d'Ingénieurs de Tunis,
Laboratoire de Génie Civil. Tunisie

⁽²⁾ Université de Gabés, École Nationale d'Ingénieurs de Gabés. Tunisie

⁽³⁾ Université de Sfax, École Nationale d'Ingénieurs de Sfax. Tunisie

1. INTRODUCTION

Au jeune âge le béton subit un processus thermochimique complexe, qui s'opère en différentes étapes et périodes. Ce phénomène est désigné par le terme hydratation. Les réactions chimiques, qui se produisent durant cette phase, sont responsables au dégagement de la chaleur engendrant des variations de volume, d'une part, et l'augmentation progressive de la résistance du matériau et l'affinement de la porosité, de l'autre part. Cette hydratation est accompagnée par différents types de retraits : principalement le retrait endogène et le retrait thermique [1]. En ce qui concerne le renforcement du béton, on observe une tendance, durant ces dernières décennies, à substituer les armatures en acier par des armatures en matériaux composites en particulier les Polymères Renforcés par des Fibres de Verre (PRFV). Le grand avantage

de cette alternative est d'éliminer le problème de corrosion des armatures. Cependant, plusieurs questions persistent chez les potentiels utilisateurs de cette technologie de renforcement. En effet, ces barres possèdent un coefficient d'expansion thermique faible dans le sens longitudinal contrôlé par les fibres et un CET important dans le sens radial (2 à 5 fois celui du béton). La différence donc entre les coefficients de dilatation thermique des barres PRFV et du béton dans le sens radial qui pourrait être à l'origine d'une perte de résistance de la liaison PRFV-béton [2]. Dans cette contribution, une étude thermochimique de l'hydratation de béton a été établie en premier lieu en déterminant par une approche mathématique et numérique l'évolution de degré d'hydratation. Ce dernier dépend notamment de la température et de la chaleur dégagée pendant l'hydratation. Elle est déterminée par la méthode des éléments finis « ABAQUS ».



En deuxième lieu, on a déterminé la déformation thermique résultante dans le béton renforcée en PRFV.

2. HYDRATATION DU BÉTON

2.1. Modèle thermochimique

L'hydratation de béton a un caractère exothermique. L'évolution de la réaction d'hydratation du matériau dans le temps est caractérisée par un degré d'hydratation (ξ) qui est un indice fondamental pour évaluer le comportement du béton durant son durcissement.

L'évolution de la température est obtenue à partir de l'équation de la chaleur qui inclut un terme caractérisant le dégagement de chaleur durant l'hydratation.

$$\rho c \dot{T} = k \nabla \cdot (\nabla T) + \rho Q_{\xi} \dot{\xi} \quad \text{Équation 1}$$

Avec : \dot{T} est le taux de la température, k est la conductivité thermique du béton, Q_{ξ} présente la chaleur latente massique, $\dot{\xi}$ est le taux de degré d'hydratation et c chaleur spécifique massique. Le modèle thermochimique étudié est basé sur l'approche macroscopique proposée par Ulm et Coussy [3]. Ils ont établi deux lois constitutives qui décrivent l'hydratation tout en étudiant le problème d'un point de vue thermodynamique. La résultante de ces deux lois s'écrit comme suit :

$$\tilde{A} = \eta A \quad \text{Équation 2}$$

Avec A est l'affinité chimique $\tilde{A}(\xi)$ est l'affinité chimique normalisée. Cette affinité chimique normalisée caractérise l'évolution macroscopique de chaque réaction d'hydratation de béton au jeune âge. η est la perméabilité liée directement à la microcirculation de l'eau dans les hydrates formés. Puisque la réaction d'hydratation est thermo-activée, son évolution est décrite par la loi d'Arrhenius :

$$\dot{\xi} = \tilde{A}(\xi) \cdot \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right) \quad \text{Équation 3}$$

Avec Ea est l'énergie d'activation, R est la constante des gaz parfaits égale à $8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et T est la température. L'expression de η décroît avec l'augmentation du degré d'hydratation ξ [4]. Elle est écrite sous la forme suivante :

$$\eta = \frac{1}{n_0} \exp\left(-\frac{\bar{n}\xi}{\xi_{\infty}}\right) \quad \text{Équation 4}$$

n_0 est le paramètre qui décrit la viscosité initiale de béton, \bar{n} représente la variation de viscosité pendant l'hydratation du béton et ξ_{∞} présente le degré d'hydratation finale du béton. Concernant l'affinité chimique [4], elle s'écrit comme suit :

$$A = k \left(\frac{A_0}{k\xi_{\infty}} + \xi \right) (\xi_{\infty} - \xi) \quad \text{Équation 5}$$

Avec : A_0 représente l'affinité chimique initiale et k est un paramètre lié au taux d'hydratation.

On déduit à partir de l'équation 3 l'expression de la variation de degré d'hydratation de béton $\dot{\xi}$:

$$\dot{\xi} = \frac{k}{n_0} \left(\frac{A_0}{k\xi_{\infty}} + \xi \right) (\xi_{\infty} - \xi) \exp\left(-\frac{\bar{n}\xi}{\xi_{\infty}}\right) \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right)$$

Équation 6

2.2. Implémentation numérique du modèle thermochimique

Numériquement on considère à un instant t_{n+1} le degré d'hydratation ξ_{n+1} et la température T_{n+1} .

L'expression de $\dot{\xi}$ devient alors :

$$\dot{\xi} = \frac{\xi_{n+1} - \xi_n}{\Delta t} \quad \text{Équation 7}$$

Avec Δt est l'incrément de temps.

En introduisant l'expression de $\dot{\xi}$

$$\left(\dot{\xi} = \frac{k}{n_0} \left(\frac{A_0}{k\xi_{\infty}} + \xi \right) (\xi_{\infty} - \xi) \exp\left(-\frac{\bar{n}\xi}{\xi_{\infty}}\right) \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right) \right) \text{équation 6) dans l'équation 7 on trouve l'expression suivante :}$$

on trouve l'expression suivante :

$$\xi_{n+1} - \xi_n - \frac{k}{n_0} \left(\frac{A_0}{k\xi_{\infty}} + \xi_{n+1} \right) (\xi_{\infty} - \xi_{n+1}) \exp\left(-\frac{\bar{n}\xi_{n+1}}{\xi_{\infty}}\right) \exp\left(-\frac{Ea}{RT_{n+1}}\right) = 0$$

Équation 8

L'algorithme de l'évolution du degré d'hydratation a été implémenté dans la routine HETVAL d'ABAQUS. La résolution numérique de l'équation 8 (non linéaire) est effectuée selon le schéma de Newton-Raphson.

2.3. Évolution des caractéristiques mécaniques du béton au jeune âge

Selon De Schutter [5], le module d'Young E et la résistance R_c à la compression de béton dépendent du degré d'hydratation selon les formules suivantes :

$$E(\xi) = E_{\infty} \left(\frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0} \right)^a \quad \text{Équation 9}$$

$$R_c(\xi) = R_{c\infty} \left(\frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0} \right)^a \quad \text{Équation 10}$$

Avec : $R_{c\infty}$ est la résistance en compression finale (lorsque $\xi = \xi_{\infty}$), E_{∞} est le module d'Young final (lorsque $\xi = \xi_{\infty}$), ξ_0 est le seuil de percolation mécanique ($\xi_0 = 0.15$) [6], a est un paramètre de calage qui dépend du matériau ($a=0.84$) [6].

Concernant le coefficient de Poisson ν , il s'écrit en fonction du degré d'hydratation comme suit :

$$\nu(\xi) = 0.18 \sin \frac{\pi \xi}{2} + 0.5 \exp(-10\xi) \quad \text{Équation 11}$$

3. APPLICATION

3.1. Modèle et Paramètres

Afin de simplifier les phénomènes qui peuvent se produire durant le durcissement du béton, on a choisi, dans cette contribution, un comportement élastique linéaire pour le béton, le PRFV et



Tableau 1 : Caractéristiques mécaniques du béton durci et des armatures en PRFV [7] et en acier.

	Densité (kg/m ³)	Module d'Young longitudinal (MPa)	Module d'Young transversale (MPa)	Coefficient de Poisson longitudinal	Coefficient de Poisson Transversal
Béton PRFV	2402	33000	33000	0.15	0.15
	2200	60000	14000	0.22	0.3
Acier	7800	210000	21000	0.3	0.3

Tableau 2 : Caractéristiques thermiques du béton durci et des armatures en PRFV [7] et en acier.

	Conductivité (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	Expansion thermique longitudinal (10 ⁻⁵ mm/mm/°C)	Expansion thermique transversale (10 ⁻⁵ mm/mm/°C)
Béton PRFV	1.3	0.5	0.5
	0.5	0.6	2.2
Acier	50	0.5	0.5

l'acier. La structure à modéliser est une poutre en béton ordinaire (figure 1). On a considéré deux cas de renforcement : une armature en PRFV de diamètre 16 mm et une autre de même diamètre en acier. Les caractéristiques mécaniques et thermiques de ces deux armatures sont illustrées respectivement dans le tableau 1 et le tableau 2.

Le béton à étudier est ordinaire ayant les caractéristiques après durcissement décrites dans les tableaux 1 et 2.

La déformation est considérée libre c'est-à-dire on bloque une seule face et on laisse la deuxième libre. Concernant la condition thermique, elle est considérée adiabatique avec une température initiale $T_0 = 17^\circ\text{C}$. La liaison béton-armature est considéré parfaite.

Le tableau 3 illustre les paramètres thermochimiques. Ces paramètres ont été identifiés à travers une analyse inverse réalisée sur des résultats expérimentaux obtenus par Gargouri *et al.* [6].

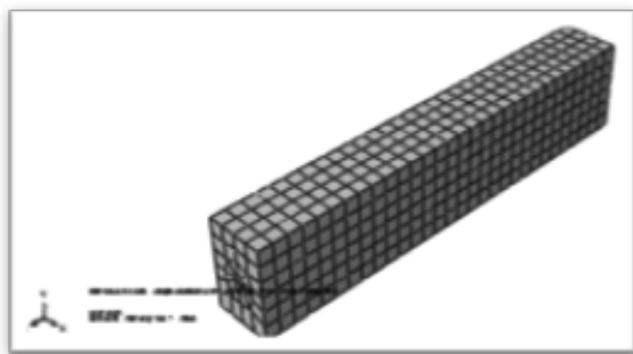


Figure 1 : Maillage de la poutre en béton renforcée par une barre $\Phi 16$.

3.2. Résultats

La courbe, dans la figure 2, illustre la variation de l'affinité chimique \tilde{A} en fonction du temps. Elle atteint une valeur maximale après 18 heures. Cette augmentation est expliquée par le fait que l'hydratation se produit rapidement pendant les premières heures. Ensuite elle commence à décroître jusqu'à s'annuler.

La figure 3 illustre la variation de la température adiabatique en fonction du temps. Elle augmente jusqu'à atteindre une valeur maximale de l'ordre de 68°C , en se stabilisant après. On voit clairement la coïncidence entre la courbe expérimentale obtenue par Gargouri *et al.* [6] et la courbe numérique de la température en fonction de temps en conditions adiabatiques.

Pour la figure 4, on remarque que le degré d'hydratation du béton poursuit une augmentation pareille à celle de la température en fonction du temps jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur de degré d'hydratation finale $\xi_\infty = 0.69$.

Les courbes illustrées dans la figure 5 montrent la variation des déformations au niveau de la section médiane dans les 3 cas suivants : poutre sans renforcement, poutre renforcée par une armature en acier et une poutre renforcée par une armature en

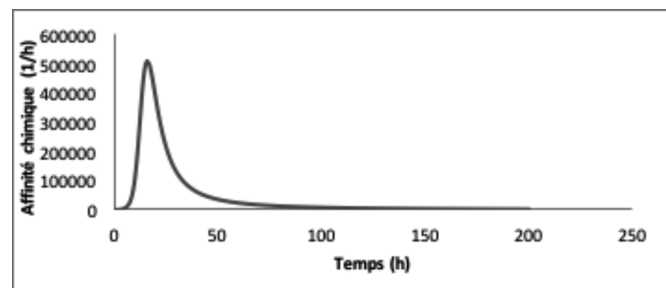


Figure 2 : Variation de l'affinité chimique en fonction du temps.

Tableau 3 : Paramètres du modèle thermochimique.

	ξ_∞	$\frac{k}{n_0} (10^8 \text{h}^{-1})$	\bar{n}	$\frac{A_0}{k} (10^{-5})$	$\frac{Ea}{R} (^\circ\text{K})$	$Q_\xi (10^8 \text{J/m}^3)$
Béton ordinaire	0,69	0.2	6.5	1	5000	1.7



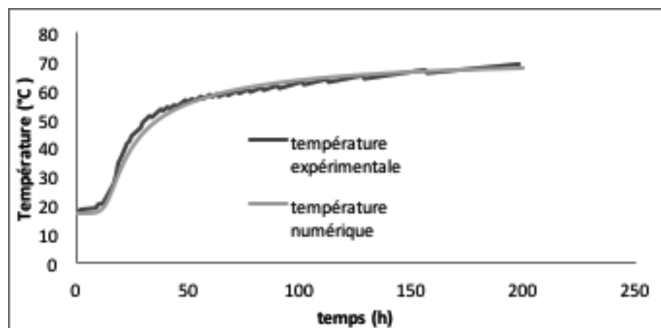


Figure 3 : Evolution de la température adiabatique en fonction du temps.

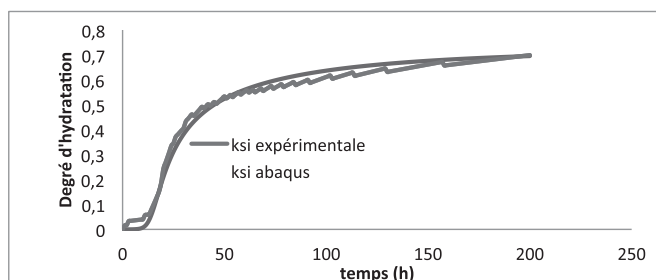


Figure 4 : Evolution du degré d'hydratation en fonction du temps (numérique et expérimentale).

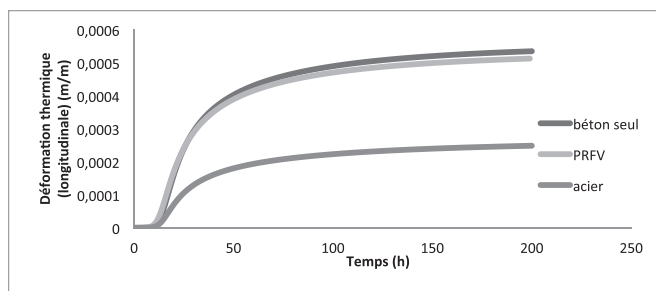


Figure 5 : Variation de la déformation thermique du béton pour les différentes configurations en fonction du temps.

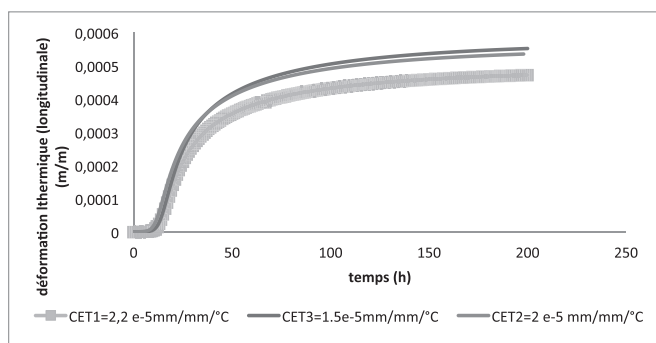


Figure 6 : Effet de la variation de coefficient d'expansion thermique transversale de PRFV sur la déformation.

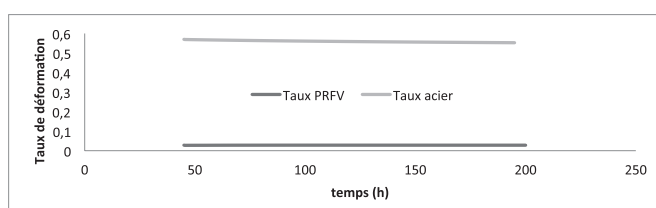


Figure 7 : Evolution du taux de déformation thermique en fonction du temps.

PRFV. On remarque que pour une poutre non armée les déformations thermiques sont plus importantes que la poutre renforcée en acier. Quant à la variation de la déformation thermique de la poutre renforcée en PRFV on constate qu'elle est légèrement inférieure à celle de la poutre non armée.

On constate aussi que

$$\varepsilon_{PRFV\text{thermo}} = 0.00049 > \varepsilon_{acier\text{thermique}} = 0.0002$$

Une étude paramétrique sur les caractéristiques mécaniques et thermiques du PRFV a été établie afin de prévoir leurs influences sur la déformation thermique au sein d'une poutre renforcée en PRFV. Selon la figure 6, on remarque que plus $CET_{PRFV}^{\text{Transversal}}$ est important plus que la déformation thermique longitudinale pour une poutre renforcée en PRFV diminue. Cependant, en augmentant la valeur de module d'Young longitudinal de PRFV, la déformation thermique reste pratiquement invariable. La figure 7 illustre la variation du taux de déformation empêchée par l'armature le cas de PRFV et l'acier. Ce taux est exprimé comme suit :

$$\tau = \frac{def_{armature} - def_{béton\ seul}}{def_{béton\ seul}}$$

On remarque que .

$$\tau_{PRFV} = 0.028 < \tau_{acier} = 0.5.$$

4. CONCLUSION

Ce travail a permis de décrire le comportement thermo-chimique/thermomécanique du béton durant la phase d'hydratation. On a utilisé en premier lieu un code élaboré en C dans lequel on a implémenté et on a résolu par la méthode de Newton-Raphson l'équation qui lie l'affinité chimique en fonction de la température et le degré d'hydratation. Ensuite on a appliqué ce code sur une poutre en 3D par la liaison entre ABAQUS et la routine HETVAL afin d'extraire l'évolution de la température adiabatique et de degré d'hydratation en fonction de temps qui coïncident avec les résultats expérimentaux établis par Gargouri *et al.* [6]. En deuxième lieu, les paramètres mécaniques de béton au jeune âge comme le module d'Young, le coefficient de poisson ont été intégrés dans le modèle (modèle élastique). Ceci a permis d'étudier la déformation due à la dilatation thermique du béton en le renforçant en PRFV et en acier. Dans une étude ultérieure, on additionnera l'évolution du retrait endogène de béton renforcé en PRFV afin d'évaluer son effet sur l'interaction PRFV-béton.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Zreiki J. 2009. Comportement de béton au jeune âge dans les structures massives. Application au cas de réparation des ouvrages, Thèse de l'école Normale Supérieure de CACHAN.
- [2] Zaidi A., Masmoudi R. (2007) "Numerical analysis of the transverse thermal behaviour of FRP bars embedded in concrete" (CDCC-07) (Québec) Canada p. 303-31.





- [3] ULM F.J., Coussy O., 1995. Modelling of thermo-chemo-mechanical couplings of concrete at early ages, ASCE Eng Mech.
- [4] Cervera M., Faria R., Oiver J., Prato T. 2002. Numerical modeling of concrete curing regarding hydration and temperature phenomena, Computers and Structures, pp. 1511-1521.
- [5] DeSchutter G., Taerwe L. 1996. Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete, Materials and structures, Vol. 29, pp. 335-344.
- [6] Gargouri A., Daoud A., Loulizi A., Kallel A. 2016. Laboratory Investigation of Self-Consolidating Waste Tire Rubberized Concrete, ACI Journal of Materials.
- [7] Schock Bauteil GmbH Combar. 2006. Design guideline for concrete structures Reinforced with GFRP following the Requirements of DIN 1045-1 and EC2 Issued Germany, p. 2.