



## matériaux de construction

# MÉTHODE FANJUL : DOSAGE PONDÉRAL DES BÉTONS LÉGERS ET LOURDS

**Avelino FERNÁNDEZ-FANJUL\***, **Antonio José TENZA-ABRIL**

Université d'Alicante, Espagne

\* Email : aferfan@hotmail.com

## CONTEXTE

*Suite à des contacts en 2008 avec le Professeur des Bétons Spéciaux de l'Université Polytechnique de Catalogne Luís Agulló Fité (décédé en Août 2011), il est proposé à M. Fanjul de publier la méthode qu'il a développée au cours de sa carrière dans une revue technique espagnole. Au même moment, il lui est demandé d'aider une doctorante chilienne Yolanda Herrera dans sa thèse sur les bétons lourds. Puis, il collabore à la thèse d'une colombienne Diana Correa Camargo.*

*Suite au décès du Prof. Luis Agulló Fité, M. Fanjul a décidé de rentrer en contact avec les Annales du BTP.*

*Il a été aidé dans le développement informatique de sa méthode par le Professeur de Bétons Spéciaux de l'Université d'Alicante, Antonio José Tenza-Abril.*

En effet, les dosages se font par des méthodes volumétriques (1), des abaques (2), ou par approximations et tâtonnements (3), donnant lieu à des mélanges souvent imprécis.

Lorsque dans un béton, la densité souhaitée n'est pas fixée au préalable, n'importe laquelle des méthodes traditionnelles de formulation de bétons peut convenir : Fuller, Bolomey, ACI (1,4,5), Faury (6), Dreux (2), etc.

Mais lorsqu'on se fixe une densité de béton donnée, il n'existe pas de méthodologie spécifique exacte et rigoureuse, puisque :

- Si on obtient la densité fixée au préalable, on ne remplit pas le mètre cube de béton,
- Si on remplit le mètre cube de béton, on n'obtient pas la densité préalablement fixée.
- Ou bien, aucune des deux conditions n'est satisfaite. Les conséquences d'une telle façon de procéder sont parmi d'autres :
- Formuler des compositions approximatives et par tâtonnements,
- Ne pas pouvoir maintenir une densité du béton préalablement fixée lorsque se produit un changement dans la densité de n'importe quel granulat,

## 1. INTRODUCTION

Parmi les différents types de béton, ceux de faible et haute densité (légers et lourds) sont probablement ceux qui n'ont pas une méthodologie spécifique simple de formulation.

- Utiliser des granulats potentiellement incompatibles selon leurs densités respectives,
- Ne pas respecter le binôme poids-volume.

“La différence entre les granulats de faible et haute densité par rapport aux granulats utilisés normalement dans la fabrication des bétons fait que la formulation de ces bétons est différente” (7,8).

“La méthode la plus commune pour réduire ou augmenter la densité du béton consiste en la substitution des granulats de densités communes par d’autres granulats de faible et haute densité, selon le béton à doser” (9). “En général, les méthodes utilisées dans les bétons de faible et haute densité sont les mêmes que dans les bétons conventionnels” (11). “Nous ne pouvons pas remplir le mètre cube de béton et obtenir en même temps la densité souhaitée, et inversement” (7). “Chandra (7) propose le dosage en volume dans le cas d’utilisation de plusieurs granulats”.

“A cause du grand poids spécifique du ciment, une augmentation de son dosage entraînera évidemment une augmentation de la masse volumique du béton” (11).

“Le remplacement du granulat léger par du sable naturel augmentera la masse volumique du béton” (3).

“L’utilisation de granulats de petit diamètre et une plus grande proportion des grains fins augmentera la densité du béton.” (2).

Ces citations plus ou moins littérales de différents auteurs nous prouvent, si besoin était, que les méthodes actuellement utilisées sont incapables de satisfaire pleinement les besoins des techniciens face au problème d’une méthodologie de dosage des bétons légers et lourds.

La Méthode FANJUL proposée vient combler ce manque avec simplicité et rigueur. A première vue, il peut paraître paradoxale que des bétons de densités opposées puissent se doser à l’aide d’une même méthode, mais il faut tenir compte que nous ne recherchons pas à doser des granulats mais à obtenir des densités, qu’elles soient basses ou hautes.

## 2. MÉTHODE PROPOSÉE : LA MÉTHODE FANJUL

L’essentiel de la Méthode FANJUL est basé sur les deux principes suivants :

- Être capable d’obtenir n’importe quelle densité de béton avec une précision mathématique grâce à un seul et unique essai,
- Et, simultanément, remplir exactement le mètre cube de béton.

Étant donné son pragmatisme et son efficience, la méthode s’avère être un puissant outil de travail, respectant scrupuleusement le binôme poids-volume.

La Méthode FANJUL s’occupe uniquement du mélange des granulats dans la composition du béton. Les dosages en ciment et en eau sont considérés comme connus, soit imposés, soit déduits par d’autres méthodes en fonction des besoins d’ouvrabilité, de résistance, etc.

### 2.1. Méthode du Volume Absolu

#### 2.1.1. Cas général: pour $n \geq 2$ granulats de densités différentes

La méthode consiste à créer un système d’équations du premier degré, autant que le nombre de granulats ou de densités intervenant dans la formulation du béton.

La première équation est déduite d’une relation basique correspondant à la densité du béton [1] qu’on veut doser.

$$D_h = \frac{\sum M}{\sum V} = \frac{C + A' + (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)}{\frac{C}{D_c} + \frac{A'}{D_{A'}} + \frac{v}{1000} + \frac{A_1}{D_{A1}} + \frac{A_2}{D_{A2}} + \frac{A_3}{D_{A3}} + \dots + \frac{A_n}{D_{An}}} \quad [1]$$

Dans cette équation interviennent les masses et les volumes du ciment ( $C$ ), de l’eau ( $A'$ ) et des différents granulats ( $A_i$ ), ainsi que le volume des vides  $v$  de la composition.

De l’équation [1] il faut déduire  $\sum M_A$  [2].

$$\sum M_A = D_h - C - A' \quad [2]$$

Étant donné que le dosage est calculé pour un mètre cube de béton frais, l’équation [3] revient à égaliser à l’unité la somme de chacun des volumes des différents éléments intervenant dans le mélange.

$$\sum V = 1 = \frac{C}{D_c} + \frac{A'}{D_{A'}} + \frac{v}{1000} + \frac{A_1}{D_{A1}} + \frac{A_2}{D_{A2}} + \frac{A_3}{D_{A3}} + \dots + \frac{A_n}{D_{An}} \quad [3]$$

$$\sum V_A = \frac{A_1}{D_{A1}} + \frac{A_2}{D_{A2}} + \frac{A_3}{D_{A3}} + \dots + \frac{A_n}{D_{An}} \quad [4]$$

$$1 = \frac{C}{D_c} + \frac{A'}{D_{A'}} + \frac{v}{1000} + \sum V_A \quad [5]$$

#### Description des différents pas du dosage

**Pas A** (figure 1 page 34) : Dans le dosage d’un béton par la méthode FANJUL, on calcule le volume absolu des granulats [6] en remplaçant l’équation [4] dans l’équation [3]. Sachant que le volume du mélange est d’un mètre cube [5], nous déduisons le volume de l’ensemble des granulats intervenants dans la composition [6].

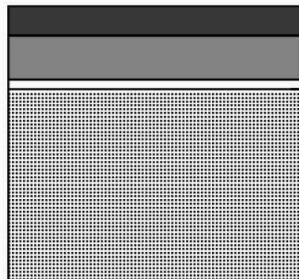
$$\sum V_A = 1 - \frac{C}{D_c} - \frac{A'}{D_{A'}} - \frac{v}{1000} \quad [6]$$

Après avoir déduit le volume absolu des granulats entrant dans la composition du béton, on définit une équation qui va nous permettre de trouver la densité du béton de référence.

Pour définir ce béton de référence, nous utilisons l’équation basique [1], en tenant compte que le volume total occupé dans la composition du béton est d’un mètre cube, et en utilisant le granulat de plus faible densité intervenant

## Pas A / Step A


 Cement / Cement  
 Eau / Water  
 Air / Air



Volume absolu des granulats /  
Absolute volume of the aggregates

$$\sum V_A$$

Calcul du béton de référence avec le granulat de plus faible densité  $A_n$ .

*Reference concrete can be calculated with the lower density aggregate  $A_n$ .*

$$D_{hAn} = C + A' + \left( \sum V_A \cdot D_{An} \right)$$

**Figure 1. Pas A), volume absolu des granulats et calcul du béton de référence.**

## Pas B / Step B

On calcule les volumes initiaux correspondants aux  $n-2$  granulats [9].

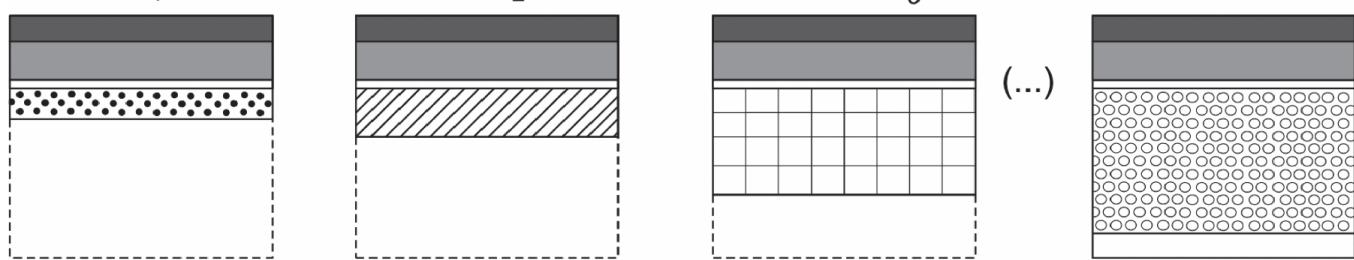
*Initial volumes are calculated for the  $n-2$  aggregates [9].*

$A_1$

$A_2$

$A_3$

$A^{n-2}$



$$V_{A1} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{A1} - D_{An}}$$

$$V_{A2} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{A2} - D_{An}}$$

$$V_{A3} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{A3} - D_{An}}$$

$$V_{An-2} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{An-2} - D_{An}}$$

**Figure 2. Pas B) calcul des volumes initiaux des granulats.**

dans le mélange. De cette façon nous obtenons la densité du béton de référence [7].

$$D_{hAn} = C + A' + \left( \sum V_A \cdot D_{An} \right) \quad [7]$$

**Pas B** (figure 2 ci-dessus) : Pour l'obtention de la masse nécessaire de chaque granulat de densité différente, nous avons recours à une relation qui tient compte de la fourchette de variation comprise entre la limite supérieure donnée par la densité du béton qu'on souhaite formuler  $D_h$ , et la limite inférieure définie par la densité du béton de référence  $D_{hAn}$  constituée dans son intégralité par le granulat de plus faible densité.

Le volume  $\sum V_A$  occupé par le granulat de plus faible densité se répartira entre le reste des granulats qui entrent dans

le mélange, d'après la relation définie quel que soit le granulat [8].

$$\frac{V_{Ai}}{V_T} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{Ai} - D_{An}} \quad [8]$$

Sachant que le volume total de la composition est d'un mètre cube, nous déduisons le volume occupé pour n'importe quel granulat  $V_A$ . De la même manière, nous déduisons le reste des relations pour les  $n-2$  granulats de différentes densités entrant dans le mélange [9].

Chacune des relations représente les volumes respectifs initiaux des  $n-2$  granulats, classés de la plus grande à la plus faible densité, (Figure 2).

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{A1} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{A1} - D_{An}} \\ V_{A2} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{A2} - D_{An}} \\ V_{A3} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{A3} - D_{An}} \\ \dots \\ V_{An-2} = \frac{D_h - D_{hAn}}{D_{An-2} - D_{An}} \end{array} \right. [9]$$

**Pas C** (figure 3 ci-dessous) : La détermination des volumes absolus réels des  $n-2$  granulats se fait en appliquant le coefficient correcteur FANJUL, commun à tous les granulats [10].

$$F = \frac{D_{An}}{D_{A1}} [10]$$

Ce coefficient est déduit du rapport inversement proportionnel qui existe entre la densité et le volume (plus la densité est grande, plus le volume est faible).

Pour obtenir les volumes réels, nous réduisons chacun des volumes initiaux calculés précédemment au moyen du coefficient correcteur F. De cette façon, nous obtenons les volumes réels des  $n-2$  granulats [11], tel qu'on peut le voir dans la Figure 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} V'_{A1} = V_{A1} \cdot F \\ V'_{A2} = V_{A2} \cdot (1-F) - V'_{A1} \\ V'_{A3} = V_{A3} \cdot (1-F) - V'_{A1} - V'_{A2} \\ \dots \\ V'_{An-2} = V_{An-2} \cdot (1-F) - V'_{A1} - V'_{A2} - V'_{A3} - \dots - V'_{An-3} \end{array} \right. [11]$$

**Pas D** (figure 4 page 36) : Une fois connus les volumes réels occupés par les  $n-2$  granulats utilisés dans le mélange, on procède au calcul de leur masse en multipliant par leur densité respective.

Il reste à calculer les masses et les volumes des deux granulats ayant les densités les plus faibles  $A_{n-1}$  et  $A_n$  à l'aide d'un système de deux équations. La première équation correspond à la densité du béton préalablement fixée [1] avec le dénominateur commun égal à l'unité puisqu'on cherche le dosage pour un mètre cube de béton [12]. La deuxième équation provient de l'équation [3], en considérant que la somme des volumes de tous les granulats est le volume absolu des granulats [13]. Le processus est décrit dans la Figure 4.

$$\frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{1 \text{ m}^3} = D_h - C - A' [12]$$

$$V'_{A1} + V'_{A2} + V'_{A3} + \dots + V'_{An-1} + V'_{An} + = 1 - \frac{C}{D_c} - \frac{A'}{D_{A'}} - \frac{v}{1000} [13]$$

En résolvant le système [14] nous connaissons le dosage correspondant aux deux granulats de plus faible densité, et en même temps nous complétons le dosage final de la composition.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_A = A_{n-1} + A_n \\ \sum v_A = \frac{A_{n-1}}{D_{An-1}} + \frac{A_n}{D_{An}} \end{array} \right. [14]$$

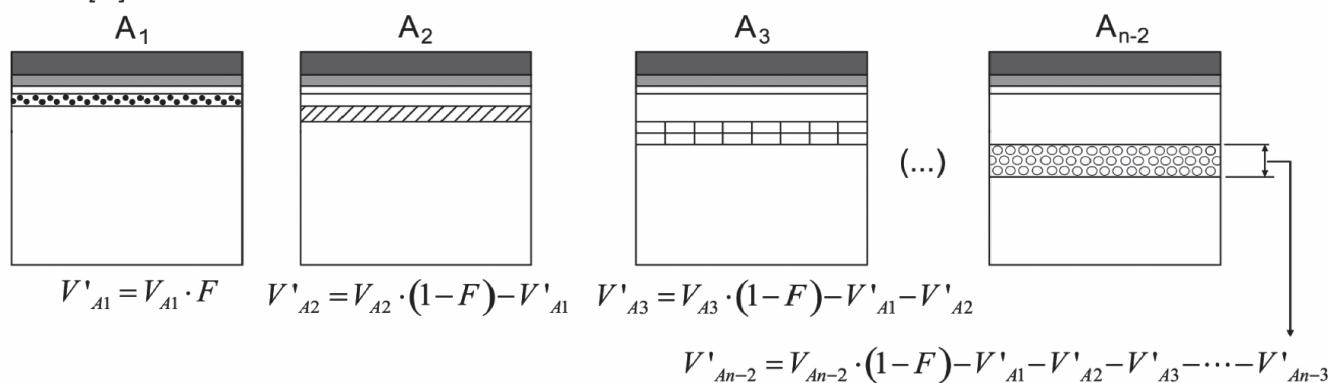
Pour pouvoir résoudre cette équation, il est impératif que la densité du granulat  $D_{An-1}$  soit supérieure à la densité moyenne obtenue dans la relation [15].

$$D_{An-1} > \frac{\sum m_A}{\sum v_A} [15]$$

### Paso C / Step C

Étant donné que les volumes initiaux de  $n-2$  granulats de la Phase B dépassent le volume destiné aux granulats  $\sum V_A$ , nous les appliquons le coefficient correcteur FANJUL F[10], afin de les faire "rentrer" dans le volume qui les correspond [11].

*As the volumes calculated in Phase B exceeds the absolute aggregate volume  $\sum V_A$ , Fanjul coefficient [10], thus are embedded in the volume [11].*



**Figure 3. Pas C) calcul des volumes réels des  $n-2$  granulats.**

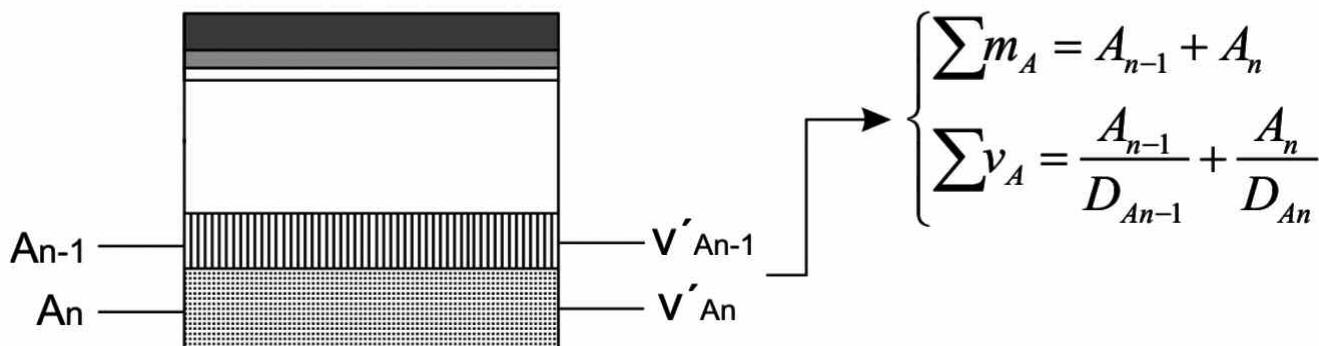


## Pas D / Step D

Calcul des masses et volumes des deux granulats de plus faible densité avec l'équation [14].

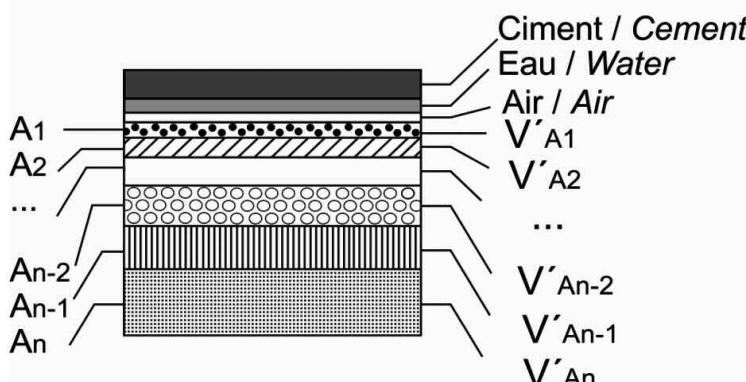
*Two lower density aggregates can be calculated by solving the equation [14].*

$$A_{n-1} + A_n$$



**Figure 4. Pas D) calcul des masses et volumes des deux granulats.**

## Pas E / Step E



Partage des volumes des différents constituants dans le mètre cube de béton.

*Distribution of volumes in one cubic meter of concrete.*

Évidemment, la densité du granulat  $D_{An}$  doit être inférieure à la densité moyenne. Le non respect de l'équation [15] ne permettra pas une solution physique de l'équation [14]. Le cas échéant, on pourra résoudre l'équation [14] en faisant appel au procédé du groupement des granulats qui sera traité dans le point 2.1.2.

**Pas E** (figure 5 ci-dessus) : Partage des volumes de tous les granulats, du ciment, de l'eau et des vides qui entrent dans la composition d'un mètre cube de béton.

Multipliant les différents volumes réels par leur densité respective, nous obtenons les masses de tous les granulats qui ajoutées aux masses et volumes absolus du ciment, de l'eau et des vides, complètent la composition du béton.

### 2.1.1.1. Exemple de composition d'un cas général, pour $n=6$ granulats

Données de base : Béton léger de densité fraîche fixée à 1500 kg/m<sup>3</sup>, dosage en ciment de 350 kg/m<sup>3</sup> pour 3100 kg/m<sup>3</sup> de densité, et 175 kg/m<sup>3</sup> d'eau. Par commodité, nous négligeons les vides. (Tableau 1).

Comme nous l'avons déjà dit dans la méthode générale, le premier pas est d'obtenir le volume des granulats à l'aide de l'équation [6].

$$\sum V_A = 1 - \frac{350}{3100} - \frac{175}{1000} = 0.7121 m^3$$

	<b>Granulat 1</b>	<b>Granulat 2</b>	<b>Granulat 3</b>	<b>Granulat 4</b>	<b>Granulat 5</b>	<b>Granulat 6</b>
<b>Densité (kg/m³)</b>	1800	1600	1500	1400	1300	1000

\* Les granulats sont classés suivant leur densité.

**Tableau 1. Granulats et densités utilisées dans la composition du béton.**

Après avoir calculé le volume occupé par les granulats, on déduit la densité du béton de référence [6] avec le granulat de plus faible densité  $A_n$ .

$$D_{h46} = 350 + 175 + (0.7121 \cdot 1000) = 1237.1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Du système d'équations [8] on obtient les  $n-2$  relations, dans notre cas  $6-2=4$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{A1} = \frac{1500 - 1237.1}{1800 - 1000} = 0.3286 \text{ m}^3 \\ V_{A2} = \frac{1500 - 1237.1}{1600 - 1000} = 0.4382 \text{ m}^3 \\ V_{A3} = \frac{1500 - 1237.1}{1500 - 1000} = 0.5258 \text{ m}^3 \\ V_{A4} = \frac{1500 - 1237.1}{1400 - 1000} = 0.6573 \text{ m}^3 \end{array} \right.$$

Ensuite, nous calculons le coefficient correcteur FANJUL [10], et nous l'appliquons au système d'équations [9] pour obtenir le volume réel des 4 granulats de plus forte densité.

$$F = \frac{1000}{1800} = 0.5556$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V'_{A1} = 0.3286 \cdot 0.5556 = 0.1826 \text{ m}^3 \\ V'_{A2} = 0.4382 \cdot (1 - 0.5556) - 0.1826 = 0.0121 \text{ m}^3 \\ V'_{A3} = 0.5258 \cdot (1 - 0.5556) - 0.1826 - 0.0121 = 0.0390 \text{ m}^3 \\ V'_{A4} = 0.6573 \cdot (1 - 0.5556) - 0.1826 - 0.0121 - 0.0390 = 0.0584 \text{ m}^3 \end{array} \right.$$

Il ne nous reste qu'à calculer les valeurs relatives aux deux granulats de plus faible densité avec l'aide du système d'équations [12] et [13]. La première des équations se résout moyennant l'équation [12], en substituant les valeurs déjà calculés antérieurement.

$$\begin{aligned} A_5 + A_6 &= 1500 - 350 - 175 - [(0.1826 \cdot 1800) + (0.0121 \cdot 1600) + (0.0390 \cdot 1500) + (0.0584 \cdot 1400)] \\ A_5 + A_6 &= 486 \text{ kg} \end{aligned}$$

La seconde équation [13] se résout en connaissant les volumes réels [11].

$$\begin{aligned} 0.1826 + 0.0121 + 0.0390 + 0.0584 + \frac{A_5}{1300} + \frac{A_6}{1000} &= 1 - \frac{350}{3100} - \frac{175}{1000} \\ \frac{A_5}{1300} + \frac{A_6}{1000} &= 0.4200 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_5 + A_6 = 486 \text{ kg} \\ \frac{A_5}{1300} + \frac{A_6}{1000} = 0.4200 \end{array} \right.$$

En résolvant le système on obtient le mélange des deux granulats de plus faible densité. Dans le Tableau 2 nous résumons le résultat de la composition finale, et on peut constater que nous obtenons exactement la densité fixée au préalable en même temps que nous remplissons le mètre cube de béton.

Nous pouvons donc dire que la Méthode FANJUL peut être utilisée d'une manière simple et précise dans le calcul des compositions des bétons légers et lourds dont le paramètre principal est l'obtention d'une densité préalablement fixée.

<b>Matériaux</b>	<b>Densité (kg/m³)</b>	<b>Volume (m³)</b>	<b>Poids (kg/m³)</b>
Ciment	3100	0.1129	350
Eau	1000	0.1750	175
$A_1$	1800	0.1826	329
$A_2$	1600	0.0121	19
$A_3$	1500	0.0390	59
$A_4$	1400	0.0584	82
$A_5$	1300	0.2200	286
$A_6$	1000	0.2000	200
<b>TOTAL</b>		<b>1</b>	<b>1500</b>

**Tableau 2. Résultat de la composition finale.**

## 2.1.2. Groupement des granulats

Lorsque le nombre de granulats de différente densité d'une composition est supérieur à deux, soit pour des raisons techniques et/ou économiques, soit pour des raisons d'incompatibilité physique entre les deux densités plus faibles, il peut être intéressant de partager les granulats en groupes de deux ou plus de densités. La composition se réalise alors par groupes et après se partage proportionnellement entre les granulats. Cette façon de procéder peut s'avérer un outil de travail intéressant pour pouvoir modifier certaines des quantités déjà obtenues dans une composition donnée, ainsi que pour modifier les performances physiques et mécaniques du béton.

Le groupement peut se faire en utilisant les proportions de fractions granulaires, en établissant des proportions entre les densités des granulats ou bien par n'importe quelle autre option. Après avoir fait le groupement, on calcule la densité moyenne pondérée de chaque groupe, puis on résout comme précédemment pour  $n=2$  granulats (ou  $n \geq 2$ ). Une fois que la composition est achevée, par le chemin inverse, nous répartissons les quantités entre les densités respectives de chacun des granulats.

### 2.1.2.1. Procédé du groupement des granulats

Nous allons montrer le procédé du groupement dans le cas de deux groupes (dans le cas de plus de deux groupes, nous utiliserons la méthode de  $n \geq 2$ ).

- a) Donnons aux granulats des pourcentages (déduits par des raisons techniques ou arbitraires) pour former les groupes 1 et 2. Chacun des pourcentages est appelé  $p_{A1}$ ,  $p_{A2}, \dots, p_{An}$ .
- b) On calcule les densités moyennes pondérées de chaque groupe [16] qui s'appellent respectivement  $D_{m1}$ ,  $D_{m2}$ .

$$\begin{cases} D_{m1} = D_{A1} \cdot p_{A1} + D_{A2} \cdot p_{A2} + D_{A3} \cdot p_{A3} + \dots + D_{Ai} \cdot p_{Ai} \\ D_{m2} = D_{Ai+1} \cdot p_{Ai+1} + D_{Ai+2} \cdot p_{Ai+2} + \dots + D_{An} \cdot p_{An} \end{cases} \quad [16]$$

Posons,

$$\left( \begin{array}{l} p_{A1} + p_{A2} + p_{A3} + \dots + p_{Ai} = 100 \\ p_{Ai+1} + p_{Ai+2} + \dots + p_{An} = 100 \end{array} \right)$$

- c) Ensuite, nous résolvons comme dans le cas  $n=2$ . Puis nous calculons la densité du béton de référence avec la plus faible des densités, c'est à dire, celle du deuxième groupe  $D_{m2}$ . Comme nous l'avons déjà vu dans la méthode générale, nous calculons d'abord le volume absolu des granulats [6], puis la densité du béton de référence [17] avec la densité moyenne pondérée du groupe des granulats de plus faible densité.

$$D_{hm2} = C + A + \left( \sum V_A \cdot D_{Am2} \right) \quad [17]$$

- d) Comme indiqué dans le cas général, nous calculons le volume occupé par le groupe des granulats de la plus grande densité [18], c'est à dire, le groupe 1.

$$V_{m1} = \frac{D_h - D_{hm2}}{D_{m1} - D_{m2}} \quad [18]$$

- e) Nous en déduisons le volume occupé par le groupe de plus faible densité [19].

$$V_{m2} = \sum V_A - V_{m1} \quad [19]$$

- f) Connaissant les volumes des deux groupes de granulats et leurs densités moyennes pondérées, nous en déduisons leurs masses [20].

$$\begin{cases} m_1 = V_{m1} \cdot D_{m1} \\ m_2 = V_{m2} \cdot D_{m2} \end{cases} \quad [20]$$

- g) Le dernier pas, destiné à obtenir les volumes et les masses de chacun des granulats [21] qui forment chaque groupe est automatique, puisque nous connaissons leurs pourcentages relatifs.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} V'_{A1} = V_{m1} \cdot p_{A1} \\ V'_{A2} = V_{m1} \cdot p_{A2} \\ \dots \\ V'_{Ai} = V_{m1} \cdot p_{Ai} \\ V'_{Ai+1} = V_{m2} \cdot p_{Ai+1} \\ \dots \\ V'_{An-1} = V_{m2} \cdot p_{An-1} \\ V'_{An} = V_{m2} \cdot p_{An} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} m_{A1} = V'_{A1} \cdot D_{A1} \\ m_{A2} = V'_{A2} \cdot D_{A2} \\ \dots \\ m_{Ai} = V'_{Ai} \cdot D_{Ai} \\ m_{Ai+1} = V'_{Ai+1} \cdot D_{Ai+1} \\ \dots \\ m_{An-1} = V'_{An-1} \cdot D_{An-1} \\ m_{An} = V'_{An} \cdot D_{An} \end{bmatrix} \\ [21] \end{cases}$$

Il est évident que plus grande sera la densité supérieure, plus grande sera sa quantité dans le mélange, et inversement, plus la densité faible sera importante, moindre sera la quantité des autres densités.

La composition se complétera en ajoutant les volumes et masses du ciment, de l'eau et des vides.

### 2.1.2.2. Exemple de composition par le procédé du groupement des granulats.

Les données de base sont les mêmes que dans l'exemple (2.1.3), c'est-à-dire une densité fraîche fixée du béton léger de 1500 kg/m<sup>3</sup>, des dosages en ciment de 350 kg/m<sup>3</sup> et en eau de 175 kg/m<sup>3</sup> avec les mêmes densités et les vides négligés.

Nous commençons par former deux groupes et par donner aux granulats les pourcentages arbitraires qui figurent dans le Tableau 3.

On calcule les densités moyennes pondérées des deux groupes suivant [16], puis on déduit le volume absolu des granulats [6]. Ceci nous permet de calculer la densité du béton de référence avec la densité du groupe de plus faible densité, c'est à dire, le groupe 2 [17].

Groupe	Pourcentage (%)	Densité (kg/m³)	Dénomination
1	30	1800	A <sub>1</sub>
	50	1600	A <sub>2</sub>
	20	1500	A <sub>3</sub>
2	30	1400	A <sub>4</sub>
	40	1300	A <sub>5</sub>
	30	1000	A <sub>6</sub>

**Tableau 3. Formation des groupes.**

$$D_{m1} = 0.30 \cdot 1800 + 0.50 \cdot 1600 + 0.20 \cdot 1500 = 1640 \text{ kg/m}^3$$

$$D_{m2} = 0.30 \cdot 1400 + 0.40 \cdot 1300 + 0.30 \cdot 1000 = 1240 \text{ kg/m}^3$$

$$\sum V_A = 1 - \left( \frac{350}{3100} \right) - \left( \frac{175}{1000} \right) = 0.7121 \text{ m}^3$$

$$D_{hm2} = 350 + 175 + (0.7121 \cdot 1240) = 1408 \text{ kg/m}^3$$

Ensuite, nous calculons le volume occupé par le groupe des granulats de plus grande densité [18], c'est à dire le groupe 1.

$$V_{m1} = \left( \frac{D_h - D_{hm2}}{D_{m1} - D_{m2}} \right) = \left( \frac{1500 - 1408}{1640 - 1240} \right) = 0.2300 \text{ m}^3$$

Et nous en déduisons le volume occupé par le groupe de plus faible densité [19].

$$V_{m2} = \sum V_A - V_{m1} = 0.7121 - 0.2300 = 0.4821 \text{ m}^3$$

Avec les volumes des deux groupes de granulats et leurs densités moyennes pondérées respectives nous obtenons les masses [20] de chaque groupe de granulats.

$$m_1 = V_{m1} \cdot D_{m1} = 0.2300 \cdot 1640 = 377 \text{ kg/m}^3$$

$$m_2 = V_{m2} \cdot D_{m2} = 0.4821 \cdot 1240 = 598 \text{ kg/m}^3$$

Finalement nous obtenons les volumes et les masses de chacun des granulats [21], et avec les masses et les volumes du ciment et de l'eau on complète la composition du béton. Dans le Tableau 4 nous résumons la composition finale obtenue. La densité du béton et son volume sont exactement les mêmes que ceux obtenus dans l'exemple précédent (Tableau 2).

### 2.1.3. Cas particulier: n=1 granulat ou densité

Lorsque la composition est formée seulement d'un seul granulat ou d'une seule densité, pour pouvoir obtenir la densité préalablement fixée il n'y a que deux solutions :

- Impérativement, la densité du granulat léger doit être exactement égale à celle qui résulte du rapport entre les équations [2] et [4]. Si tel n'est pas le cas, il est absolument impossible de remplir exactement le mètre cube de béton. Avec l'aide de l'équation [7] nous complétons la composition.
- La deuxième option est de faire appel à un autre granulat complémentaire dont la densité soit supérieure à celle obtenue plus haut, et logiquement, sa solution sera faite comme dans le cas de n=2.

Matériaux	Densité (kg/m³)	Pourcentage (%)	Volume des groupes (m³)	Volume matériaux (m³)	Poids (kg/m³)
Ciment	3100			0.1129	350
Eau	1000			0.1750	175
A <sub>1</sub>	1800	30	0.2300	0.0690	124
A <sub>2</sub>	1600	50		0.1150	184
A <sub>3</sub>	1500	20		0.0460	69
A <sub>4</sub>	1400	30	0.4821	0.1446	202
A <sub>5</sub>	1300	40		0.1929	251
A <sub>6</sub>	1000	30		0.1446	145
<b>TOTAL</b>				<b>1</b>	<b>1500</b>

**Tableau 4. Résultat final de la composition.**



#### 2.1.4. Cas particulier: $n = 2$ granulats ou densités différentes.

C'est sans doute le cas le plus utilisé, en raison de l'impossibilité que présentent les méthodes actuellement en service pour résoudre les cas  $n \geq 2$  granulats.

Selon la méthode FANJUL, la composition des bétons légers et lourds avec deux granulats peut s'effectuer des quatre manières distinctes :

- Procédé en volume absolu
- Procédé analytique
- Procédé graphique
- Procédé proportionnel

##### 2.1.4.1. Procédé volume absolu

Étant donné qu'il s'agit d'un cas particulier de la méthode générale, puisque nous disposons seulement de deux granulats, il suffit de faire appel aux équations [2] et [6] pour former l'équation [14] pour résoudre le problème, en tenant compte de l'équation [15]. Ajoutant les volumes et les masses du ciment, de l'eau et de l'air nous complétons la composition.

###### 2.1.4.1.1. Exemple de composition

Béton lourd de densité fraîche exigée de  $3000 \text{ kg/m}^3$ , avec un sable calcaire de densité  $2600 \text{ kg/m}^3$  et une grave de barytine de densité  $4100 \text{ kg/m}^3$ , et avec  $350 \text{ kg/m}^3$  de ciment de densité  $3100 \text{ kg/m}^3$  et  $175 \text{ kg/m}^3$  d'eau. Nous négligeons les vides. Des équations [2] et [6] nous déduisons :

$$\sum M_A = 3000 - 350 - 175 = 2475 \text{ kg}$$

$$\sum V_A = 1 - \left( \frac{350}{3100} \right) - \left( \frac{175}{1000} \right) = 0.7121 \text{ m}^3$$

Sur la base de l'équation [14] nous en tirons :

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 2475 \text{ kg} \\ 0.7121 \text{ m}^3 = \left( \frac{A_1}{4100} \right) + \left( \frac{A_2}{2600} \right) \end{cases}$$

En résolvant le système nous avons :

$$A_1 = 0.4157 \text{ m}^3 \quad \text{et} \quad 1704 \text{ kg}$$

$$A_2 = 0.2964 \text{ m}^3 \quad \text{et} \quad 771 \text{ kg}$$

Le Tableau 5 résume la composition.

Matériaux	Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	Volume ( $\text{m}^3$ )	Poids (kg)
Ciment	3100	0,1129	350
Eau	1000	0,1750	175
$A_1$	4100	0,4157	1704
$A_2$	2600	0,2964	771
<b>TOTAL</b>		<b>1</b>	<b>3000</b>

**Tableau 5. Résultat final du dosage.**

##### 2.1.4.2. Procédé analytique

Nous allons résoudre ce cas par le biais d'une droite passant par deux points extrêmes connus. Le premier point est constitué initialement par le béton de référence du granulat de plus grande densité, et a pour coordonnées  $(1 ; D_{hAn})$ . Si nous remplaçons progressivement celui-ci par le granulat de plus faible densité son pourcentage se réduit de façon linéaire, et à la limite, le volume des granulats finira par être occupé intégralement par le granulat de plus faible densité, et nous aurons alors l'autre béton de référence qui nous donnera le deuxième point de la droite et dont les coordonnées seront  $(0 ; D_{hAn})$ . Les deux bétons de référence seront calculés avec l'équation [7], après avoir déduit le volume des granulats  $\sum V_A$  avec l'équation [6].

L'équation de la droite qui passe par les deux points connus s'écrit:

$$Y - Y_1 = \left( \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \right) \cdot (X - X_1) \quad [22]$$

Après avoir remplacé  $X_1, X_2, Y_1$  et  $Y_2$  par leurs valeurs on mettra finalement cette expression sous la forme simple

$$Y = b \cdot X + a \quad [23]$$

avec  $Y$ = densité du béton préalablement fixée,  $b$ = pente de la droite,  $X$ = proportion du granulat de plus grande densité et  $a$ = densité du béton de référence du granulat de plus faible densité.

La proportion  $X$  multipliée par le volume absolu des granulats ( $\sum V_A$ ) nous donnera le volume absolu du granulat de plus grande densité [24]

$$V'_{A1} = X \cdot \sum V_A \quad [24]$$

d'où on tire

$$V'_{A2} = \sum V_A - V'_{A1} \quad [25]$$

Nous avons déjà les volumes absolus des granulats, en les multipliant par leurs densités respectives nous obtenons leur masse correspondante. Il ne nous reste qu'à ajouter les masses et volumes du ciment, de l'eau et de l'air pour compléter la composition.

###### 2.1.4.2.1. Exemple de composition selon le procédé analytique

Il s'agit de formuler le même béton étudié dans le cas antérieur. Rappelons les données : densité fraîche fixée du béton lourd  $3000 \text{ kg/m}^3$ , avec un sable calcaire et une grave de barytine de  $2600$  et  $4100 \text{ kg/m}^3$  de densité respective-



ment, 350 kg/m<sup>3</sup> de ciment de densité 3100 kg/m<sup>3</sup> et 175 kg/m<sup>3</sup> d'eau. Nous négligeons les vides.

Nous commençons par calculer le volume des granulats avec l'équation [6] et les deux points extrêmes de la droite avec l'équation [7].

$$\sum V_A = 1 - \left( \frac{350}{3100} \right) - \left( \frac{175}{1000} \right) = 0.7121 m^3$$

$$Y_2 = D_{hA2} = (0.7121 \cdot 4100) + 350 + 175 = 3444.61 kg/m^3$$

ayant comme point de coordonnées (1 ; 3444.61)

$$Y_1 = D_{hA1} = (0.7121 \cdot 2600) + 350 + 175 = 2376.46 kg/m^3$$

ayant comme point de coordonnées (1 ; 2376.46)  
d'où l'équation de la droite qui passe par les deux points connus

$$Y - 2376.46 = \left( \frac{3444.61 - 2376.46}{1 - 0} \right) \cdot (X - 0)$$

qui dans sa forme simple devient

$$Y = 3000 = 1068.15 \cdot X + 2376.46$$

d'où  $X = 0.5838$

A l'aide des équations [24] et [25] nous obtenons les volumes absolu de chacun des granulats.

$$V'_{A1} = 0.5838 \cdot \sum V_A = 0.5838 \cdot 0.7121 = 0.4157 m^3 \rightarrow A_1 = 1704 kg$$

$$V'_{A2} = \sum V_A - V'_{A1} = 0.7121 - 0.4157 = 0.2964 m^3 \rightarrow A_2 = 771 kg$$

Ces volumes et poids sont exactement égaux à ceux calculés auparavant dans le procédé du volume absolu.

#### 2.1.4.3. Procédé graphique

C'est une conséquence logique du procédé analytique. En réalité il s'agit du même procédé mais avec une petite variante. En effet, la première partie est la même, ayant recours aux équations [6] et [7] définissant les deux bétons extrêmes de référence et l'équation de la droite [23].

A partir des deux bétons de référence que nous venons de calculer se construit un graphique dont l'ordonnée représente la densité du béton. Elle est comprise, au minimum entre les densités des deux bétons de référence extrêmes ; quand à l'abscisse, elle représente le volume absolu du granulat de plus grande densité qui est compris entre 0 et  $\sum V_A$  m<sup>3</sup> minimum.

Puisque dans le graphique la pente  $m$  est :

$$m = \frac{(D_{hA1} - D_{hA2})}{\sum V_A} \quad [26]$$

l'équation de la droite du graphique devient égale à

$$Y = D_h = m \cdot \sum V_A + D_{hA2} \quad [27]$$

d'où on tire

$$\sum V_A = V'_{A1} = \frac{(D_h - D_{hA2})}{m} \quad [28]$$

$$V'_{A2} = \sum V_A - V'_{A1}$$

#### 2.1.4.3.1. Exemple de composition par le procédé graphique

Les données de base étant les mêmes que dans l'exemple analytique ainsi que les deux densités des deux bétons de référence extrêmes qui, rappelons-le, sont de 3444.61 et 2376.46 kg/m<sup>3</sup> respectivement. D'autre part, l'équation de la droite selon le procédé analytique est égale à :

$$Y = 1068.15 \cdot X + 2376.46$$

La pente de la droite du graphique [26] est :

$$\frac{(3444.61 - 2376.46)}{0.7121} = 1500$$

et l'équation de la droite du graphique [27] sera égale à :

$$Y = D_h = 1500 \cdot \sum V_A + 2376.46 \quad \text{avec} \quad \sum V_A \rightarrow V'_{A1}$$

d'où

$$V'_{A1} = \frac{(3000 - 2376.46)}{1500} = 0.4157 m^3$$

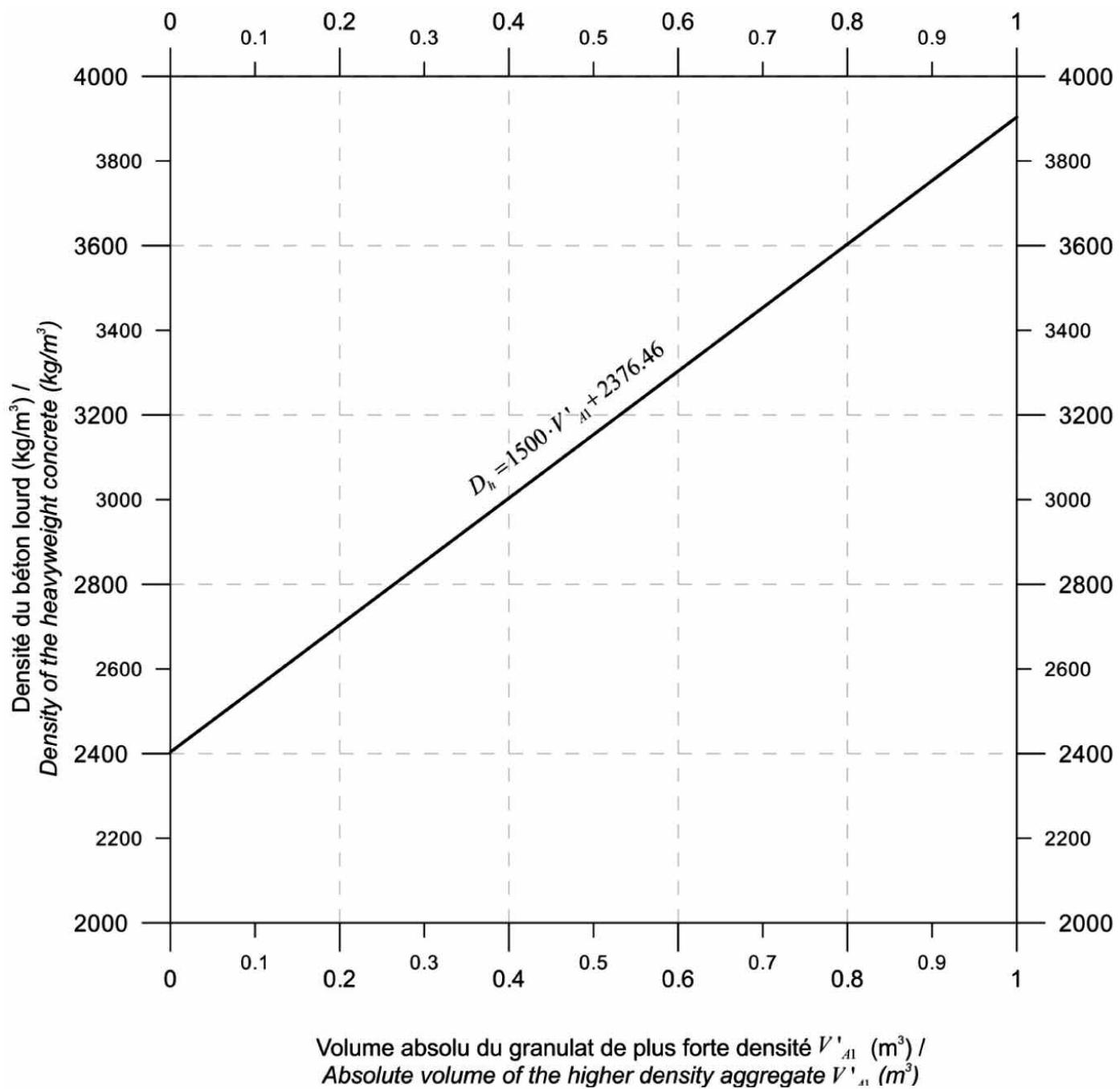
$V'_{A1}$  étant égal au volume du cas analytique, il s'ensuit que tous les autres données seront également égales (Figure 6).

#### 2.1.4.4. Procédé proportionnel

Le rapport entre les équations [2] et [4] nous donne la densité moyenne des granulats dans le mélange [29].

$$\overline{D}_A = \frac{\sum M_A}{\sum V_A} \quad [29]$$

Cette équation est similaire à l'équation [15].



**Figure 6. Évolution de la densité du béton en fonction du volume absolu du granulat de plus forte densité.**

Soit deux granulats  $A_1$  et  $A_2$  de densité  $D_{A1}$  et  $D_{A2}$  dont les proportions dans le mélange sont de ( $X$ ) et ( $1-X$ ) respectivement, si nous égalisons la densité moyenne des granulats [29] avec la densité moyenne pondérée des mêmes, nous avons.

$$\overline{D_A} = D_{A1} \cdot X + D_{A2} \cdot (1-X) \quad [30]$$

En résolvant l'équation nous obtenons les proportions de chaque granulat dans le mélange, qui multipliés par le volume total des granulats [4] nous donnent les volumes absolus respectifs des granulats. Ces volumes multipliés par leurs densités respectives nous donnent les poids de chacun des granulats. Aux volumes et poids ainsi obtenus

nous ajoutons les volumes et poids du ciment, de l'eau et de l'air et nous complétons finalement la composition du béton recherché.

#### 2.1.4.4.1. Exemple de composition de béton avec le procédé proportionnel

Nous nous servirons des mêmes données que dans les autres procédés de  $n=2$  granulats. La densité moyenne des granulats [29] sera égale à :

$$\overline{D_A} = \frac{2475}{0.7121} = 3475.64 \text{ kg/m}^3$$

De l'équation [30] on tire :

$$3475.64 = 4100 \cdot X + 2600 \cdot (1 - X)$$

En résolvant nous obtenons :

$$X = 0.5838$$

Cette valeur a déjà été obtenue dans l'exemple analytique. La suite donc est la même.

Nous venons donc de décrire quatre procédés différents de formulation de bétons légers et lourds pour  $n=2$  granulats qui donnent le même résultat. Notre choix paraît bon.

#### 2.1.5. Cas particulier : $n=3$ granulats ou densités différentes

En réalité il ne s'agit pas à vrai dire d'une méthode différente mais plutôt d'une variante qui permet de donner le dosage des granulats, non seulement lorsque  $n=3$ , mais aussi pour tout nombre dépassant 3.

Le procédé à utiliser sera bien évidemment le cas général  $n \geq 2$ , mais avec les nuances suivantes :

- a) Lorsqu'il n'y a pas d'incompatibilité entre les densités des deux granulats de plus faible densité, on peut utiliser intégralement le cas  $n \geq 2$ ,
- b) Si tel n'est pas le cas, on peut soit utiliser seulement le granulat de plus grande densité  $D_{A1}$  et celui immédiatement inférieur  $D_{A2}$  comme dans les équations [9] et [11], et déduire leurs volumes du volume total  $\sum V_A$ . Le reste des opérations est conduit comme indiqué pour  $n \geq 2$ .
- c) Ou, en calculant le volume du granulat de plus grande densité  $D_{A1}$  avec l'équation [11] et les volumes des

autres granulats avec l'équation [14]. La suite des opérations est conduite comme indiqué en  $n \geq 2$ .

- d) Ou bien, en utilisant le procédé du groupement des granulats.

### 3. COMPARAISON DE COMPOSITIONS DES BÉTONS LÉGERS ET LOURDS DE DIFFÉRENTS AUTEURS AVEC LA MÉTHODE FANJUL

Dans les deux graphiques (Figure 7) ci-dessous nous avons indiqué les densités et les volumes donnés par différents auteurs sur diverses compositions de bétons légers et lourds, et nous les avons comparés en prenant notre méthode comme référence.

En regardant les deux graphiques nous constatons les écarts de densité et de volume des différents auteurs par rapport à la méthode FANJUL. L'effet d'échelle pourrait ne pas permettre une bonne appréciation des écarts. La méthode FANJUL permet toujours de maintenir constante la densité du béton étudié tout en remplissant le mètre cube de béton, alors que les autres méthodes font défaut, avec des conséquences fâcheuses en termes de sur ou sous dosage en ciment, etc., ainsi que sur les performances physico-mécaniques du béton. Tout ceci montre que la méthode FANJUL est un outil de formulation des bétons légers et lourds exacte et rigoureuse.

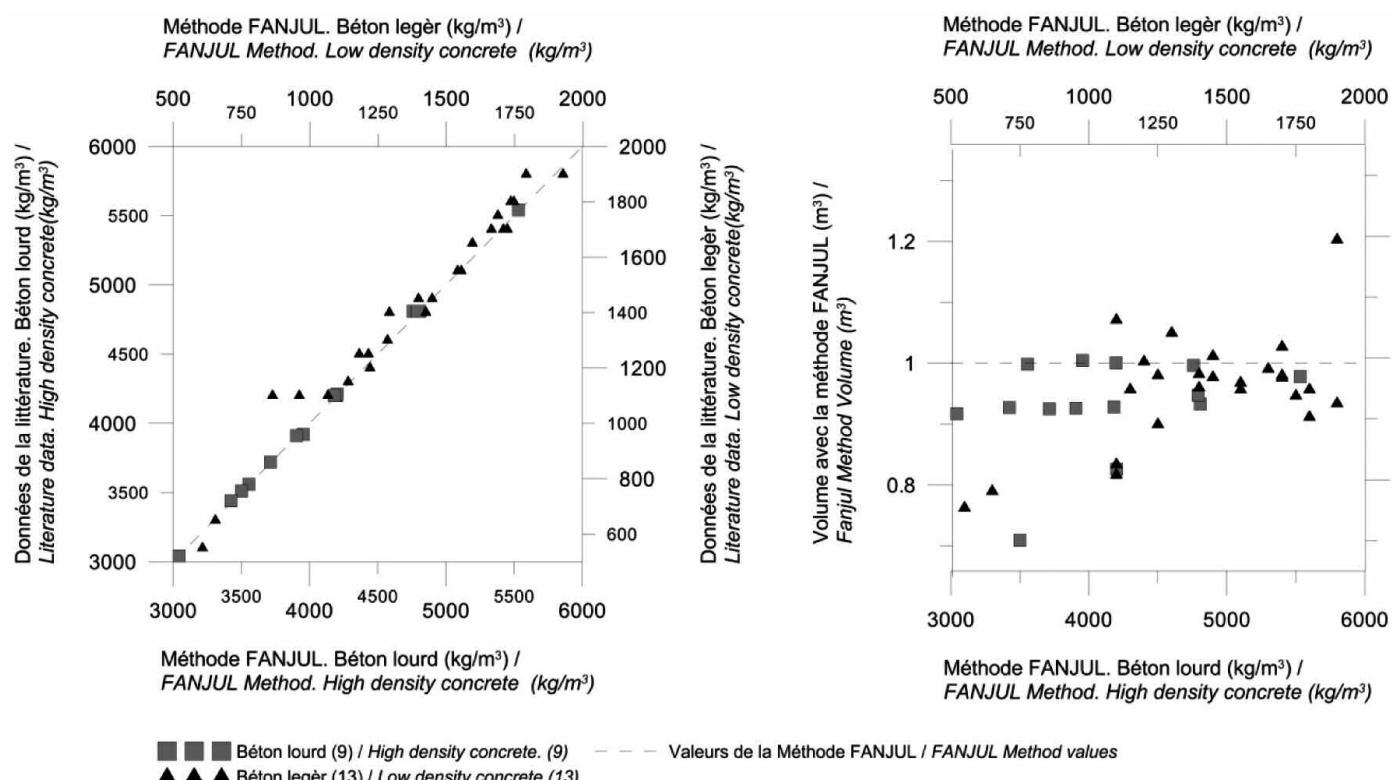


Figure 7. Graphiques comparatifs

## 4. COMPLÉMENTS SUR LE DOSAGE DE $n=2$ GRANULATS OU DENSITÉS DIFFÉRENTES

Afin d'orienter le choix des granulats les plus appropriés pour la composition de ce genre de béton, nous avons élaboré deux tableaux (un pour le béton léger et un autre pour le béton lourd), avec les données suivantes :

a) Les densités vraies ou fictives de 19 granulats légers et 14 granulats lourds, qui couvrent pratiquement tout le spectre de densités des granulats susceptibles d'être utilisés ( $D_{A2}$ ).

- b) Les dosages en ciment et eau pour les deux types de béton sont de 350 et 175 kg/m<sup>3</sup> respectivement, avec un rapport eau/ciment de 0,50. Ce rapport est une valeur moyenne. Avec ces valeurs nous avons calculé les bétons qu'on peut obtenir avec chacun des granulats ( $D_{hA2}$ ).
- c) Et, finalement, nous avons choisi des densités croissantes des bétons légers et lourds susceptibles d'être obtenues, en indiquant la densité minimale que doit avoir le granulat immédiatement supérieur à celui pris comme mineur, pour pouvoir obtenir la densité du béton préalablement fixée ( $D_h$ ).

$D_{A2}$ (kg/m <sup>3</sup> )	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
$D_{hA2}$ (kg/m <sup>3</sup> )	596	667	739	810	881	952	1023	1095	1166	1237	1308	1379	1451	1522	1593	1664	1735	1807
$D_h$ (kg/m <sup>3</sup> )	600	106	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
600	106	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
650	176	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
700	246	246	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
750	316	316	316	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
800	387	387	387	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
850	457	457	457	457	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
900	527	527	527	527	527	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
950	597	597	597	597	597	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
1000	668	668	668	668	668	668	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
1050	738	738	738	738	738	738	738	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
1100	808	808	808	808	808	808	808	808	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
1150	878	878	878	878	878	878	878	878	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
1200	948	948	948	948	948	948	948	948	948	-	-	-	-	-	-	-	-	
1250	1019	1019	1019	1019	1019	1019	1019	1019	1019	1019	-	-	-	-	-	-	-	
1300	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089	1089	-	-	-	-	-	-	
1350	1159	1159	1159	1159	1159	1159	1159	1159	1159	1159	1159	1159	-	-	-	-	-	
1400	1229	1229	1229	1229	1229	1229	1229	1229	1229	1229	1229	1229	1229	-	-	-	-	
1450	1299	1299	1299	1299	1299	1299	1299	1299	1299	1299	1299	1299	1299	-	-	-	-	
1500	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	1370	-	-	-	
1550	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	1440	-	-	
1600	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	1510	-	-	
1650	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	1580	-	-	
1700	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	1651	-	-	
1750	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	1721	-	
1800	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	1791	-	
1850	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	1861	-	
1900	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	1931	-	

**Tableau 6. Densité minimale du granulat de plus forte densité ( $D_{A1}$ ) susceptible d'être utilisé pour obtenir la densité du béton souhaitée ( $D_h$ ).**

$D_{A_2}$ (kg/m <sup>3</sup> )	2600	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000
$D_{A_2}$ (kg/m <sup>3</sup> )	2403	2645	3424	4153	4882	5611	6340	7069	7798	8527	9256	9985	10714	11443
$D_h$ (kg/m <sup>3</sup> )														
2700	3007	3007	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3000	3418	3418	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3500	4104	4104	4104	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4000	4790	4790	4790	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4500	5476	5476	5476	5476	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5000	6162	6162	6162	6162	6162	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5500	6847	6847	6847	6847	6847	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6000	7532	7532	7532	7532	7532	753	-	-	-	-	-	-	-	-
6500	8219	8219	8219	8219	8219	8219	8219	-	-	-	-	-	-	-
7000	8905	8905	8905	8905	8905	8905	8905	-	-	-	-	-	-	-
7500	9590	9590	9590	9590	9590	9590	9590	9590	-	-	-	-	-	-
8000	10276	10276	10276	10276	10276	10276	10276	10276	10276	-	-	-	-	-
8500	10962	10962	10962	10962	10962	10962	10962	10962	10962	-	-	-	-	-
9000	11648	11648	11648	11648	11648	11648	11648	11648	11648	11648	-	-	-	-
9500	12334	12334	12334	12334	12334	12334	12334	12334	12334	12334	12334	-	-	-
10000	13019	13019	13019	13019	13019	13019	13019	13019	13019	13019	13019	13019	-	-
10500	13705	13705	13705	13705	13705	13705	13705	13705	13705	13705	13705	13705	-	-
11000	14391	14391	14391	14391	14391	14391	14391	14391	14391	14391	14391	14391	14391	-
11500	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077	15077
12000	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762	15762
12500	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448	16448
13000	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134	17134
13500	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820	17820
14000	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506	18506
14500	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191	19191

**Tableau 7. Densité minimale du granulat de plus forte densité ( $D_{A_1}$ ) susceptible d'être utilisé pour obtenir la densité du béton souhaitée ( $D_h$ ).**

Les Tableaux 6 (béton léger) et 7 (béton lourd) représentent la densité minimale des granulats  $D_{A_1}$  susceptibles d'être utilisés pour pouvoir obtenir une densité déterminée des bétons. Ainsi, si nous voulons formuler un béton de densité ( $D_h$ ) de 1000 kg/m<sup>3</sup> (béton léger) ou 4500 kg/m<sup>3</sup> (béton lourd), nous cherchons dans la première colonne des Tableaux 1 et 2 la valeur correspondante aux dites densités et, après, nous lisons horizontalement la densité minimale que doivent avoir les granulats de plus grande densité  $D_{A_1}$  et qui est la même pour n'importe quelle densité du granulat de plus faible densité ( $D_{A_2}$ ).

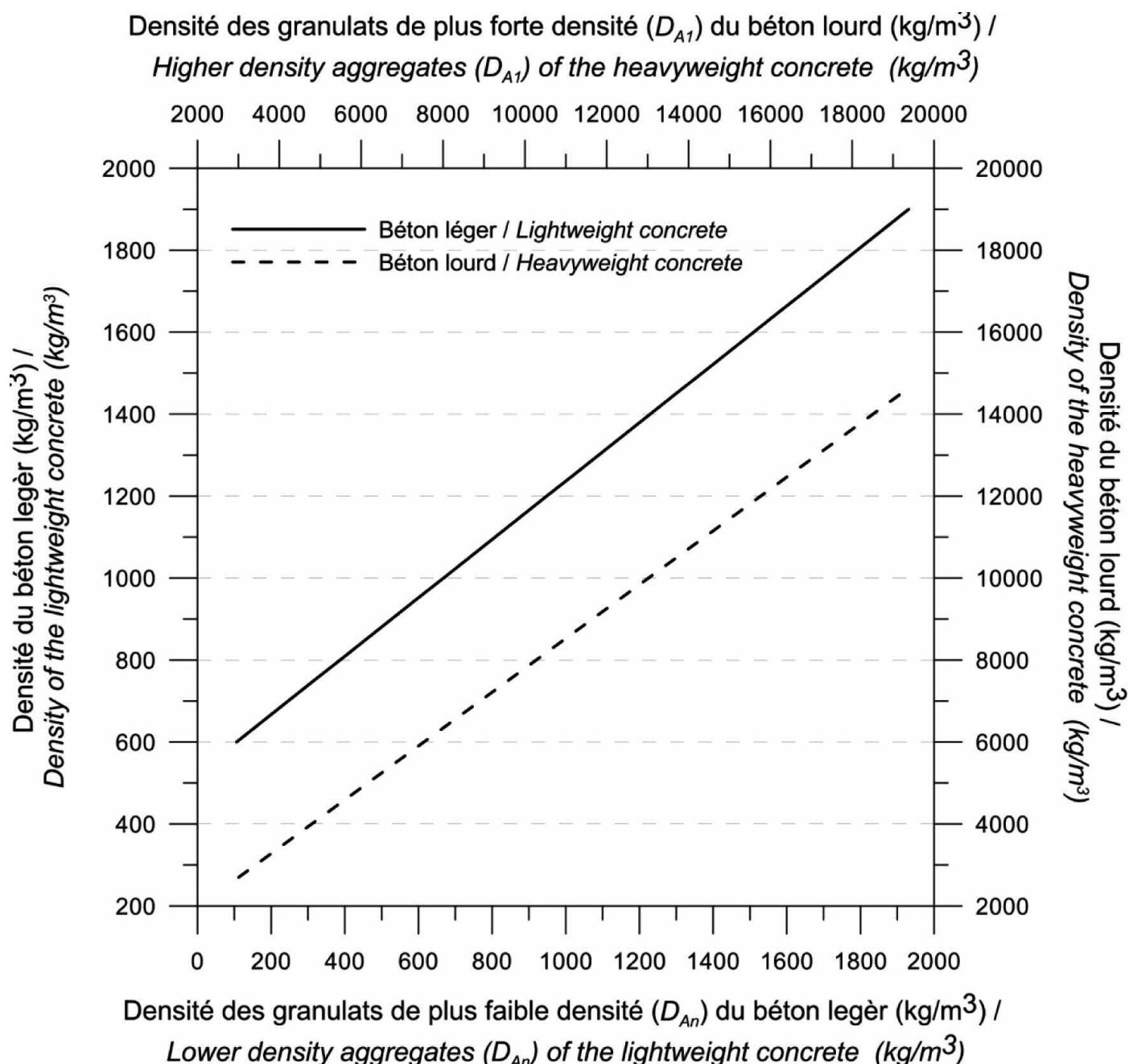
Dans le cas du béton léger, sa valeur est de 668 kg/m<sup>3</sup>, cette valeur est commune pour les granulats de densité ( $D_{A_2}$ ), de 100, 200, 300, 400, 500 et 600 kg/m<sup>3</sup>; en principe, n'im-

porte quel granulat de densité supérieure à 668 kg/m<sup>3</sup> pourra être utilisée.

La valeur du béton lourd sera de 5476 kg/m<sup>3</sup>, cette valeur est également commune pour les granulats de densité ( $D_{A_2}$ ), de 2600, 3000, 4000 et 5000 kg/m<sup>3</sup>; en principe, n'importe quel granulat de densité supérieure à 5476 kg/m<sup>3</sup> pourra être utilisée.

Le Figure 8, basée dans les Tableaux 6 et 7 mettent en rapport les densités des granulats légers et lourds avec les densités respectives des bétons correspondants.

D'autre part, les monogrammes 1 (béton léger) et 2 (béton lourd) permettent de calculer les volumes absolus de différents granulats. Ils incluent les données de leur composition (Figure 9 et 10).



**Figure 8. Évolution de la densité des bétons léger et lourd ( $D_b$ ) en fonction de la densité minimale des granulats de plus forte densité ( $D_{A1}$ ), (pour des bétons dosés à 350  $\text{kg/m}^3$  de ciment et 175  $\text{kg/m}^3$  d'eau).**

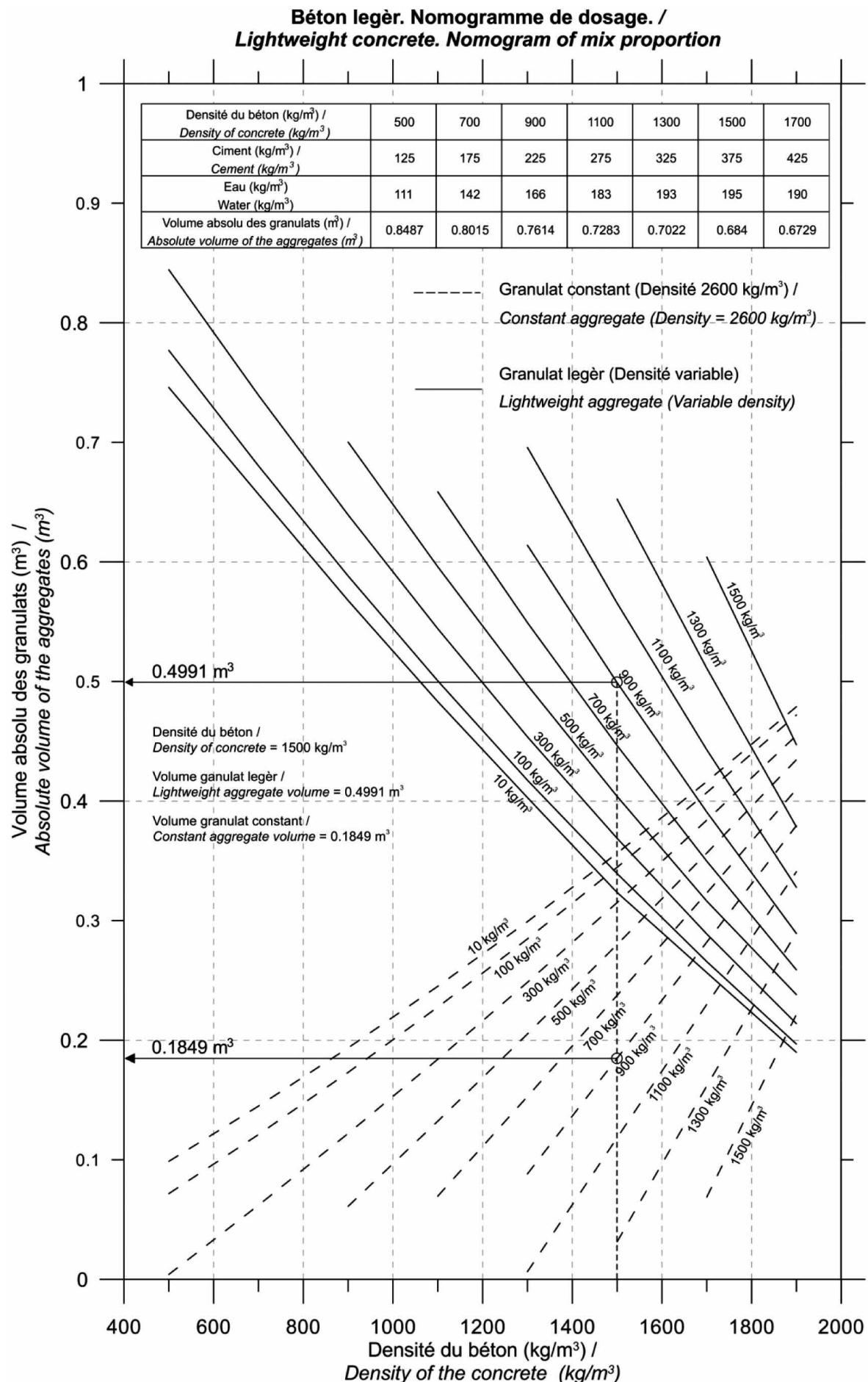
## 5. COMMENT MAINTENIR CONSTANTE LA DENSITÉ D'UN BÉTON LORSQU'ON AUGMENTE LA DENSITÉ DU GRANULAT DE PLUS GRANDE DENSITÉ

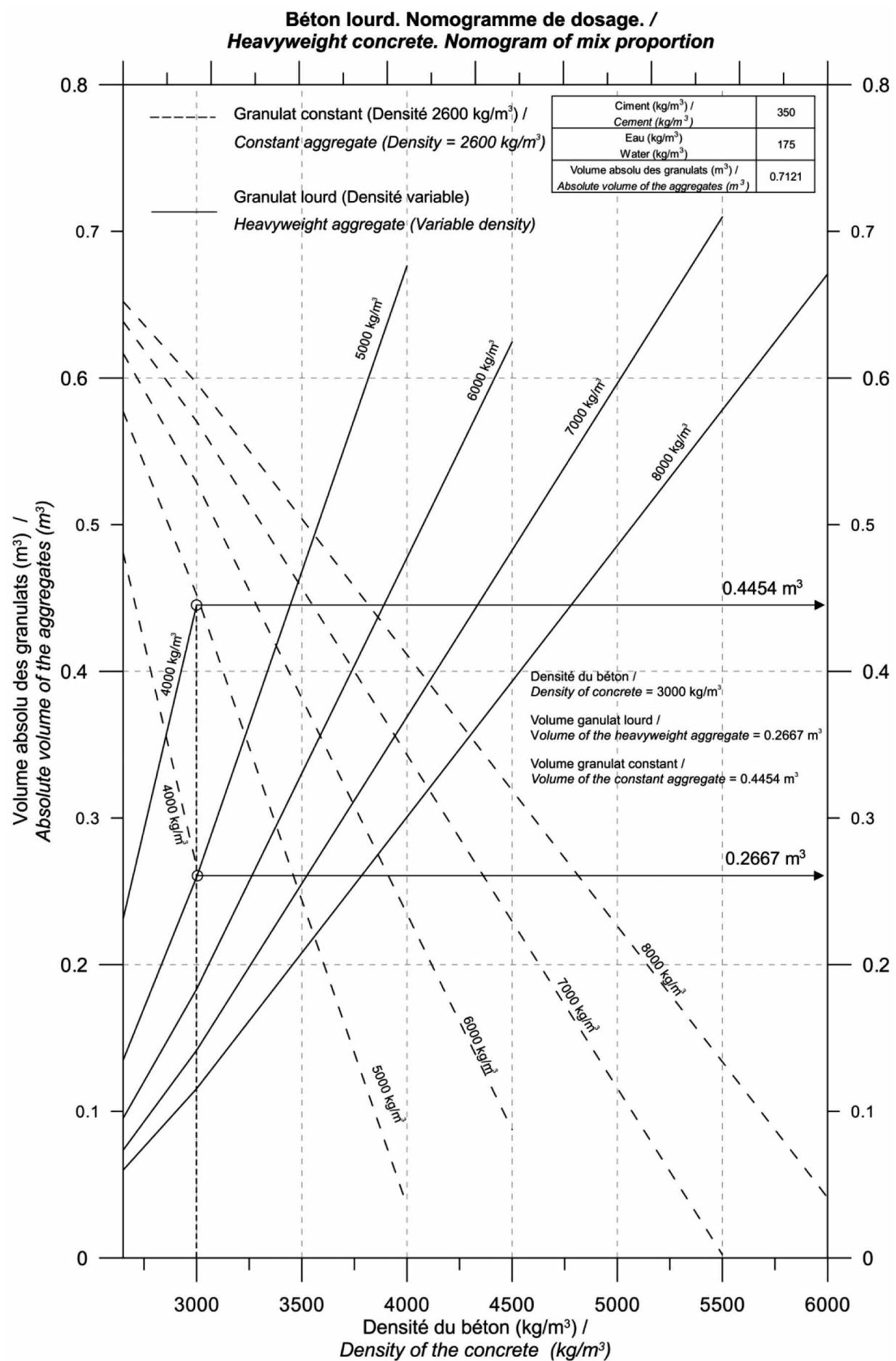
Assez souvent on peut lire dans la littérature qu'un changement de granulat ou un remplacement de sa densité pour une autre de plus grande densité n'est pas possible parce qu'alors la densité du béton deviendrait plus élevée.

“...le fait de remplacer le granulat léger pour un sable siliceux augmente la masse volumique du béton”. “A cause du grand poids spécifique du ciment, une augmentation de son dosage entraînerait une plus grande masse volumique du béton”. [10].

“La densité du béton augmente considérablement lorsqu'on emploie du sable naturel au lieu de granulats légers”. [2].

“Si l'on obtient une ouvrabilité insuffisante on peut agir en augmentant le dosage en sable en particulier en éléments fins, mais cela présente l'inconvénient d'alourdir le béton” [11].

**Figure 9. Béton léger. Nomogramme de dosage**

**Figure 10. Béton lourd. Nomogramme de dosage**

La Méthode FANJUL permet de se sortir aisément de cette difficulté, tantôt en se servant du cas général de  $n \geq 2$  granulats ou densités de la même façon que dans le cas particulier  $n=2$  de granulats ou densités. En effet on peut substituer facilement un ou plusieurs granulats par d'autres de plus ou moins grande densité et pour n'importe quelle raison, sans pour autant modifier la densité du béton, et en respectant scrupuleusement le binôme poids-volume.

Dans l'exemple [2.1.1.1] si nous remplaçons la densité du granulat A<sub>1</sub> de densité 1800 kg/m<sup>3</sup> par un autre granulat de densité plus grande, par exemple de 2600 kg/m<sup>3</sup>, nous obtenons une nouvelle formulation avec des modifications dans les quantités des granulats, mais tout en maintenant la densité du béton préalablement fixée et en remplissant exactement le mètre cube du béton.

Dans le tableau suivant (Tableau 8) nous donnons la composition du nouveau mélange.

## 6. CONCLUSIONS

Nous avons exposé une nouvelle méthodologie de dosage des bétons légers et lourds capable d'atteindre n'importe quelle densité préalablement fixée, de remplir exactement le mètre cube de béton, quel que soit le nombre de granulats utilisés, et tout en respectant le binôme poids-volume. Il s'agit d'une méthode innovante et simple, rigoureuse et exacte dans ses résultats.

On peut utiliser autant de granulats qu'on veut, et malgré tout, on obtient toujours la densité préalablement fixée et le remplissage exact du mètre cube de béton.

Nous pouvons effectuer le dosage des granulats aussi bien considérés individuellement qu'en groupement.

La méthode permet de maintenir ou de reproduire une même densité de béton avec exactitude lors de l'utilisation ou de la substitution de nouveaux granulats ou de densités nouvelles, ainsi que de réaliser les ajustements nécessaires lors des essais de rendement et de vérification de l'ouvrabilité.

De même, elle permet d'inter changer les granulats ou les densités entre eux, totalement ou partiellement, avec la possibilité de modifier ainsi les performances physico-mécaniques.

L'utilisation des Tableaux, Figures et Graphiques qui accompagnent la méthode, serviront de guide ou d'orientation dans le bon choix des granulats pour l'obtention de la densité souhaitée ainsi que pour éviter l'incompatibilité entre granulats et densités.

Il va de soi que chaque fois que nous aurons à modifier le dosage ou à remplacer un granulat, nous devrons recommencer le procédé autant de fois que nécessaire. Ceci est également valable lors des éventuels ajustements des essais de rendement.

## RÉFÉRENCES

- (1) Standard Practice for Selecting Proportions for Structural Lightweight Concrete (ACI 211.2-98).
- (2) Dreux, G. Nouveau guide du béton. Ed. Eyrolles. (1979).
- (3) Papanicolaou, C., Kaffetzakis, M. Lightweight Aggregate Self-Compacting Concrete: State-of-the-Art & Pumice Application. Journal of Advanced Concrete Technology. Vol. 9, No. 1, 15-29. (2011).
- (4) Standard practice for selecting proportions for normal, heavyweight, and mass concrete (ACI 211.1-91).
- (5) Heavyweight Concrete: Measuring, Mixing, Transporting, and Placing. (ACI 304.3R-96).
- (6) Faury, J. Le béton. Ed. Dunod. (1958).
- (7) Chandra, S., Berntsson, L. Lightweight aggregate concrete: science, technology, and applications. Ed. Noyes Publications/William Andrew Pub. (2002)
- (8) Liu, C., et al. Aggregate Character and Manufacturing Technology of Concrete, Publishing house of South-West University of Technology, Guangzhou, (1999).
- (9) EuroLightCon. Economic Design and Construction with Light Weight Aggregate Concrete. (1998).
- (10) CEB-FIP Manual of Design and Technology. Lightweight Aggregate Concrete. Construction Press. (1977)
- (11) Weigler, H., Karl, S. Hormigones ligeros armados. Ed. Gustavo Gili (1974).

Matériaux	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	Pourcentage (%)	Volume des groupes (m <sup>3</sup> )	Volume matériaux (m <sup>3</sup> )	Poids (kg/m <sup>3</sup> )
Ciment	3100			0.11290	350
Eau	1000			0.17500	175
A <sub>1</sub>	2600	30	0.1438	0.04314	112
A <sub>2</sub>	1600	50		0.07190	115
A <sub>3</sub>	1500	20		0.02876	43
A <sub>4</sub>	1400	30	0.5683	0.17049	239
A <sub>5</sub>	1300	40		0.22732	296
A <sub>6</sub>	1000	30		0.17049	170
<b>TOTAL</b>				<b>1</b>	<b>1500</b>

**Tableau 8. Résultat final de la composition modifiée.**

## NOTATIONS

$D_h$	Densité du béton frais	$V'_{A_n}$	Volume réel du granulat de plus faible densité
$\Sigma M$	Sommation des masses du mélange par $m^3$	$V_T$	Volume total du mélange ( $1m^3$ )
$\Sigma V$	Sommation des volumes du mélange par $m^3$	$A'$	Dosage de l'eau par $m^3$
$\Sigma M_A$	Sommation des masses des granulats par $m^3$	$A_1$	Masse du granulat de plus forte densité
$\Sigma V_A$	Sommation des volumes des granulats par $m^3$	$A_2$	Masse du granulat immédiat inférieur à $A_1$
$\Sigma m_A$	Sommation des masses des deux granulats de plus faible densité	$A_3$	Masse du granulat immédiat inférieur à $A_2$
$\Sigma v_A$	Sommation des volumes des deux granulats de plus faible densité	$A_{n-1}$	Masse du granulat immédiat supérieur à $A_n$
$v$	Volume des vides	$A_n$	Masse du granulat de plus faible densité
$V_{A1}$	Volume initial du granulat de plus forte densité	$D_A$	Densité moyenne
$V'_{A1}$	Volume réel du granulat de plus forte densité	$D_C$	Densité du ciment
$V_{A2}$	Volume initial du granulat immédiat inférieur à $A_1$	$\overline{D}_A$	Densité de l'eau
$V'_{A2}$	Volume réel du granulat immédiat inférieur à $A_1$	$D_{A1}$	Densité du granulat de plus forte densité
$V_{A3}$	Volume initial du granulat immédiat inférieur à $A_2$	$D_{A2}$	Densité du granulat immédiat inférieur à $A_1$
$V'_{A3}$	Volume réel du granulat immédiat inférieur à $A_2$	$D_{A3}$	Densité du granulat immédiat inférieur à $A_2$
$V_{An-2}$	Volume initial du granulat immédiat inférieur à $A_{n-3}$	$D_{An-1}$	Densité du granulat supérieur à $A_n$
$V'_{An-2}$	Volume réel du granulat immédiat inférieur à $A_{n-3}$	$D_{An}$	Densité du granulat de plus faible densité
$V'_{An-1}$	Volume réel du granulat immédiat supérieur à $A_n$	$D_{hAn}$	du béton de référence constitué avec le granulat $A_n$